

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

رفقای نازنین رشته انسانی سلام

من کماکان امیدرضا پورحسینی هستم، مدرس ریاضی و آمار رشته انسانی. جزوه پیش رو همان طور که از اسمش پیداست شامل کل مباحث تشریحی و تستی ریاضی و آمار کنکور انسانی؛ یعنی ریاضی و آمار ۱، ۲ و ۳.

در واقع کل مطالب مورد نیاز برای مدرسه و کنکور به ترتیب فصل‌های کتب درسی دهم، یازدهم و دوازدهم به‌طور کامل پوشش داده شده. همان‌طور که در جریانید (البته شاید خیلی‌ها ندونن!) ریاضی و آمار مهم‌ترین درس کنکور انسانیه چون هم بیشترین تراز رو داره و هم بیشترین ضریب. پس باید اهمیت ویژه‌ای به این درس بدید و بدونین که رتبه آورترین درس در کنکورتون، ریاضیه.

این طبیعیه که خیلی از شما واقعاً به ریاضی علاقه دارید و خیلی‌ها دیگر نه! به همین خاطر در نگارش جزوه سعی کردم مطالب رو طوری بیان کنم که کامل یاد بگیرید و این «یادگرفتن» مهم‌ترین عاملیه که حتی اگر به ریاضی علاقه‌مند نباشید شما رو عاشق ریاضی می‌کنه؛ اما یه شرط داره ... حتماً می‌پرسید چه شرطی؟! من بهتون میگم: شرطش اینه که شما جزوه رو به موازات ویدئو پیش ببرید. در واقع جزوه حاضر بدون استفاده

از پکیج‌های آموزشی تصویری ریاضی و آمار دهم، یازدهم و دوازدهم براتون فایده‌ای نداره و کمکی بهتون نمی‌کند. به عبارت دیگه شما با دیدن ویدئوها و پیش روی از روی جزوه به کلیه مباحث تشریحی و تستی ریاضی و آمار دهم، یازدهم و دوازدهم مسلط خواهید شد تا هم در آزمون‌های تشریحی مدرسه و هم در آزمون‌های تستی فرا مدرسه‌ای در امتحانات نهایی و هم در کنکور به بهترین نتیجه برسید.

در پایان امیدوارم که در ارتقای کیفی آموزش ریاضی به بچه‌های انسانی گامی هرچند کوچک برداشته باشم تا سهم کوچکی در موفقیت شما شامل حالم بشه.

مثل همیشه آرزومند موفقیتتون هستم.

دکتر امیدرضا پورحسینی

تا جهان بود از سر آدم فراز کس نبود از راز دانش بی‌نیاز

کتاب پیش روی شما به درخواست آموزشگاه مجازی احمدی و با تالیف استاد ارجمند جناب آقای دکتر امیدرضا پورحسینی تالیف شده است. شیوه‌نامه تالیفی این کتاب توسط اینجانب دکتر ابوذر احمدی طراحی و تدوین شده است. بنده در ۱۸ سال تدریس و فعالیت کنکوری، کاربردی‌ترین شیوه‌نامه را برای یادگیری هرچه بهتر شما عزیزان طراحی کرده‌ام. در این کتاب ابتدا درسنامه هر مبحث آمده است و پس از آن سوالات تستی آن مبحث به تعداد نیاز آمده است. در پایه دوازدهم به دلیل اهمیت بیشتر آزمون تشریحی پایان سال، بعد از درسنامه هر مبحث سوالات تشریحی نیز آمده است. این روند تا آخرین درس کتاب ادامه دارد. اما نکته قالب توجه در این کتاب‌ها، قرارگیری آزمون‌های تشریحی پس از نیم‌سال‌ها و پایان سال هر کتاب است. در پایان ترم اول و پایان ترم دوم هر سال، چندین آزمون تشریحی معتبر طراحی شده است که البته برای سال دوازدهم در قسمت آزمون‌های ترم دوم، از آزمون‌های نهایی استفاده شده است. پس از آزمون‌های نهایی سال دوازدهم، تمام آزمون‌های نظام جدید یعنی آزمون‌های داخل و خارج کشور از سال ۱۳۹۸ تا امروز آمده است و پس از آن ۶ دوره آزمون شبیه‌ساز کنکور طراحی شده است که در حکم ۶ آزمون جامع می‌تواند برای شما مفید باشد. کتاب پیش روی شما علاوه بر تمرینات و سوالات و آزمون‌های تشریح ۸۲۰ تست بسیار مفید و ارزشمند و کاربردی دارد. در طراحی تست‌های تالیفی از اساتید خواسته شده است تمام نکات و مطالب هر درس در تست‌ها لحاظ شوند. لذا قویا و صریحا اعلام می‌کنم کتاب پیش روی شما در عین مختصر بودن، جامع‌ترین کتاب برای موفقیت در آزمون‌های تشریحی و کنکور است.

عزیزانی که بنده را می‌شناسند، می‌دانند PDF تمام تالیفات من (عروض و قافیه، آرایه‌های ادبی، تاریخ ادبیات و سبک‌شناسی، دستور زبان فارسی، قرابت معنایی، املا و لغت و ...) به صورت رایگان در سایت و کانال آموزشی بنده قرار گرفته است. لذا این بار نیز در جهت خدمتی دیگر برای شما عزیزان، با توافقات بین آموزشگاه و مولفین محترم، PDF این کتاب‌ها نیز به صورت رایگان در اختیار دانش‌آموزان قرار می‌گیرد. بدیهی است که دبیران و اساتید دیگر حق هیچگونه کپی‌برداری از مطالب این کتاب‌ها را ندارند و این موضوع در صورت مشاهده پیگرد قانونی دارد.

مطلب آخر اینکه شما دانش‌آموزان می‌توانید تدریس کامل این کتاب که به صورت پکیج ویدئویی می‌باشد را از سایت یا کانال تلگرامی آموزشگاه با کمترین قیمت تهیه کنید. در پکیج‌های ویدئویی تمام سوالات تشریحی و تستی به طور کامل حل و بررسی شده است. از ویژگی‌های منحصر به فرد این پکیج‌ها به چند مورد اشاره می‌کنم.

- ۱ - همکاری با برترین اساتید کنکوری هر درس (کافی است نام استاد را در گوگل جست‌وجو کنید!)
- ۲ - قیمت بسیار مناسب نسبت به سایر موسسات و ارائه محتوای کامل و با کیفیت
- ۳ - مشاهده آسان پکیج‌ها به دلیل قرارگیری در سایت بدون نیاز به اینترنت قوی و یا فیلترشکن و ...
- ۴ - امکان مشاهده نمونه تدریس‌های بسیار
- ۵ - گرافیک عالی و کیفیت بالای و حجم کم ویدئوها
- ۶ - امکان تهیه مبحثی یا سال به سال (به طور مثال شخصی که فقط پکیج سال دوازدهم را می‌خواهد، نیاز نیست کل پکیج را تهیه کند).
- ۷ - امکان مشاهده بر روی دو دستگاه (شما هم می‌توانید در گوشی و هم در کامپیوتر یا لپ‌تاپ فیلم‌ها را مشاهده کنید. لذا در صورت نیاز می‌توانید با دوستان به صورت شریکی این پکیج را تهیه کنید. تا این لحظه این ویژگی در پکیج‌های هیچ موسسه یا استاد دیگری دیده نشده است).

این پکیج‌ها ویژگی‌های مثبت دیگری دارند که به قول مولانا «گر بگویم شرح آن بی حد شود».

در پایان تشکر می‌کنم از آقای دکتر امیدرضا پورحسینی مؤلف محترم این کتاب ارزشمند و همچنین واجب می‌دانم از خانم اکرم حاجی‌زاده قدردانی کنم که در کار تایپ و صفحه‌بندی من را یاری کردند.

و در آخر برای شما عزیزان آرزوی سلامتی و موفقیت دارم. ان‌شاءالله در کنکور زندگی سربلند باشید.

دوستدار شما: دکتر ابوذر احمدی



فهرست مطالب

پایه دهم

♦ فصل اول: معادله درجه دوم

- درس ۱: معادلات و مسائل توصیفی ۱
درس ۲: حل معادله درجه ۲ و کاربردها ۴
درس ۳: حل معادلات گویا ۱۱

♦ فصل دوم: تابع

- درس ۱: مفهوم تابع ۱۴
درس ۲: ضابطه جبری تابع ۱۹
درس ۳: نمودار تابع خطی ۲۳
درس ۴: نمودار تابع درجه ۲ ۲۴
آزمون دیماه شماره ۱ ۲۷
آزمون دیماه شماره ۲ ۲۸

♦ فصل سوم: کار با داده های آماری

- درس ۱: گردآوری داده ها ۳۰
درس ۲: معیارهای گرایش به مرکز ۳۴
درس ۳: معیارهای پراکندگی ۳۶

♦ فصل چهارم: نمایش داده ها

- درس ۱: نمودارهای یک متغیره ۴۰
درس ۲: نمودار چند متغیره ۴۴
آزمون خرداد شماره ۱ ۴۸
آزمون خرداد شماره ۲ ۵۰
آزمون خرداد شماره ۳ ۵۲
آزمون خرداد شماره ۴ ۵۴

پایه یازدهم

♦ فصل اول: آشنایی با منطق و استدلال ریاضی

- درس ۱: گزاره ها و ترکیب گزاره ها ۵۶
درس ۲: استدلال ریاضی ۶۳

فهرست مطالب

♦ فصل دوم: تابع

درس ۱: توابع ثابت، چند ضابطه ای و همانی	۶۸
درس ۲: توابع پلکانیو قدر مطلق	۷۲
آزمون دیمه شماره ۱	۷۸
آزمون دیمه شماره ۲	۸۰
درس ۳: اعمال بر روی تابع	۸۲

♦ فصل سوم: آمار

درس ۱: شاخص های آماری	۸۵
درس ۲: سری های زمانی	۹۲
آزمون خرداد شماره ۱	۹۸
آزمون خرداد شماره ۲	۱۰۰
آزمون خرداد شماره ۳	۱۰۱
آزمون خرداد شماره ۴	۱۰۳

پایه دوازدهم

♦ فصل اول: آمار و احتمال

درس ۱: شمارش	۱۰۶
درس ۲: احتمال	۱۱۴
درس ۳: چرخه آمار در حل مسائل	۱۲۶

♦ فصل دوم: الگوهای خطی

درس ۱: مدل سازی و دنباله	۱۳۸
آزمون دیمه شماره ۱	۱۴۶
آزمون دیمه شماره ۲	۱۴۸
درس ۲: دنباله حسابی	۱۵۰

♦ فصل سوم: الگوهای غیر خطی

درس ۱: دنباله هندسی	۱۵۳
درس ۲: ریشه n ام و توان گویا	۱۵۷
درس ۳: تابع نمایی	۱۶۱
آزمون نهایی خرداد ۱۴۰۱ شماره ۱	۱۶۶
آزمون نهایی خرداد ۱۴۰۰ شماره ۲	۱۶۸
آزمون نهایی دی ۱۴۰۱ شماره ۳	۱۷۰
آزمون نهایی دی ۱۴۰۱ شماره ۴	۱۷۲



فهرست مطالب

♦ فصل چهارم: آزمون های سراسری

۱۷۴	آزمون تیر ۱۳۹۸ داخل کشور
۱۷۶	آزمون مرداد ۱۳۹۹ داخل کشور
۱۷۸	آزمون تیر ۱۴۰۰ داخل کشور
۱۸۰	آزمون تیر ۱۴۰۱ داخل کشور
۱۸۱	آزمون تیر ۱۳۹۸ خارج کشور
۱۸۳	آزمون مرداد ۱۳۹۹ خارج کشور
۱۸۵	آزمون تیر ۱۴۰۰ خارج کشور
۱۸۷	آزمون تیر ۱۴۰۱ خارج کشور
۱۸۹	آزمون نوبت اول ۱۴۰۲ (دی ۱۴۰۱)

♦ فصل پنجم: آزمون های تالیفی

۱۹۲	آزمون تالیفی شماره یک
۱۹۴	آزمون تالیفی شماره دو
۱۹۷	آزمون تالیفی شماره سه
۲۰۰	آزمون تالیفی شماره چهار
۲۰۲	آزمون تالیفی شماره پنج
۲۰۴	آزمون تالیفی شماره شش
۲۰۷	پاسخنامه



فصل اول

معادله درجه دوم

معادلات و مسایل توصیفی

درس ۱

معادله

به هر تساوی که یک یا چند متغیر داشته باشد، معادله می‌گویند.

مثال

هر یک از تساوی‌های زیر یک معادله هستند و به هر یک از این متغیرها مجهول معادله می‌گویند.

۱) $3x - 1 = 0$

۲) $2x^2 + 5 = 7x - 1$

۳) $4x - 3y = 2$

♦ جواب معادله:

به عددی که به جای مجهول (متغیر) معادله قرار می‌گیرد و تساوی برقرار شود، جواب معادله می‌گویند.

تست ۱ اگر $x = -1$ جواب معادله $3ax^2 - 2ax + 10 = 0$ باشد، مقدار a کدام است؟

۴) -۱

۳) -۲

۲) -۵

۱) -۱۰

تست ۲ در کدام مجموعه، جواب‌های معادله $3x^2 + 14x - 5 = 0$ قرار دارند؟

۴) $\{\frac{1}{3}, 5\}$

۳) $\{\frac{1}{3}, -5\}$

۲) $\{-\frac{1}{3}, -5\}$

۱) $\{-\frac{1}{3}, 5\}$

♦ معادله درجه اول:

هر معادله به صورت $ax + b = 0$ که در آن $a \neq 0$ ، b اعداد حقیقی معلوم و x مجهول معادله است، را یک معادله درجه اول می‌نامند و جواب معادله به صورت $x = -\frac{b}{a}$ می‌باشد.

تست ۳ معادله $(1 - x + x^2)(x + 1) = x(x^2 - 1)$ چند جواب دارد؟

۴) ۳

۳) ۲

۲) ۱

۱) ۰

$$(x-2)^2 + \frac{1}{4}(16x-12) = (x-5)^2 - \frac{2}{3}(3x-18)$$

تست ۴ جواب معادله روبه‌رو کدام است؟

۴) $-\frac{16}{39}$

۳) $\frac{16}{39}$

۲) $-\frac{39}{16}$

۱) $\frac{39}{16}$

تست ۵ در صورتی که $ab \neq 0$ باشد، جواب معادله $(a+b)^2 x = 2ab + (a^2 + b^2)x$ کدام است؟

۴) ۱

۳) ab

۲) $a+b$

۱) $a-b$

مسائل توصیفی

در حل برخی از مسائل باید معادله‌ای تشکیل داد. مراحل تشکیل معادله به صورت زیر است:

مرحله ۱: ابتدا مجهول یا مجهولات مسئله را تشخیص می‌دهیم و آنها را با حروف a, b, c یا x, y, z نام‌گذاری می‌کنیم.

مرحله ۲: با توجه به آنچه که در فرض مسئله آمده و متغیر در نظر گرفته شده به یک تساوی می‌رسیم، که به آن معادله می‌گویند.

مرحله ۳: در این مرحله به حل معادله پرداخته و در نهایت جواب معادله را امتحان می‌نماییم.

تست ۶ حاصل ضرب یک عدد در ۲۳ به اندازه ۸۴ واحد از حاصل ضرب همان عدد در ۲۶ کمتر است، آن عدد کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۲۱ (۳) ۲۴ (۴) ۲۸

تست ۷ عددی به اضافه ۱۸ دو برابر آن عدد است، آن عدد کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۲۱ (۳) ۲۸ (۴) ۳۶

تست ۸ چه عددی یک واحد کمتر از مجموع نصف و ثلث و ربع آن عدد است؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴) ۲۴

تست ۹ اگر ۳ واحد به ۴ برابر عددی اضافه کنیم حاصل ۳۱ می‌شود، تفاضل آن عدد از مجذور خود کدام است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۵ (۳) ۴۲ (۴) ۵۶

تست ۱۰ سن پدری ۴ برابر سن فرزندش است. اگر سن پدر ۵۶ سال باشد، چند سال پیش سن پدر ۸ برابر سن فرزندش بوده است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

تست ۱۱ مجموع پنج عدد فرد متوالی ۵۵ است. عدد وسطی چند است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۱ (۳) ۹ (۴) ۷

تست ۱۲ نرخ کرایه نوعی سواری برای هر کیلومتر طی مسافت مبلغ ۱۵۰۰ ریال و به اضافه ورودی ثابت ۶۰۰۰ ریال بوده،

با پرداخت ۳۰۰۰ ریال از این نوع سواری چند کیلومتر می‌توان استفاده نمود؟

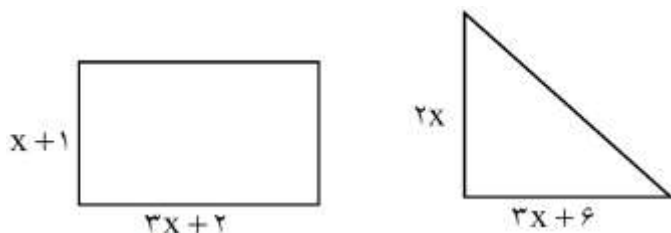
- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۱۶ (۴) ۲۰

◆ یادآوری:

- مساحت مستطیل: حاصل ضرب طول در عرض

- مساحت مثلث قائم الزاویه: نصف حاصل ضرب اندازه اضلاع قائمه

تست ۱۳ اگر مساحت مثلث و مستطیل زیر با هم مساوی باشند، مساحت مثلث چقدر است؟



(۱) ۳۶

(۲) ۲۴

(۳) ۱۲

(۴) ۴۸

سوال ۱۴ محیط مستطیلی برابر ۲۶ و طول این مستطیل ۳ واحد از عرض آن بیشتر است، مساحت این مستطیل کدام است؟

(۴) ۳۵

(۳) ۴۰

(۲) ۲۰

(۱) ۳۰

◆ یادآوری:

- محیط دایره: حاصل ضرب قطر دایره در π - مساحت دایره: حاصل ضرب مربع شعاع دایره در π

سوال ۱۵ اگر محیط دایره‌ای 6π متر باشد، به طول شعاع چقدر اضافه شود تا محیط برابر 12π برسد؟

(۴) ۲

(۳) ۳

(۲) ۴

(۱) ۶

پدرراشته:



Ahmadi63amoozesh.com



برای خرید نسخه چاپی یا تدریس ویدئویی این جزوه به سایت و
یا کانال تلگرامی «آموزشگاه مجازی احمدی» مراجعه کنید.

برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد این جزوات و پکیج‌ها به شماره ۰۹۱۲۳۷۰۸۴۷۶
در تلگرام یا واتساپ و یا به صورت SMS پیام بدهید.



Ahmadi63amoozesh.com



@ahmadi63amoozesh



حل معادله درجه ۲ و کاربردها

درس ۲

بخش اول: اتحادهای جبری

در پایه نهم با اتحادهای جبری زیر آشنا شدید:

- ۱) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ اتحاد مربع مجموع دو جمله‌ای
- ۲) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ اتحاد مربع تفاضل دو جمله‌ای
- ۳) $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ اتحاد مزدوج
- ۴) $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ اتحاد جمله مشترک

تست ۱۶ ساده شده عبارت $3(x-2)^2 + 4(x-1)(x-3) - 7(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$ کدام است؟

- (۱) $28x + 38$ (۲) $28x - 38$ (۳) $-28x + 38$ (۴) $-28x - 38$

تست ۱۷ از مربعی به ضلع $3x+2$ مستطیلی به ابعاد $(2x+1)$ و $(2x+2)$ را حذف نموده‌ایم. مساحت باقیمانده کدام است؟

- (۱) $5x^2 + 9x + 2$ (۲) $5x^2 - 9x + 2$ (۳) $5x^2 - 6x + 2$ (۴) $5x^2 + 6x + 2$

بخش دوم: تجزیه

♦ تجزیه:

تبدیل یک چندجمله‌ای به ضرب چندتا چندجمله‌ای دیگر را تجزیه یک چندجمله‌ای می‌گویند.

♦ روش‌های تجزیه:

- ۱- فاکتورگیری ۲- اتحادهای جبری ۳- رُسی

♦ فاکتورگیری:

اولین، مهمترین و ارجح روش‌های تجزیه، فاکتورگیری است:

♦ تجزیه به کمک اتحادهای جبری:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$$

♦ تجزیه به روش رُسی:

اگر x^2 ضریب غیر از یک داشته باشد و با اتحادهای مربع دو جمله‌ای و جمله مشترک قابل تجزیه نباشد، ابتدا ضریب x^2 را در عدد ثابت ضرب کرده، سپس عبارت حاصل را به کمک اتحاد جمله مشترک تجزیه کرده و در نهایت ضریب x^2 را در x یکی از پرانتزها ضرب می‌کنیم و عدد ثابت پرانتز دیگر را بر آن تقسیم می‌کنیم.

مثال

$$3x^2 - 11x + 6 =$$

$$3x^2 - 7x + 2 =$$

$$5x^2 + 8x - 4 =$$

$$2x^2 + 9x + 9 =$$

بخش سوم: معادله درجه دو

♦ معادله درجه دوم:

معادله‌ای به شکل $ax^2 + bx + c = 0$ که در آن $a \neq 0$ ضریب x^2 ، b ضریب x و c عدد ثابت است را معادله درجه دوم می‌گویند.

مثال

هر یک از معادلات زیر معادله درجه دوم هستند.

(الف) $\frac{1}{2}x^2 - 3x = 0$

(ب) $4x^2 - 1 = 0$

(ج) $x^2 - 6x - 11 = 0$

تست ۱۸ معادله مربوط به «ربع مربع یک عدد از قرینه آن عدد یک واحد بیشتر است.» کدام است؟

(۱) $x^2 = -4x + 1$ (۲) $\frac{x^2}{4} = -x - 1$ (۳) $x^2 = 4(-x + 1)$ (۴) $x^2 = -4x - 1$

تست ۱۹ کدام معادله زیر درجه دوم است؟

(۱) $(x-1)^2 = 3 + (x+1)^2$ (۲) $(2x-1)^2 - 4(x+1)^2 = 3$
(۳) $(x-1)^2 - (x+1)^2 = 1$ (۴) $(x-2)(x^2 + 2x + 4) + x = x^3$

♦ حل معادله درجه دوم:

منظور از حل معادله درجه دوم پیدا کردن اعدادی است که به ازای آن معادله برقرار شود.

۱- حل معادله درجه دوم به روش تجزیه:

با استفاده از اتحادها می‌توان برخی از معادلات درجه دوم را حل کرد.

نکته ۱: هرگاه معادله درجه دوم به صورت $ax^2 + bx = 0$ باشد، می‌توان با فاکتورگیری از x معادله را حل کرد.

تست ۲۰ مجموع جواب‌های معادله $3x^2 - 6x = 0$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) -۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

تست ۲۱ حاصل ضرب ریشه‌های معادله $(3x-1)^2 - 5(3x-1) = 0$ کدام است؟

(۱) $\frac{7}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) ۲

نکته ۲: در حل معادلات درجه دوم به صورت‌های $(ax+b)^2 = c^2$ یا $(ax+b)^2 = (cx+d)^2$ از طرفین جذر بگیرید. دقت کنید در جذر گرفتن همواره دو جواب داریم؛ یکی مثبت و دیگری منفی

تست ۲۲ جواب‌های معادله $5 - x^2 = 0$ متعلق به چه مجموعه‌ای است؟

(۱) حسابی (۲) صحیح (۳) گویا (۴) گنگ

تست ۲۳ در معادله $(x+1)^2 = (2x+3)^2$ مجموع ریشه‌ها کدام است؟

(۱) $-\frac{10}{3}$ (۲) $\frac{10}{3}$ (۳) $\frac{8}{3}$ (۴) $-\frac{8}{3}$

تست ۲۴ ریشه بزرگتر معادله $(2x-3)^2 = 8$ کدام است؟

(۱) $3 - 2\sqrt{2}$ (۲) $3 + 2\sqrt{2}$ (۳) $\frac{3-2\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$

تست ۲۵ مجموعه جواب‌های معادله $x^2 + 8x + 16 = 0$ کدام است؟

- (۱) $\{-4\}$ (۲) $\{-4, 4\}$ (۳) $\{\frac{1}{4}\}$ (۴) $\{-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\}$

نکته ۳: برای حل معادله $ax^2 + bx + c = 0$ به روش تجزیه، گاهی اوقات استفاده از روش رسی بسیار راهگشاست.

تست ۲۶ مجموعه جواب معادله $4x^2 - 4x - 3 = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ و $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ و $-\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ و $-\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{2}$

۲- حل معادله درجه دوم به روش مربع کامل:

برای حل معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ به روش مربع کامل، مراحل زیر را طی می‌کنیم:

۱. عدد ثابت را به سمت راست می‌بریم.

۲. طرفین را بر ضریب x^2 تقسیم می‌کنیم.

۳. مربع نصف ضریب x را به طرفین اضافه می‌کنیم.

۴. سمت چپ را بصورت مربع کامل می‌نویسیم.

۵. معادله را به روش ریشه گیری حل می‌کنیم.

تست ۲۷ برای حل معادله $x(x+1) = 5$ به روش مربع کامل کدام عدد را باید به طرفین تساوی اضافه کنیم؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{1}{25}$

تست ۲۸ در حل معادله $x^2 + 3x - 2 = 0$ به روش مربع کامل از چه عددی جذر گرفته می‌شود؟

- (۱) ۹ (۲) $\frac{17}{4}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) ۱۱

۳- حل معادله درجه دوم به روش کلی:

برای حل معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ابتدا عدد $\Delta = b^2 - 4ac$ را حساب می‌کنیم، که سه حالت زیر رخ می‌دهد.

حالت اول: $\Delta > 0$

در این حالت معادله دو ریشه متمایز دارد و این ریشه‌ها عبارتند از:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

تست ۲۹ در معادله درجه دوم $5x^2 + 7x - 6 = 0$ ریشه بزرگتر کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{6}{5}$

نکته: هرگاه در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ، ضرایب a و c علامت‌های متفاوتی داشته باشند، معادله قطعاً دو ریشه متمایز دارد.

تست ۳۰ کدام یک از معادلات زیر قطعاً دو ریشه متمایز دارد؟

- (۱) $20x^2 - 3x + 9 = 0$ (۲) $x^2 + 5x + 10 = 0$ (۳) $x^2 - 18x - 10 = 0$ (۴) $7x^2 - 2x + 5 = 0$

◆ یادآوری:

در حل نامعادله، اگر طرفین نامعادله را در یک عدد منفی ضرب یا بر یک عدد منفی تقسیم کنیم، جهت نامعادله عوض می‌شود.

تست ۳۱ معادله درجه دوم $3ax^2 + 2x + 1 = 0$ دو ریشه متمایز دارد، حدود a کدام است؟

- (۱) $a > -\frac{1}{3}$ (۲) $a < -\frac{1}{3}$ (۳) $a > \frac{1}{3}$ (۴) $a < \frac{1}{3}$

حالت دوم: $\Delta < 0$ که در این حالت معادله جواب ندارد.

تست ۳۲ به ازای کدام مقدار c معادله درجه دوم $\frac{1}{3}x^2 - 2x + c = 0$ فاقد ریشه حقیقی است؟

- (۱) $c < 3$ (۲) $c \leq 3$ (۳) $c > 3$ (۴) $c \geq 3$

حالت سوم: $\Delta = 0$ که در این حالت معادله یک ریشه دارد که به آن ریشه مضاعف می‌گویند و این ریشه برابر است با:

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

تست ۳۳ معادله درجه دوم $x(2x-1) = m$ به ازای یک مقدار m ریشه مضاعف دارد، مقدار ریشه مضاعف کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

تست ۳۴ معادله درجه دوم $x(2x-5) = a$ به ازای یک مقدار a ریشه مضاعف دارد. a کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{4}$ (۲) $-\frac{25}{8}$ (۳) $\frac{25}{8}$ (۴) $-\frac{5}{4}$

◆ جمع‌بندی روش کلی حل معادله درجه دوم:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \Rightarrow \text{دو ریشه حقیقی} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \\ \Delta = 0 \Rightarrow \text{یک ریشه مضاعف} \Rightarrow x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a} \\ \Delta < 0 \Rightarrow \text{فاقد ریشه حقیقی} \end{cases}$$

تست ۳۵ تعداد جواب‌های معادله $1 + 6x - 4x^2 = 0$ کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

نکته: در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ؛

۱) $a + b + c = 0 \rightarrow x_1 = 1$ یا $x_2 = -\frac{c}{a}$

۲) $a + c = b \rightarrow x_1 = -1$ یا $x_2 = -\frac{c}{a}$

تست ۳۶ کدام یک از مقادیر زیر یک ریشه از معادله $100x^2 + 99x - 1 = 0$ است؟

- (۱) $\frac{99}{100}$ (۲) $-\frac{99}{100}$ (۳) $\frac{1}{100}$ (۴) $-\frac{1}{100}$

نکته: شرط آنکه عبارت درجه دوم $P = ax^2 + bx + c$ مربع کامل باشد، این است که $a > 0$ و $b^2 - 4ac = 0$ باشد.

تست ۳۷ برای آنکه سه جمله‌ای $x^2 + 2x + 3a$ مربع کامل شود، a باید چه مقداری باشد؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۱ (۴) -۱

تست ۳۸ به ازای کدام مقدار m عبارت $\frac{1}{4}mx^2 + mx + 1$ مربع کامل است؟

- (۱) $\pm \frac{5}{2}$ (۲) ± 4 (۳) ± 5 (۴) ± 10

روابط بین ریشه‌های معادله درجه دو

هرگاه معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ دو ریشه α و β داشته باشد:

$ax^2 + bx + c = 0$ (ریشه‌ها α, β ، $\Delta \geq 0$)

جمع دو ریشه $S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

ضرب دو ریشه $P = \alpha\beta = \frac{c}{a}$

تفاضل دو ریشه $D = |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

تست ۳۹ اگر یکی از ریشه‌های معادله $3x^2 + ax - 8 = 0$ برابر ۲- باشد، ریشه دیگر کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

تست ۴۰ در معادله درجه دوم $x^2 - (b-2)x + 2b = 0$ مجموع ریشه‌ها برابر ۱۰ است، ریشه بزرگتر کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

تست ۴۱ اگر α و β ریشه‌های معادله $3x^2 - 8x - 6 = 0$ باشند، حاصل $\alpha^2\beta + \beta^2\alpha$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $-\frac{16}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

تست ۴۲ اگر در معادله $\frac{m}{4}x^2 - 2x - 3 = 0$ تفاضل ریشه‌ها صفر شود، مقدار m برابر است با:

- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

تست ۴۳ به ازای چه مقدار m ریشه‌های حقیقی معادله $mx^2 + 3x + m^2 - 2 = 0$ وارون یکدیگرند؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

تست ۴۴ مقدار عبارت $x^2 - (a+b+1)x + a+b$ به ازای $x=a+b$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) a (۳) b (۴) $(a+b)^2$

نکته: اگر $\alpha + \beta$ و $\alpha\beta$ برابر اعداد معلوم S و P باشند، معادله درجه دومی که α و β ریشه‌های آن باشند، به صورت $x^2 - Sx + P = 0$ است.

تست ۴۵ در کدام معادله جواب‌ها به صورت $3 - 2\sqrt{2}$ و $3 + 2\sqrt{2}$ است؟

- (۱) $x^2 - 6x + 1 = 0$ (۲) $x^2 + 6x + 1 = 0$
(۳) $x^2 - 6x - 1 = 0$ (۴) $x^2 + 6x - 1 = 0$

تست ۴۶ مربع دو برابر عددی از ۱۲ برابر آن عدد ۹ واحد کمتر است. معکوس این عدد کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{4}{3}$

تست ۴۷ دو برابر مقدار مثبتی از ثلث مربع آن ۹ واحد کمتر است. این مقدار کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۱۸

تست ۴۸ مجموع مربعات دو عدد طبیعی متوالی ۲۵ است. عدد بزرگتر کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) -۴ (۴) ۵

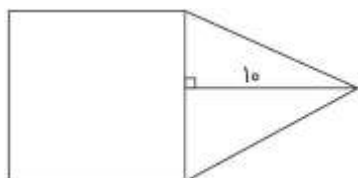
◆ یادآوری:

- محیط مربع به ضلع x برابر $4x$ است.
- مساحت مربع به ضلع x برابر x^2 است.
- مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصلضرب قاعده در ارتفاع

تست ۴۹ محیط مربعی که قطر آن $2\sqrt{5}$ است، کدام می‌باشد؟

- (۱) $\sqrt{10}$ (۲) $4\sqrt{5}$ (۳) $8\sqrt{5}$ (۴) $4\sqrt{10}$

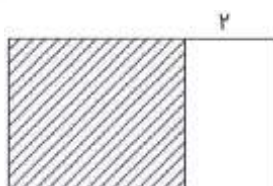
تست ۵۰ در شکل زیر، مساحت مثلث متساوی‌الساقین، از $\frac{2}{3}$ مساحت مربع به اندازه $\frac{8}{3}$ واحد مربع، کمتر است. مساحت



مثلث، کدام است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۵
(۳) ۴۰ (۴) ۴۵

تست ۵۱ در شکل زیر، مساحت مربع از $\frac{3}{4}$ مساحت مستطیل بزرگتر، ۱۸ واحد مربع بیشتر است. محیط مستطیل بزرگتر



کدام است؟

- (۱) ۴۴ (۲) ۴۸
(۳) ۵۲ (۴) ۵۴

حل مسایل اقتصادی به کمک توابع درآمد، هزینه و سود

در هر مساله اقتصادی اگر x ، مقدار یا تعداد محصول باشد، توابع سود $P(x)$ ، درآمد $R(x)$ و هزینه $C(x)$ بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$P(x)$: سود حاصل از فروش x واحد کالا

$R(x)$: درآمد حاصل از فروش x واحد کالا

$C(x)$: هزینه تولید x واحد کالا

و رابطه زیر بین آنها برقرار است:

$$P(x) = R(x) - C(x) \quad ; \quad \text{هزینه} - \text{درآمد} = \text{سود}$$

نکته ۱: در حل مسائل اقتصادی، «نقطه سر به سر» نقطه‌ای است که در آن درآمد با هزینه، برابر می‌شود. به عبارت دیگر در نقطه سر به سر، سود شرکت برابر صفر است.

نکته ۲: حداقل تعداد کالایی که شرکت تولیدی را به سودآوری می‌رساند، یک واحد بیشتر از تعداد کالای تولیدی در نقطه سر به سر است.

۵۲ شرکتی هر کالای خود را ۳۲۵ واحد پولی می‌فروشد. اگر هزینه تولید x کالا از معادله $C(x) = 24 \cdot x + a$ حاصل

شود و با فروش حداقل ۱۳ کالا شرکت به سوددهی برسد، تابع سود شرکت کدام می‌تواند باشد؟

$$P(x) = \lambda \Delta x - 12 \dots (2)$$

$$P(x) = \lambda \Delta x - 13 \dots (1)$$

$$P(x) = \Delta x - 1.2. \quad (4)$$

$$P(x) = \lambda \Delta x - 1150 \quad (3)$$

یک شرکت برای تولید x کالا، $۳۰x + ۶۰۰۰$ تومان هزینه می‌کند و هر کالا را ۱۸۰ تومان می‌فروشد. این شرکت با

تولید حداقل چه تعداد کالا، سود می‌کند؟

38 (4)

۳۹ (۳)

٢٠ (٢)

۴۱ (۱)

۵۴ یک تولیدی، روزانه x کالا تولید و به قیمت هر واحد ۲۰۰۰ تومان به فروش می‌رساند. اگر رابطه هزینه تولید x کالا

به صورت $500x + 75000$ باشد، به ازای فروش چه تعداد کالا، تولیدی به نقطه‌سبز به سر می‌رسد؟

5. (f)

55 (3)

٦٠ (٢)

65 (1)

یہ دراشتے:

حل معادلات گویا

درس ۳

◆ عبارت گویا:

کسرهایی را که صورت و مخرج آنها چندجمله‌ای باشند عبارت‌های گویا می‌نامند. مثلاً $\frac{2xy}{x+y}$ و $x^2 - 5x + \sqrt{3}$ عبارت‌هایی گویا

هستند ولی $\frac{\sqrt{x}}{x+1}$ و $\frac{1}{|x-1|}$ گویا نیستند، چون $\sqrt{x}$ و $|x-1|$ چندجمله‌ای نیستند.

◆ معادله گویا:

به معادله‌ای که در آن عبارت‌های گویا وجود داشته باشد معادله گویا می‌گویند.

مثال

هر یک از معادله‌های زیر معادله‌ای گویا هستند.

$$۱) \frac{x}{2-x} + \frac{2}{x} = 5$$

$$۲) \frac{x-2}{x-4} = \frac{x+1}{x+3}$$

◆ روش‌های حل معادله گویا

روش اول: مخرج مشترک گیری

همه عبارت‌های گویا را به یک طرف معادله منتقل می‌کنیم سپس مخرج مشترک می‌گیریم و عبارت‌ها را تا جایی ساده می‌کنیم که

به فرم $\frac{p(x)}{q(x)} = 0$ تبدیل شود. اینک با حل معادله $p(x) = 0$ مقادیر x بدست می‌آیند. توجه داشته باشید ریشه به دست آمده مخرج

کسر را صفر نکند.

تست ۵۵ معادله $\frac{10}{x-3} - \frac{5(x-1)}{x-3} = 2$ چند جواب دارد؟

(۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

تست ۵۶ در معادله $\frac{x}{x-2} + \frac{1}{x} = 3$ حاصل ضرب ریشه‌ها کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) ۱ (۴) ۲

روش دوم: در این روش دو طرف معادله گویا را در مخرج مشترک، ضرب می‌کنیم.

تست ۵۷ معادله $\frac{3x+5}{x^2+5x} + \frac{x+4}{x+5} = \frac{x+1}{x}$ چند ریشه دارد؟

(۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

تست ۵۸ تعداد ریشه‌های معادله $\frac{x^2-2x+2}{x^2-2x} - \frac{1+x}{x} = \frac{x-1}{x-2}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۰

تست ۵۹ به ازای کدام مقدار a معادله $\frac{x}{a-x} + \frac{a-x}{2} = \frac{a}{x}$ دارای جواب $x=2$ است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

روش سوم: وقتی معادله گویا به صورت $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ باشد برای حل آن کافیت طرفین، وسطین کنیم.

تست ۶۰ مجموع ریشه‌های معادله $\frac{x-3}{x} = \frac{2}{x+3}$ برابر است با:

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۹ (۴) -۸

تست ۶۱ به ازای کدام مقدار a معادله $\frac{x+4}{3a+1} = -\frac{3}{x-2}$ دارای مجموعه جواب $\{-1\}$ است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) ۲ (۴) ۳

تست ۶۲ مقدار k کدام باشد که ریشه معادله $\frac{x-2}{5x} = \frac{1}{k-1} - \frac{4}{15x}$ برابر ۴ باشد؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۲۹ (۳) ۷ (۴) ۵

تست ۶۳ جواب‌های معادله $\frac{1}{x^3+x^2} = \frac{2}{x+1}$ کدام است؟

- (۱) $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\pm \sqrt{2}$ (۴) ۱ و $-\frac{1}{2}$

نکته: گاهی اوقات برای حل معادلات گویا از تغییر متغیر استفاده می‌کنیم.

تست ۶۴ جواب‌های معادله $\frac{1}{(x-2)^2} + \frac{2}{x-2} - 3 = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ و ۱ (۲) $\frac{5}{3}$ و -۳ (۳) $\frac{5}{3}$ و ۳ (۴) $\frac{1}{3}$ و -۱

♦ حل مسائل توصیفی به کمک معادله گویا

تست ۶۵ مجموع معکوس دو عدد زوج طبیعی متوالی برابر $\frac{5}{11}$ است. عدد کوچکتر کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۶ (۴) ۴

تست ۶۶ گلدانی از جنس نقره و مس داریم که نسبت وزن نقره خالص به وزن مس خالص آن برابر با ۸ است. استاد قلمکار

آن را ذوب و ۲۰۰ گرم مس به آن اضافه کرد و گلدان جدیدی ساخت. می‌دانیم $\frac{3}{4}$ وزن گلدان جدید، نقره است. وزن نقره

به کار رفته در گلدان جدید چند گرم است؟

- (۱) ۱۰۶۰ (۲) ۹۶۰ (۳) ۱۰۸۰ (۴) ۹۸۰

تست ۶۷ پدري تعدادی شکلات را بین خودش و اعضای خانواده‌اش به طور مساوی تقسیم می‌کند؛ اما برای اینکه به هر نفر

تعداد بیشتری شکلات برسد، سهم خودش را می‌بخشد و این بار همه شکلات‌ها را بین اعضای خانواده‌اش به طور مساوی

تقسیم می‌کند تا سهم هر نفر به اندازه $\frac{1}{6}$ کل شکلات‌ها، بیشتر شود. تعداد اعضای خانواده به همراه پدر چند نفر است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

نکته: دسته‌ای از مسایل توصیفی هستند که با نوشتن یک معادله گویا در واحد زمان (یک ثانیه، یک دقیقه، یک ساعت، یک روز، یک هفته، یک ماه، یک سال) حل می‌شوند.

ت ۶۸ دو کارگر وقتی با هم کار می‌کنند، کاری را در ۱۲ روز انجام می‌دهند، ولی اگر به تنهایی کار می‌کردند نفر اول ۱۰ روز زودتر از نفر دوم کار را تمام می‌کرد. کارگر دوم به تنهایی کار را در چند روز تمام می‌کند؟

- ۴۰ (۴) ۳۰ (۳) ۱۴ (۲) ۱۳ (۱)

ت۶۹ دو شیر آب A و B به یک استخر متصل‌اند. اگر فقط یکی از شیرها باز باشد، شیر A استخر را ۲ ساعت زودتر از شیر B پر می‌کند. چنانچه دو شیر را با هم باز کنیم، آنگاه استخر در ۱ ساعت و ۲۰ دقیقه پر می‌شود. اگر شیر B به تنهایی باز باشد، استخر در چند ساعت پر می‌شود؟

- ۴ (۴) ۶ (۳) ۸ (۲) ۱۴ (۱)

نکته ۷۰) شخص A کاری را ۲۰ روز زودتر از شخص B انجام می‌دهد. اگر این دو نفر با هم کار کنند، کار ۱۶ روز زودتر از حالتی که شخص A به تنهایی کار می‌کرد تمام می‌شود. شخص B به تنهایی کار را در چند روز انجام می‌دهد؟

70. (4) 60. (3) 25. (2) 40. (1)

یہ دراشتے:

فصل دوم

تابع

مفاهیم اولیه تابع

درس ۱

زوج مرتب

به هر دوتایی مانند (a, b) که ترتیب قرار گرفتن a و b در آن مهم باشد، زوج مرتب می‌گویند. a را مؤلفه یا مختص اول زوج مرتب و b را مؤلفه یا مختص دوم زوج مرتب می‌گویند.

مثال
هر نقطه در صفحه مختصات مانند $A(1, 2)$ و $B(3, 5)$ و ... همگی زوج مرتب هستند. زیرا اگر جای ۲ و ۱ در نقطه A را عوض کنیم، $A'(2, 1)$ نقطه دیگری خواهد بود.

مثال
مجموعه $\{1, 2\}$ یک زوج مرتب نیست، زیرا با جابه‌جا کردن ۲ و ۱ در مجموعه، مجموعه $\{2, 1\}$ به وجود می‌آید و این مجموعه با مجموعه قبلی یکسان است؛ یعنی ترتیب قرار گرفتن مهم نیست. پس مجموعه $\{1, 2\}$ زوج مرتب نیست.

♦ تساوی دو زوج مرتب:

دو زوج مرتب (a, b) و (c, d) در صورتی با هم برابرند که مؤلفه‌های اولشان برابر و مؤلفه‌های دومشان نیز برابر باشند یعنی:
 $(a, b) = (c, d) \Rightarrow a = c, b = d$

تست ۷۱ اگر دو زوج مرتب $(x + 3, y - 2)$ و $(5 - x, x + 2y)$ با هم برابر باشند، xy کدام است؟
 (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

مفهوم تابع

یک رابطه از مجموعه A به مجموعه B یک تابع نامیده می‌شود، هرگاه متناظر با هر متغیر مستقل مانند x از مجموعه A دقیقاً یک متغیر وابسته مانند y از مجموعه B بتوان نظیر کرد.

مثال
دوچرخه‌سواری با سرعت $3 \frac{m}{s}$ در حال حرکت است. (یعنی در هر ثانیه ۳ متر حرکت می‌کند). به جدول زیر دقت کنید:

t(s)	۰	۱	۲	۳
d(m)	۰	۳	۶	۹

در این جدول متغیر t به صورت مستقل تغییر می‌کند و متغیر مسافت d براساس تغییرات t تغییر می‌کند. چون برای هر متغیر مستقل t دقیقاً یک متغیر وابسته d نسبت داده می‌شود، پس متغیر d تابعی از تغییرات t است.

تست ۷۲ کدام یک از روابط زیر تابع است؟

- (۱) رابطه‌ای که به هر کشور، شهری را نسبت می‌دهد.
- (۲) رابطه‌ای که به هر شهر، نماینده آن در مجلس را نسبت می‌دهد.
- (۳) رابطه‌ای که به هر شهر، سوغات آن را نسبت می‌دهد.
- (۴) رابطه‌ای که به هر مسلمان قبله او را نسبت می‌دهد.

تست ۷۳ چه تعداد از روابط زیر تابع نیست؟

- (الف) رابطه‌ای که به هر فرد، فرزندش را نسبت می‌دهد.
- (ب) رابطه‌ای که به هر مستطیل، محیطش را نسبت می‌دهد.
- (ج) رابطه‌ای که به هر کتاب، تعداد صفحات آن را نسبت می‌دهد.

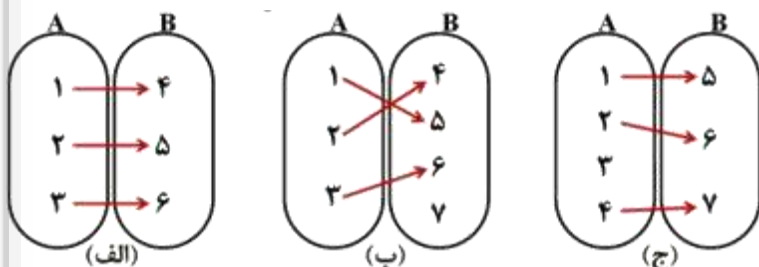
(۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

نمایش‌های مختلف تابع

۱- نمایش پیکانی:

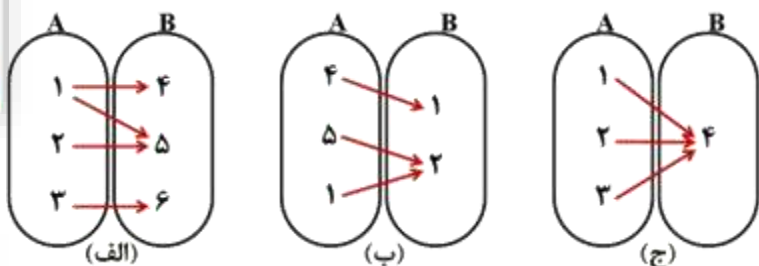
در نمایش پیکانی، یک رابطه از مجموعه A به مجموعه B تابع است هرگاه از هر عضو A دقیقاً یک پیکان خارج شده و به عضو از B منتقل شود.

تست ۷۴ چند رابطه از مجموعه A به مجموعه B تابع است؟



- (۱) ۰
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۳

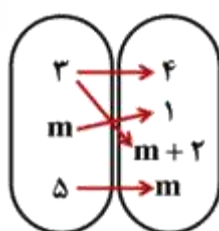
تست ۷۵ چند رابطه از روابط زیر تابع نیست؟



- (۱) ۰
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۳

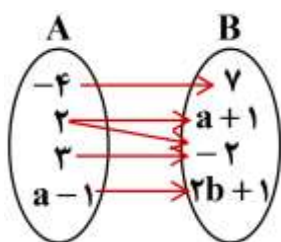
نکته: اگر در نمایش پیکانی از A به B از یک عضو A دو پیکان به دو عضو از B وصل شده باشد در صورتی رابطه تابع است که آن دو عضو B یکسان باشند.

تست ۷۶ به ازای کدام مقدار m رابطه زیر تابع است؟



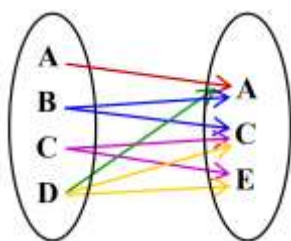
- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

تست ۷۷ اگر نمودار پیکانی زیر مربوط به یک تابع باشد، $a + b$ کدام است؟



- (۱) ۰
- (۲) ۱
- (۳) -۱
- (۴) -۲

تست ۷۸ حداقل چند پیکان از نمودار ون زیر حذف کنیم تا رابطه حاصل یک تابع شود؟



- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۵

۲- نمایش جدولی:

گاهی اوقات در نمایش رابطه f از A به B اعضای مرتبط از مجموعه A به مجموعه B را در دو سطر و عضوهای مرتبط را زیر هم قرار می‌دهند. اگر در این نمایش، تمام مؤلفه‌های سطر اول متفاوت باشند، گوییم f تابع است.

تست ۷۹ چند رابطه از روابط جدولی زیر یک تابع است؟

x	۴	۲	۰	-۱	$\sqrt{۴}$
y	-۱	۱	۰	۱	۲

(الف)

x	۲	-۳	۱	۲
y	$\sqrt{۳}$	$\sqrt{۳}$	۱	$(\sqrt{۳})^{-۱}$

(ب)

x	۲	۴	۱	-۱
y	۳	۳	۲	۴

(ج)

- (۱) ۰
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۳

تست ۸۰ اگر رابطه جدول زیر یک تابع باشد، $a^2 - b^2$ کدام است؟

x	۳	۱	۳	۱
y	۶	$2a - b$	$a + 2b$	۲

- (۱) -۲
- (۲) -۸
- (۳) ۰
- (۴) -۴

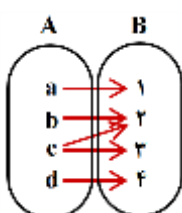
۳- نمایش زوج مرتبی:

گاهی اوقات در نمایش رابطه f از A به B اعضای مرتبط از A به B را به صورت زوج مرتب نمایش می‌دهند که در آن مؤلفه‌های اول از A و مؤلفه‌های دوم از B هستند. اگر در این نمایش، تمام مؤلفه‌های اول متفاوت باشند، گوییم f یک تابع است.

تست ۸۱ در رابطه $f = \{(2, 1), (3, 4), (5, 1), (2, 4), (3, 4), (1, 1)\}$ چند زوج مرتب حذف شود تا رابطه تابع شود؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

تست ۸۲ در نمودار پیکانی زیر با حذف کدام عضو این رابطه، تابع خواهد شد؟



- (۱) (c, ۲)
- (۲) (b, ۲)
- (۳) (c, ۳)
- (۴) موارد (۱) یا (۳)

تست ۸۳ رابطه $f = \{(1, 2), (-1, m-1), (-1, 2m)\}$ یک تابع باشد، m کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) -۱

تست ۸۴ اگر رابطه f تابع باشد، در این صورت $x^2 + y^2$ کدام است؟

$$f = \{(2, x+y), (2, 4), (5, 2), (3, 4), (5, x-y)\}$$

- (۱) ۴ (۲) ۷ (۳) ۱۰ (۴) ۵

تست ۸۵ به ازای کدام مقدار m رابطه روبه‌رو یک تابع است؟

$$f = \{(-1, 4), (3, 4), (2, 0), (3, m+3), (2, m^2 - m)\}$$

- (۱) هیچ مقدار (۲) -۱ (۳) ۰ (۴) ۱

تست ۸۶ به ازای کدام مقدار m رابطه $f = \{(1, 4), (2, 1), (5, 3), (2, m^2), (m, 3)\}$ یک تابع است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۵

تست ۸۷ اگر رابطه $f = \{(2, a+3), (1, a-1), (2, 5), (3, 2)\}$ تابع باشد، a کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

نکته: هر زیرمجموعه از تابع f ، یک تابع است.

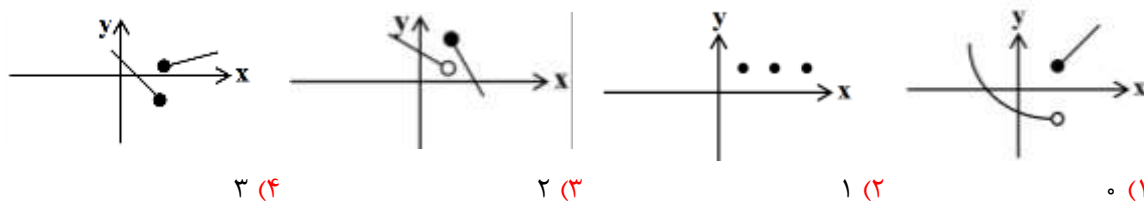
تست ۸۸ دو تابع f و g به صورت مجموعه زوج مرتب‌ها بیان شده‌اند. در حالت کلی کدام رابطه ممکن است تابع نباشد؟

- (۱) $f \cap g$ (۲) $f - g$ (۳) $g - f$ (۴) $f \cup g$

۴- نمایش نموداری (نمایش مختصاتی):

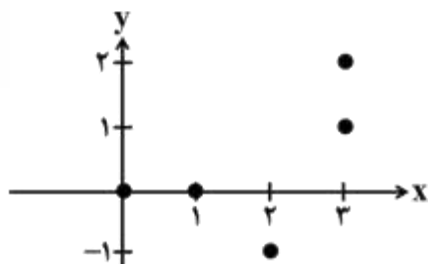
اگر هر یک از زوج‌های مرتب‌های یک رابطه را در دستگاه مختصات مشخص کنیم، به این نمایش، نمایش نموداری رابطه می‌گویند. در این نمایش، رابطه‌ای تابع است که هر خط موازی محور عرض‌ها، نمودار را نهایتاً در یک نقطه قطع کند.

تست ۸۹ چه تعداد از نمودارهای زیر تابع نیستند؟



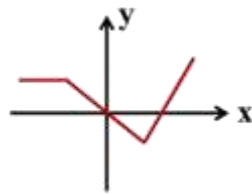
- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

تست ۹۰ با حذف کدام نقطه، رابطه زیر تابع می‌شود؟

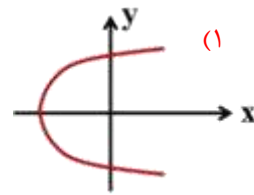


- (۱) $(2, -1)$
(۲) $(1, 0)$
(۳) $(3, 2)$
(۴) $(0, 0)$

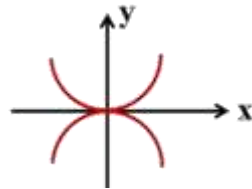
تست ۹۱ کدام یک از اشکال زیر نمودار یک تابع است؟



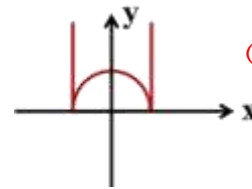
(۲)



(۱)

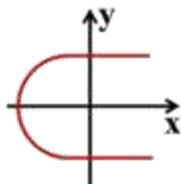


(۲)



(۳)

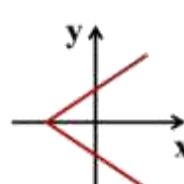
تست ۹۲ کدام یک از اشکال زیر نمودار یک تابع است؟



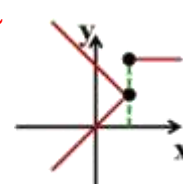
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

یادداشت:



برای خرید نسخه چاپی یا تدریس ویدئویی این جزوه به سایت و یا کانال تلگرامی «آموزشگاه مجازی احمدی» مراجعه کنید.

برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد این جزوات و پکیج‌ها به شماره ۰۹۱۲۳۷۰۸۴۷۶ در تلگرام یا واتساپ و یا به صورت SMS پیام بدهید.

Ahmadi63amoozesh.com
[@ahmadi63amoozesh](https://www.instagram.com/ahmadi63amoozesh)

ضابطه جبری تابع

درس ۲

ضابطه تابع

گاهی اوقات می‌توانیم رابطه بین مؤلفه‌های اول و دوم زوج مرتب‌های مربوط به یک تابع را با یک ضابطه (قانون) بیان می‌کنیم.

تست ۹۳ ضابطه تابع جدول مقابل کدام می‌تواند باشد؟

x	-1	0	1
y	0	-1	0

$$y = x^2 - 1 \quad (۲) \quad y = x + 1 \quad (۱)$$

$$y = x^2 + 1 \quad (۴) \quad y = x - 1 \quad (۳)$$

قرارداد: هرگاه تابع f را به عنوان یک ماشین در نظر بگیریم و x متغیر مستقل فرض شود، در این صورت تأثیر تابع f روی x را با $f(x)$ نمایش می‌دهیم و حاصل این تأثیر همان y یعنی متغیر وابسته است.

نتیجه‌گیری (مقدار تابع در یک نقطه): اگر نقطه $(a, b) \in f$ باشد، آنگاه مقدار تابع f در $x = a$ برابر b است و می‌نویسیم $f(a) = b$.

تست ۹۴ در تابع $f = \{(1, 2), (0, 3), (-1, 4), (2, 4), (4, 1)\}$ مقدار $\frac{3f(1) - 2f(-1)}{(f(4))^2}$ کدام است؟

$$-2 \quad (۱) \quad -1 \quad (۲) \quad 1 \quad (۳) \quad 2 \quad (۴)$$

تست ۹۵ در تابع $f = \{(2, 5), (3, 1), (4, 2), (1, 4)\}$ مقدار $2f(1) - f(2)$ کدام است؟

$$1 \quad (۱) \quad 2 \quad (۲) \quad 3 \quad (۳) \quad 4 \quad (۴)$$

تست ۹۶ در تابع $f = \{(2, 3), (3, 1), (4, 2), (1, 4)\}$ مقدار $2f(2) - f(4)$ کدام است؟

$$2 \quad (۱) \quad 3 \quad (۲) \quad 4 \quad (۳) \quad 7 \quad (۴)$$

♦ **تعریف تابع با نمایش ضابطه‌ای:**

یک تابع مانند f از مجموعه A به مجموعه B قانون یا ضابطه‌ای است که به هر عضو از A دقیقاً یک عضو از مجموعه B را نسبت دهد.

تست ۹۷ مساحت یک مربع (S) به عنوان تابعی از محیط آن مربع (P) کدام است؟

$$S = \frac{P}{4} \quad (۴) \quad S = \frac{P^2}{4} \quad (۳) \quad S = \frac{P}{16} \quad (۲) \quad S = \frac{P^2}{16} \quad (۱)$$

نکته: برای محاسبه مقدار تابع f در $x=a$ در صورتی که ضابطه آن معلوم باشد کافیست به جای x در تابع مقدار a را قرار دهید تا مقدار $f(a)$ به دست آید.

تست ۹۸: اگر $f(x) = x\sqrt{x^2+5}$ و $g(x) = |2x-1|$ باشند، حاصل $f(-2)g(-2)$ کدام است؟
 (۱) ۱۰ (۲) -۱۰ (۳) ۳۰ (۴) -۳۰

تست ۹۹: اگر $f(x) = x + \sqrt{2}$ و $g(x) = 4 + \sqrt{x}$ باشد، حاصل $\frac{f(2)}{g(8)}$ کدام است؟
 (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۲

تست ۱۰۰: اگر $f(x) = ax^2 + x + 4$ و $f(1) = 7$ باشد، مقدار $f(-3)$ کدام است؟
 (۱) ۲۲ (۲) ۱۹ (۳) -۱۷ (۴) -۱۱

تست ۱۰۱: در تابع $f(x) = 4x - \sqrt{1+2x}$ ، مقدار $f(\frac{3}{4})$ کدام است؟
 (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۵

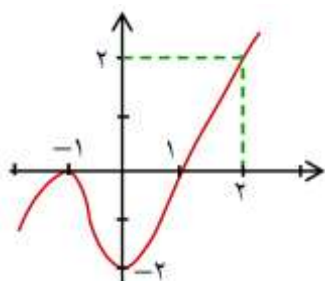
تست ۱۰۲: اگر $f(x) = 3 + \sqrt{2x}$ باشد، آنگاه $f(8)$ کدام است؟
 (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۷ (۴) ۸

تست ۱۰۳: اگر نقطه $A(-2, 2)$ عضوی از تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{kx-2}{3x+k+1}$ باشد، مقدار $\frac{k+1}{3}$ برابر است با:
 (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۸

تست ۱۰۴: اگر مقدار آب یک مخزن، تابعی از زمان t باشد و ضابطه آن $V(t) = 2t^2 + 1$ باشد، پس از گذشته چه مدت زمان آب مخزن برابر ۹ لیتر خواهد شد؟
 (۱) ۸ ثانیه (۲) ۴ ثانیه (۳) ۲ ثانیه (۴) ۹ ثانیه

نکته: اگر نقطه (a, b) روی نمودار f باشد، آنگاه $f(a) = b$ است.

تست ۱۰۵: با توجه به شکل زیر حاصل کسر $\frac{f(2)-f(1)}{f(0)-f(-1)}$ کدام است؟



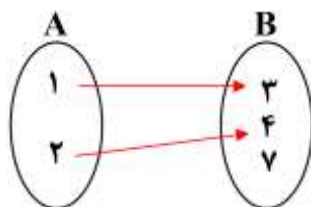
- (۱) -۱
 (۲) -۲
 (۳) -۳
 (۴) -۴

دامنه و برد تابع

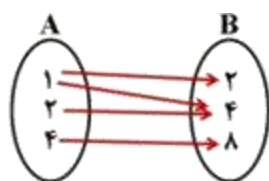
در یک تابع از مجموعه A به مجموعه B، مجموعه A را دامنه تابع و عضوهای مرتبط در مجموعه B را برد تابع می‌گویند.

مثال

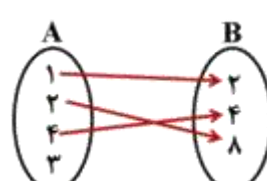
در تابع f از A به B با نمایش پیکانی زیر دامنه و برد را بیابید.



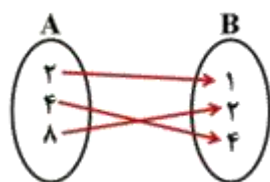
تست ۱۰۶ کدام رابطه زیر تابعی با دامنه $\{1, 2, 4\}$ و برد $\{2, 4, 8\}$ است؟



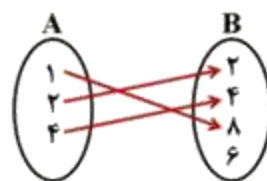
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

تست ۱۰۷ با توجه به رابطه $f = \{(1, 4), (1, 3), (2, 1), (3, 2)\}$ زیرمجموعه‌ای از f که به صورت یک تابع با برد $\{2, 1\}$ باشد

دارای چه دامنه‌ای است؟

(۴) $\{1, 2\}$

(۳) $\{1, 4\}$

(۲) $\{1, 3\}$

(۱) $\{2, 3\}$

تست ۱۰۸ هرگاه $f: \{0, -1, 1, 2, -2\} \rightarrow B$ یک تابع با ضابطه $f(x) = x^2 + 1$ باشد، مجموعه برد تابع چند عضو دارد؟

(۴) ۲

(۳) ۳

(۲) ۴

(۱) ۵

تست ۱۰۹ تعداد اعضای مجموعه برد تابع $f = \{(1, 2), (a, 2b+1), (1, a-1), (3, 5)\}$ کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

تست ۱۱۰ اگر برد تابع $y = x^2 - x$ مجموعه $\{0, 2\}$ باشد، تابع چند عضوی است؟

(۴) ۵ عضوی

(۳) ۴ عضوی

(۲) ۳ عضوی

(۱) ۲ عضوی

تست ۱۱۱ اگر $f(x) = x^2 - 1$ و $D_f = \{-1, 2, 3\}$ باشد، کدام گزینه در برد تابع f وجود ندارد؟

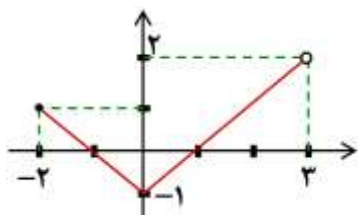
(۴) ۸

(۳) ۹

(۲) ۳

(۱) ۰

نکته ۱۱۲ با توجه به نمودار تابع f اشتراک دامنه و برد تابع f برابر است با:



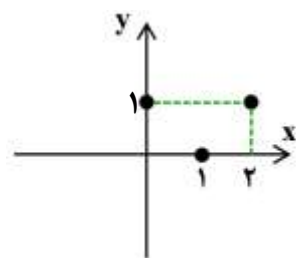
(۱) $\{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$

(۲) $\{x \mid -1 \leq x < 2\}$

(۳) $\{x \mid -2 \leq x < 3\}$

(۴) $\{x \mid -2 \leq x < 2\}$

نکته ۱۱۳ در مورد نمودار مختصات شکل مقابل کدام گزینه صحیح است؟



(۱) $f(x) = x^2 - 1$ و $D_f = \{0, 1, 2\}$

(۲) $f(x) = (x-1)^2$ و $R_f = \{0, 1, 2\}$

(۳) $f(x) = x^2 - 1$ و $D_f = \{0, 1\}$

(۴) $f(x) = (x-1)^2$ و $R_f = \{0, 1\}$

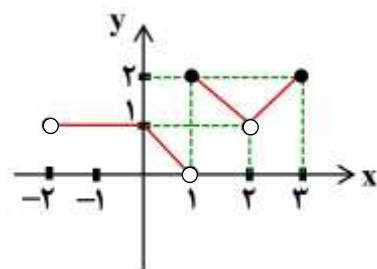
نکته ۱۱۴ در تابع $f = \{(3, 2a), (-2, 3), (4, 5-3a)\}$ اگر $\frac{f(3)+f(4)}{f(-2)} = 2$ باشد، برد تابع f کدام گزینه است؟

(۱) $\{2, 3, -4\}$ (۲) $\{-2, 3, 8\}$ (۳) $\{3, -4, 6\}$ (۴) $\{2, -1, 4\}$

نکته ۱۱۵ تعداد اعضای مجموعه برد تابع $f = \{(4, 2), (2a, 3b-1), (4, a-1), (6, 5)\}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

نکته ۱۱۶ دامنه تابع زیر کدام است؟



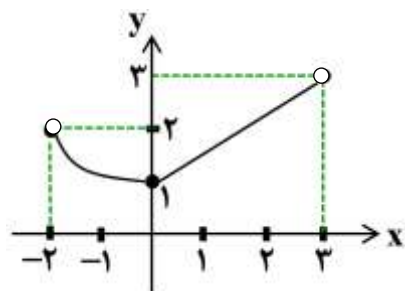
(۱) $D_f = \{x \mid -2 < x \leq 3\}$

(۲) $D_f = \{x \mid -2 < x < 2, 2 < x \leq 3\}$

(۳) $D_f = \{x \mid -2 < x < 2\}$

(۴) $D_f = \{x \mid -2 \leq x < 3\}$

نکته ۱۱۷ برد تابع شکل زیر کدام مجموعه است؟



(۱) $R_f = \{y \mid 1 \leq y < 3\}$

(۲) $R_f = \{y \mid 1 \leq y < 3, y \neq 2\}$

(۳) $R_f = \{y \mid 1 < y \leq 3\}$

(۴) $R_f = \{y \mid 1 < y \leq 3, y \neq 2\}$

نمودار تابع خطی

درس ۳

تابع خطی (درجه یک)

هر تابع به صورت $y = f(x)$ که در آن $y = mx + h$ می باشد، یک تابع خطی نامیده می شود.

مثال

$$y = 2x + 5$$

$$y = -x - 3$$

$$f(x) = 8 - 3x$$

$$f(x) = 12x - 1$$

♦ نمودار تابع خطی:

نمودار تابع خطی همان گونه که از نامش پیداست، یک خط است.

بدیهی است برای رسم نمودار تابع خطی کفایت دو نقطه از آن را داشته باشیم.

$$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$$

$$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\begin{cases} y_1 = mx_1 + h \\ y_2 = mx_2 + h \end{cases} \Rightarrow m = \dots, h = \dots$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

تست ۱۱۸) تابع خطی از نقاط $(-4, 3)$ و $(2, -3)$ می گذرد، مقدار $f(-2)$ کدام است؟

۱ (۴)

۳ (۳)

۶ (۲)

صفر (۱)

تست ۱۱۹) در تابع خطی f اگر $f(2) = 4$ و $f(1) = 1$ باشد، آنگاه مجموع شیب و عرض از مبدأ تابع کدام گزینه است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

تست ۱۲۰) اگر f و g توابعی خطی باشند به طوری که مانند عبارت زیر باشد، آنگاه حاصل $f(4) - g(2)$ کدام است؟

$$g(3) = 13, f(3) = 15, f(x+1) = g(x) + 3x - 2$$

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

۱۴ (۲)

۹ (۱)

تست ۱۲۱) اگر دامنه تابع خطی $y = \frac{3}{4}x - 2$ را $D_f = \{x | -8 < x \leq 0\}$ در نظر بگیریم، مجموعه برد تابع کدام است؟

$$R_f = \{y | -6 \leq y < 1\} \quad (۲)$$

$$R_f = \{y | -6 < y \leq -1\} \quad (۱)$$

$$R_f = \{y | -8 < y \leq 2\} \quad (۴)$$

$$R_f = \{y | -8 < y \leq -2\} \quad (۳)$$

نمودار تابع درجه ۲

درس ۴

تابع درجه دوم

ضابطه تابع درجه دوم در حالت کلی به صورت $y = ax^2 + bx + c$ که در آن $a \neq 0$ است.

مثال

هریک از توابع زیر تابع درجه دوم هستند که نمودار مختصاتی آنها به «سهمی» معروف است.

۱) $y = 2x^2 - 1$

۲) $y = x^2 - 6x$

۳) $y = x^2 - 4x + 3$

نکته: در سهمی $y = ax^2 + bx + c$ اگر $a > 0$ باشد، نمودار به صورت $\cup$ و دارای مینیمم است و اگر $a < 0$ باشد، نمودار به صورت $\cap$ و دارای ماکزیمم است.

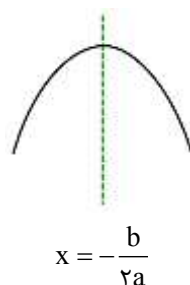
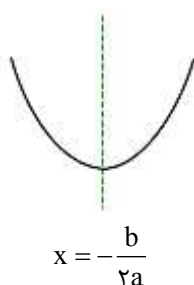
تست ۱۲۲: حدود k به چه صورت باشد تا تابع درجه دوم $f(x) = (2k+1)x^2 - 3x - k$ دارای ماکزیمم گردد؟

$$(1) \quad k > -\frac{1}{2} \quad (2) \quad k < -\frac{1}{2} \quad (3) \quad 0 < k < \frac{1}{2} \quad (4) \quad -\frac{1}{2} < k < 0$$

تست ۱۲۳: به ازای چه مقادیری از a تابع درجه دوم $y = (a-1)x^2 + ax$ دارای مینیمم است؟

$$(1) \quad a < 1 \quad (2) \quad a > 2 \quad (3) \quad a = 1 \quad (4) \quad a > 1$$

نکته: در سهمی $y = ax^2 + bx + c$ خط قائم به معادله $x = -\frac{b}{2a}$ محور تقارن است.



تست ۱۲۴: محور تقارن سهمی $y = (x+2)(x-3)$ کدام است؟

$$(1) \quad x = \frac{1}{2} \quad (2) \quad x = -2 \quad (3) \quad x = \frac{2}{3} \quad (4) \quad x = -1$$

نکته: در سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ طول رأس به صورت $x = -\frac{b}{2a}$ است و برای پیدا کردن عرض آن (مینیمم یا ماکزیمم

تابع) کافیست $f(-\frac{b}{2a}) = -\frac{\Delta}{4a}$ را حساب کنیم.

تست ۱۲۵ مختصات رأس سهمی $y = -6x^2 + 12x + 1$ کدام است؟

- (۱) $(-1, -7)$ (۲) $(1, 7)$ (۳) $(7, 1)$ (۴) $(-7, -1)$

تست ۱۲۶ رأس سهمی $y = -x^2 + 3x$ در کدام ناحیه است؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

تست ۱۲۷ سهمی $y = ax^2 + bx$ مفروض است. اگر نقطه $(1, 1)$ رأس سهمی باشد، $a - b$ کدام است؟

- (۱) -5 (۲) -3 (۳) 1 (۴) 3

تست ۱۲۸ اگر عرض رأس سهمی $y = x^2 - 2x - 4a$ برابر ۷ باشد، سهمی محور عرض‌ها را در چه نقطه‌ای قطع می‌کند؟

- (۱) -8 (۲) 7 (۳) -7 (۴) 8

تست ۱۲۹ اگر رأس سهمی $y = -x^2 + 2ax + 1$ نقطه $(-4, 17)$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) -4 (۲) -2 (۳) 2 (۴) 4

تست ۱۳۰ ماکزیمم مقدار عرض نقاط روی تابع $y = -x^2 + 4x$ کدام است؟

- (۱) 2 (۲) 3 (۳) 4 (۴) 5

تست ۱۳۱ در تابع $y = 2x^2 + 4x - 1$ کمترین مقدار y کدام است؟

- (۱) -2 (۲) -3 (۳) -7 (۴) 1

تست ۱۳۲ به ازای کدام مقدار a بیشترین مقدار تابع $f(x) = ax^2 + 20x - 120$ برابر ۱۸۰ است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

نکته: رأس سهمی به معادله $y = a(x - x_0)^2 + y_0$ نقطه $S(x_0, y_0)$ است. اگر $a < 0$ باشد، سهمی ماکزیمم دارد و اگر $a > 0$ باشد، سهمی دارای مینیمم است. (فرم مربع کامل سهمی)

مثال

رأس سهمی‌های زیر را تعیین کرده و آنها را رسم کنید:

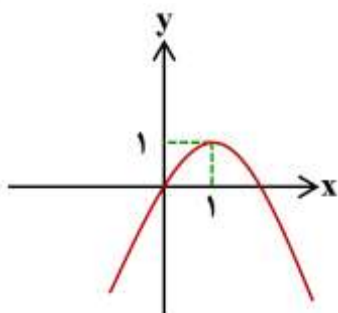
$$y = -(x-1)^2 + 2$$

$$y = 2(x+2)^2 - 8$$

تست ۱۳۳ گزینه نادرست در مورد سهمی $y = (2-x)^2 + 1$ کدام است؟

- (۱) مختصات رأس سهمی $(2, 1)$ است. (۲) محور تقارن سهمی $x = 2$ است. (۳) محل تلاقی سهمی با محور y ها $(0, 5)$ است. (۴) سهمی رو به پایین است.

تست ۱۳۴ تابع نمودار شکل مقابل در کدام گزینه آمده است؟



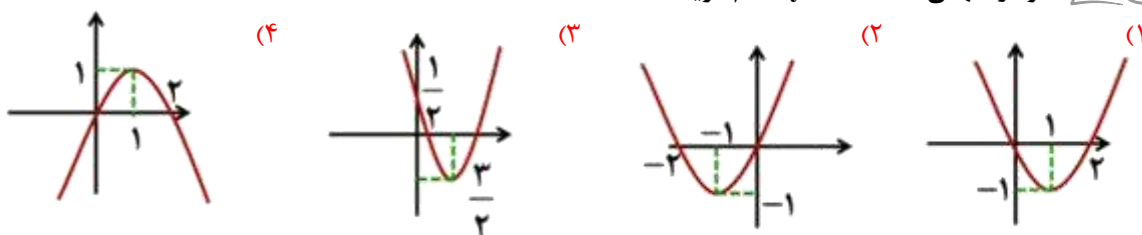
(۱) $y = -(x+1)^2 + 1$

(۲) $y = (x-1)^2 + 1$

(۳) $y = -(x-1)^2 + 1$

(۴) $y = (x-1)^2 - 1$

تست ۱۳۵ نمودار سهمی $y = x^2 - 2x$ کدام گزینه است؟



نکته: گاهی اوقات در محاسبه مقدار مینیمم یا ماکزیمم یک کمیت کافیت به کمک اطلاعات مسئله، تابع آن کمیت را که معمولاً درجه دو است تشکیل داده و عرض سهمی مورد نظر را به دست آوریم. (به این گونه مسائل، مسائل بهینه‌سازی می‌گوییم.)

تست ۱۳۶ اگر محیط مستطیلی برابر ۲۴ باشد، ماکزیمم مساحت آن چقدر است؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۷۲ (۳) ۳۶ (۴) ۳۴

تست ۱۳۷ اگر $2x + a = 100$ باشد، برای آن که تابع $y = ax$ ماکزیمم شود مقدار a چقدر باید باشد؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۵۰ (۳) ۲۵ (۴) ۷۵

یادآوری (حل مسائل اقتصادی به کمک توابع درآمد، هزینه و سود): در هر مساله اقتصادی اگر x مقدار یا تعداد محصول

باشد، توابع سود $P(x)$ ، درآمد $R(x)$ و هزینه $C(x)$ بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$P(x)$: سود حاصل از فروش x واحد کالا

$R(x)$: درآمد حاصل از فروش x واحد کالا

$C(x)$: هزینه تولید x واحد کالا

و رابطه زیر بین آنها برقرار است:

$$P(x) = R(x) - C(x) \quad ; \quad \text{هزینه} - \text{درآمد} = \text{سود}$$

نکته: در توابع درجه دوم سود، راس سهمی نقطه ماکزیمم است که x آن تعداد محصولی است که سود را ماکزیمم می‌کند و y آن مقدار سود ماکزیمم است.

تست ۱۳۸ اگر تابع درآمد $y = -x^2 + 3x$ و تابع هزینه $y = 17x + 30$ باشد، ماکزیمم سود چقدر است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۷ (۳) ۱۹ (۴) ۲۰

تست ۱۳۹ اگر تابع درآمد به صورت $y = -x^2 + 7x + 7$ و تابع هزینه به صورت $y = 3x + 6$ باشد، ماکزیمم مقدار سود

چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۸

آزمون دیمه شماره ۱ زمان ۱۲۰ دقیقه

۱) معادلات زیر را به روش‌های خواسته شده حل کنید.

الف) $3x^2 = 7x$ (تجزیه)

ب) $x^2 + 2x - 6 = 0$ (مربع کامل)

ج) $x^2 - 7x - 44 = 0$ (تجزیه)

د) $x^2 - 10x - 3 = 0$ (روش کلی یا دلتا)

۲) کدام یک از معادلات زیر به ازای هر مقدار k همواره دارای جواب‌های حقیقی است؟

الف) $x^2 + kx - 4 = 0$

ب) $x^2 - 3x + k = 0$

۳) معادله درجه دومی بنویسید که ریشه مضاعف ۵ داشته باشد.

۴) در یک کارخانه، فولاد از روز یکشنبه، تولید هر روز نسبت به روز قبل ۲ برابر می‌شود. در پایان روز چهارشنبه تولید فولاد به عدد ۱۶۲ هزار تن رسیده است. مجموع تولید در این پنج روز چه قدر بوده است؟ (اولین روز کاری، شنبه است.)

۵) بدون حل معادله $5x^2 + 10x - 1 = 0$ مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های آن را به دست آورید.

۶) حاصل جمع عددی با مربعش ۲۰ است. با تشکیل یک معادله، این عدد را پیدا کنید. (مسئله چند جواب دارد؟)

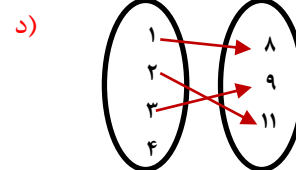
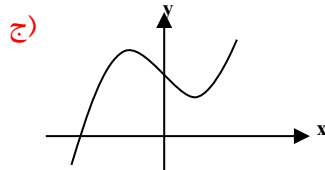
$$\frac{1}{(x-2)^2} + \frac{2}{x-2} = 3$$

۷) معادله گویای مقابل را حل کنید.

۸) تابع بودن یا نبودن هر یک از قسمت‌های زیر را بررسی کنید

الف) $F = \{(1, 20), (1, 30), (2, 40)\}$

ب) $y^2 + x^2 = 1$



x	۰	۱	۲	۳	۴
y	۵	۹	۱۳	۱۷	۲۱

۹ قسمتی از تابع f به صورت جدول مقابل است:

برای f یک ضابطه مناسب بر حسب بنویسید، سپس $f(-۲۰)$ را حساب کنید.

۱۰ نمودار تابع خطی $f(x) = \frac{x-2}{3}$ را رسم کنید.

۱۱ اگر داشته باشیم $f(x) = \frac{x-1}{x-2}$ و $A = \{0, 1, \sqrt{2}\}$ ، برد تابع $f(x)$ را به دست آورید.

۱۲ با فرض آن که f تابعی خطی بوده و $f(0) = 2$ و $f(-1) = 5$ باشد اولاً ضابطه f را به دست آورید، ثانیاً مقادیر $f(4)$ و $f(1-2h)$ را محاسبه کنید.

۱۳ مختصات رأس سهمی $y = -x^2 - 4x + 1$ را به دست آورده و نمودار آن را رسم کنید.

۱۴ معادلات درآمد و هزینه در یک شرکت به صورت $R(x) = \frac{-x^2}{4} + 20x$ و $C(x) = 10x + 2$ می باشند:

(الف) تابع سود را تشکیل دهید.

(ب) به ازای تولید چه تعداد کالا، سود ماکزیمم می شود؟

(ج) بیشترین سود شرکت را محاسبه کنید.

آزمون دیماه شماره ۲ زمان ۱۲۰ دقیقه

۱ معادلات زیر را حل کنید

(الف) $x(x-1) = 5x + 2$ (روش دلتا)

(ب) $(x-3)^2 - 16 = 0$ (روش ریشه گیری)

(ج) $9x^2 + 6x + 1 = 0$ (روش تجزیه)

۲ معادله درجه دومی بنویسید که ریشه هایش $\frac{1}{7}$ و $-\frac{1}{7}$ باشند.

۳ بدون آن که معادله $-x^2 + 6x + 3 = 0$ را حل کنید مجموع و حاصل ضرب ریشه هایش آن را به دست آورید.

۴ مجموع دو عدد طبیعی زوج متوالی، ۶۲ واحد از حاصل ضرب آن‌ها کمتر است. با تشکیل یک معادله، این دو عدد را به دست آورید.

۵ معادله گویای مقابل را حل کنید.

$$\frac{x}{5} + \frac{x-2}{x+1} = \frac{6x}{10x+10}$$

۶ اگر رابطه f بیانگر یک تابع باشد x و y را به دست آورید: $f = \{(14, 8), (5, 12), (3, 1), (5, 3x-4), (14, y+3)\}$

۷ تابع f به هر عدد حقیقی، سه برابر مکعب همان عدد به علاوه نصف مربع همان عدد را نسبت می‌دهد. ضابطه f را بنویسید. (بر حسب x)

۸ نمودار تابع خطی $f(x) = \frac{x}{3} + 2$ را رسم کنید.

x عمق (کیلومتر)	۳	۵
y دما (درجه سانتی گراد)	۸۰	۱۴۰

۹ جدول زیر رابطه خطی بین عمق و دمای سنگ‌های زیرزمین را نشان می‌دهد:
الف) ضابطه f را به دست آورید.

ب) در چه عمقی دما به ۴۰۰۰ درجه سانتی گراد می‌رسد؟

ج) در عمق ۲۰ کیلومتری زیرزمین، دما چه قدر است؟

۱۰ با فرض آن که $f: A \rightarrow B$ و $A = \{-1, 0, 1\}$ باشد، برد f را به دست آورید، سپس نمودار پیکانی، نمودار مختصاتی و جدول آن را رسم کنید.

$$f(x) = |x^2 - 4x + 2|$$

۱۱ اگر $f(x) = |x^2 - 3x|$ و $g(x) = \sqrt{2} + 2$ باشند، حاصل $f(1) \times g(9)$ را به دست آورید.

۱۲ رابطه بین درجه دما بر حسب سانتی گراد و فارنهایت به صورت $F = \frac{9}{5}C + 32$ است. دمای یک جسم ۸۰ درجه سانتی گراد زیاد شده است، دمای آن بر حسب فارنهایت چه قدر افزایش یافته است؟

۱۳ نمودار سهمی $y = 5 - x^2$ را رسم کرده مختصات راس آن را مشخص کنید.

۱۴ اگر $3x + a = 20$ باشد، x و a را طوری بیابید که حاصل $x \cdot a$ ماکزیمم شود.

فصل سوم

کار با داده‌های آماری

گردآوری داده‌ها

درس ۱

داده: اطلاعات یا واقعیت‌هایی هستند که درباره یک چیز یا یک فرد به دست می‌آید.

مثال: در آمار هرگاه قد افراد یک کلاس را اندازه بگیریم به اعداد به دست آمده داده می‌گویند.

واحد آماری: به هر یک از اشیایی که به آنها داده‌ای مربوط می‌سازیم واحد آماری می‌گویند.

جامعه آماری: مجموعه کل واحدهای آماری را جامعه آماری می‌گویند.

نمونه آماری: به هر زیرمجموعه از جامعه آماری یک نمونه آماری می‌گویند.

نمونه تصادفی: نمونه‌ای که در آن همه اعضای جامعه شانس یکسان داشته باشند.

آمارگیری: گردآوری داده‌ها به یکی از روش‌های ممکن است.

روش‌های گردآوری داده‌ها

۱- مشاهده (آزمایش)

۲- مصاحبه (شفاهی)

۳- پرسش‌نامه (کتبی)

۴- دادگان (داده‌های از پیش تهیه‌شده)

روش‌های گردآوری داده‌ها:

۱- **مشاهده و آزمایش:** گردآوری داده‌ها بدون نیاز به فرد پاسخگو

مثال: شمارش وسایل نقلیه عبوری در هر ساعت در یک تقاطع - اندازه‌گیری قد و وزن
محدودیت: اگر به دقت زیادی نیاز داشته باشیم، مشاهده روش مناسبی نیست.

۲- **مصاحبه شفاهی:** معمولاً بین دو نفر صورت می‌گیرد؛ یکی مصاحبه‌گر (آمارگیر) و دیگری مصاحبه‌شونده (پاسخگو).
این روش بهتر است هنگامی استفاده شود که آمارگیر اطلاع کافی از تمام پاسخ‌ها را ندارد.

مثال: مصاحبه‌های تلویزیونی

۳- **پرسش‌نامه کتبی:** مجموعه سؤالات از پیش تعیین شده که توسط تعدادی پاسخ دهنده تکمیل می‌شود.

مثال: پرسشنامه‌های رساله‌های کارشناسی ارشد و دکترا - پرسشنامه‌های موسسات و نهادها - نظرسنجی‌ها
محدودیت: اگر تعداد واحدهای نمونه زیاد باشد، زمان بر است.

۴- **دادگان (داده‌های از پیش تهیه شده):** مجموعه‌ای از اطلاعات ذخیره شده است.

در بسیاری از موارد داده‌ها را می‌توان از اطلاعاتی که قبلاً ذخیره شده به دست آورد.

مثال: دریافت آمار ازدواج و طلاق در سال ۱۳۹۸ از طریق مراجعه به سازمان ثبت احوال
محدودیت: همیشه اطلاعات ثبتی در اختیار نیستند.

تست ۱۴۰: کدام روش جمع‌آوری داده برای میزان رضایت مشتریان بانک از نحوه برخورد و رسیدگی به درخواست آنها مناسب است؟

- (۱) مشاهده (۲) مصاحبه (۳) پرسش‌نامه (۴) دادگان

تست ۱۴۱: کدام روش جمع‌آوری داده برای سن همه دانش‌آموزان مدرسه بر حسب ماه در پایه دهم مناسب است؟

- (۱) مشاهده (۲) پرسش‌نامه (۳) مصاحبه (۴) دادگان

تست ۱۴۲: اگر به دقت زیادی نیاز داشته باشیم کدام روش برای جمع‌آوری داده مناسب نیست؟

- (۱) مشاهده (۲) پرسش‌نامه (۳) مصاحبه (۴) دادگان

♦ سرشماری:

اگر همه واحدهای آماری را مورد مطالعه قرار دهیم، اصطلاحاً می‌گوییم سرشماری کرده‌ایم. هر ده سال یکبار، اطلاعات تمامی خانوارهای ساکن در ایران به کمک پرسش‌نامه جمع‌آوری می‌شود که به این فرایند، سرشماری نفوس و مسکن می‌گویند.

محدودیت‌های سرشماری:

- ۱- هزینه زیاد
- ۲- زمان‌بر بودن
- ۳- خطای بیشتر در گردآوری داده
- ۴- از بین رفتن بخشی از جامعه

♦ متغیر:

هر ویژگی از اشیا یا اشخاص را که قرار است بررسی کنیم، متغیر می‌نامند.

انواع متغیر:

- ۱- **متغیر کمی:** متغیرهایی هستند که مقادیر عددی می‌گیرند و برای آنها عملیات ریاضی از قبیل جمع، تفریق و معدل‌گیری قابل انجام است.
- ۲- **متغیر کیفی:** متغیرهایی هستند که صرفاً برای دسته‌بندی افراد یا اشیا در گروه‌ها به کار می‌روند و لزوماً مقدار عددی نمی‌گیرند، بلکه بیانگر کیفیت هستند.

تست ۱۴۳: کدام گزینه متغیر کمی است؟

- (۱) گروه خونی افراد (۲) قالب یک شعر (۳) جنسیت (۴) تعداد افراد هر خانواده

♦ پارامتر جامعه:

یک مشخصه عددی است که توصیف‌کننده جنبه‌ای خاص از جامعه است و در صورتی که داده‌های کل جامعه در اختیار باشند، قابل محاسبه است. این عدد همواره ثابت است. مثلاً اگر داده‌های مربوط به تک تک فوتبالیست‌ها را داشته باشیم، یعنی به داده‌های جامعه دسترسی داریم و در نتیجه، نسبت مردان در کل جامعه فوتبالیست‌ها معرف یک پارامتر است.

♦ آماره نمونه:

مشخصه‌ای عددی است که توصیف‌کننده جنبه‌ای خاص از نمونه است و از داده نمونه به دست می‌آید. این عدد از نمونه‌ای به نمونه دیگر تغییر می‌کند.



مثلاً اگر داده‌های برخی فوتبالیست‌ها را داشته باشیم، یعنی داده‌های نمونه را در اختیار داریم و در نتیجه نسبت مردان فوتبالیست به این داده‌های نمونه‌ای را آماره یا مقدار آماره می‌گوییم.

نکته ۱۴۴: موارد (۱) و (۲) به ترتیب معرف کدام گزینه هستند؟

۱- نسبت تعداد دانش‌آموزان با گروه خونی AB در یک نمونه از کلیه دانش‌آموزان یک مدرسه.

۲- متوسط وزن دانش‌آموزان یک مدرسه که وزن همه آنها اندازه‌گیری شده است.

(۱) پارامتر - پارامتر (۲) آماره - پارامتر (۳) آماره - آماره (۴) پارامتر - آماره

مقیاس اندازه‌گیری

متغیرهای داده‌ها را از نظر ترتیب، محاسبه اختلاف و نسبت گرفتن، بسته به دقتی که در اندازه‌گیری آنها صورت می‌گیرد، به چهار مقیاس اندازه‌گیری اسمی و ترتیبی (متغیر کیفی) و فاصله‌ای و نسبتی (متغیر کمی) تقسیم می‌کنیم.

مقیاس فاصله‌ای: برای داده‌هایی است که قابل مرتب کردن هستند و اختلاف بین مقادیر داده‌ها با معناست اما نسبت مقادیر داده‌ها با معنا نیست.

مثال: دمای بوشهر ۲۰ درجه و دمای تهران ۱۰ درجه است. نمی‌توان گفت دمای بوشهر دوبرابر دمای تهران است اما می‌توان گفت اختلاف دما ۱۰ درجه است.

مقیاس نسبتی: برای داده‌هایی است که قابل مرتب کردن هستند و اختلاف بین مقادیر و نسبت مقادیر داده‌ها نیز با معنا است.

مثال: نمره، وزن، قد و متغیرهایی که با واژه تعداد شروع می‌شوند در این مقیاس اندازه‌گیری می‌شوند.

مقیاس اسمی: این مقیاس برای متغیرهایی است که شامل نام- برچسب و گروه‌ها و ... می‌باشند و هیچ معیاری که بتوان داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب کرد وجود ندارد.

مثال: گروه خونی، رنگ چشم، جنسیت، شماره دانش‌آموزی

مقیاس ترتیبی: برای متغیرهایی که قابل مرتب کردن هستند در عین حال محاسبه اختلاف بین مقادیر داده‌ها یا امکان پذیر نیست یا بی‌معنی است.

مثال: رتبه دانش‌آموزان، مدرک تحصیلی، دوران زندگی

اسمی:	این مقیاس برای متغیرهایی است که شامل نام‌ها، برچسب‌ها و گروه‌ها می‌شود. در اینجا هیچ معیاری که با آن بتوان داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب کرد وجود ندارد؛ مانند گروه خونی انسان‌ها و شماره دانش‌آموزی. کدهای عددی در این مقیاس در واقع عدد نیستند؛ بلکه صرفاً برای گروه‌بندی به کار می‌رود.
ترتیبی:	این مقیاس با استفاده از الفاظ، ضمن ایجاد تفکیک بین افراد و اشیاء ارجحیت نیز قائل می‌شود. مقیاس ترتیبی برای متغیرهایی است که قابل مرتب کردن هستند و در عین حال محاسبه اختلاف بین مقادیر داده‌ها، یا امکان‌پذیر نیست یا بی‌معناست؛ مانند رتبه دانش‌آموزان در یک کلاس. اگر رتبه‌های اول تا سوم معدل ۱۹، ۱۸، ۱۶ کسب کرده باشند به آنها به ترتیب رتبه ۱، ۲، ۳ می‌دهیم و توجه نمی‌کنیم که اختلاف نمره‌های آن‌ها چقدر است.
فاصله‌ای:	این مقیاس به دلیل استفاده از لوازم یا قواعد دقیق اندازه‌گیری ویژگی افراد یا اشیاء به دقت اندازه‌گیری می‌شود. به بیان دیگر مقیاس فاصله‌ای برای داده‌هایی است که قابل مرتب کردن هستند و همچنین اختلاف بین مقادیر داده‌ها با معناست؛ مانند درجه حرارت در شهرهای مختلف برحسب سلسیوس. مقایسه‌ای که به دو نفر یا دو شیء داده می‌شود صرفاً بیان‌کننده فاصله بین آنهاست. در نتیجه صفر در این مقیاس قراردادی است. مثلاً اگر دمای بوشهر ۲۰ درجه و تهران ۱۰ درجه سلسیوس باشد نمی‌توان گفت دمای هوای بوشهر دو برابر تهران است؛ ولی می‌توان گفت که اختلاف دما ۱۰ درجه سلسیوس است.

نسبتی: این مقیاس برای مقیاس برای داده‌هایی است که قابل مرتب کردن هستند و اختلاف بین مقادیر داده‌ها و نسبت مقادیر داده‌ها نیز بامعنا است. اغلب متغیرهای فیزیکی مانند نمره، وزن و قد دانش‌آموزان و متغیرهایی که با واژه تعداد شروع می‌شوند در این مقیاس اندازه‌گیری می‌شوند. در این مقیاس صفر به معنای نبود ویژگی در فرد یا شیء است.

تست ۱۴۵ نوع متغیر در داده «طول ماهی‌های قزل آلا در رودخانه هراز» کدام است؟

- (۱) نسبتی (۲) اسمی (۳) ترتیبی (۴) فاصله‌ای

تست ۱۴۶ کدام یک از متغیرهای زیر کمی نسبتی نیست؟

- (۱) وزن (۲) دما (۳) قد (۴) تعداد دانش‌آموزان یک مدرسه

تست ۱۴۷ کدام یک متغیر کمی فاصله‌ای است؟

- (۱) میزان تحصیلات افراد (۲) میزان دمای هوا (۳) رنگ اتومبیل‌های یک شهر (۴) جنسیت افراد

تست ۱۴۸ نوع کدام متغیر با بقیه متفاوت است؟

- (۱) مدت زمان پاسخگویی به سؤالات یک امتحان (۲) نمره آخرین آزمون (از ۱۰۰ امتیاز) (۳) سن دانش‌آموزان (۴) زمان اولین کلاس

تست ۱۴۹ نوع متغیر کدام یک از گزینه‌ها با سایر متغیرها متفاوت است؟

- (۱) میزان بارندگی (۲) وزن سیب زمینی‌های یک انبار (۳) میزان تحصیلات (۴) قد دانش‌آموزان

تست ۱۵۰ وزن، مراحل زندگی، جنسیت افراد و نمره درس به ترتیب چه نوع مقیاس‌هایی هستند؟

- (۱) نسبتی - ترتیبی - اسمی - نسبتی (۲) نسبتی - نسبتی - اسمی - ترتیبی (۳) ترتیبی - ترتیبی - اسمی - نسبتی (۴) نسبتی - نسبتی - اسمی - ترتیبی

♦ علم آمار:

به مطالعه نحوه گردآوری، سازماندهی، تحلیل و تفسیر داده‌ها برای استخراج اطلاعات و تصمیم‌گیری، آمار گفته می‌شود. علم آمار، راهی برای بیان ریاضی پدیده‌هاست.

تست ۱۵۱ کدام گزینه صحیح نیست؟

- (۱) به مطالعه نحوه گردآوری، سازماندهی، تحلیل و تفسیر داده‌ها جهت استخراج اطلاعات و تصمیم‌گیری، آمار گفته می‌شود. (۲) آمارگیر کسی است که آمارگیری انجام می‌دهد. (۳) آمارگیری عبارت است از سازماندهی و تحلیل داده‌ها به یکی از روش‌های ممکن. (۴) مشاهده، پرسش‌نامه، مصاحبه و دادگان از روش‌های گردآوری داده‌ها هستند.

معیارهای گرایش به مرکز

درس ۲

معیارهای گرایش به مرکز

معیارهایی که محل تمرکز داده‌ها را نشان می‌دهند و عبارتند از:

- ۱- میانگین
- ۲- میانه
- ۳- مد

♦ ۱- میانگین:

اگر n داده به صورت $x_1, x_2, \dots, x_n$ داشته باشیم، میانگین آن‌ها را با $\bar{x}$ نشان داده و به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

تست ۱۵۲ میانگین داده‌های ۱۰، ۱۳، ۱۲، ۵، ۵، ۹ کدام است؟

۸ (۱) ۹ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴)

تست ۱۵۳ میانگین ۱۰ داده آماری ۳۲/۵ است. اگر داده‌های ۳۵ و ۴۰ را از آن داده‌ها کنار بگذاریم، میانگین ۸ داده حاصل

کدام است؟

۳۱/۲۵ (۱) ۳۱/۵ (۲) ۳۱/۷۵ (۳) ۳۲ (۴)

تست ۱۵۴ اگر میانگین ۶ داده آماری ۱۲ و میانگین ۴ داده آماری ۷ باشد، میانگین کل ۱۰ داده کدام است؟

۷ (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴)

تست ۱۵۵ ضریب نمره مستمر، ۱ و ضریب نمره پایانی، ۲ است. اگر نمره مستمر دانش آموزی در یک درس ۱۱ باشد و بخواهد

معدلش در این درس ۱۵ شود، در امتحان پایانی چه نمره‌ای باید کسب کند؟

۱۳ (۱) ۱۴ (۲) ۱۷ (۳) ۱۹ (۴)

تست ۱۵۶ میانگین داده‌های $2x+10, 2x+6, 2x+5, 2x+3$ چند واحد از میانگین داده‌های $x+7, x+6, x+4, x+1, x-3$

بیشتر است؟

$x+3$ (۱) $2x+6$ (۲) $3x+9$ (۳) $2x+9$ (۴)

تست ۱۵۷ در ۴۵ داده آماری میانگین ۱۱۲۴ محاسبه شده است. در بررسی مجدد متوجه شدیم که به جای داده ۱۰۲۴ عدد

۱۲۰۴ محاسبه شده است. میانگین صحیح کدام است؟

۱۱۱۹ (۱) ۱۱۲۰ (۲) ۱۱۲۱ (۳) ۱۱۲۲ (۴)

تست ۱۵۸ میانگین نمرات یک شخص ۱۷/۵ گزارش شده است. اگر بیشترین نمره وی ۱۷/۵ باشد، کمترین نمره او کدام

است؟

۱۷/۵ (۱) ۱۶/۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴)

♦ داده دورافتاده:

به داده‌ای که مقدار آن با سایر داده‌ها متفاوت است، داده دورافتاده می‌گویند.
معمولاً مقدار این داده یا بسیار بزرگتر از بقیه داده‌هاست یا بسیار کوچکتر از بقیه داده‌ها.
مثال: فرض کنید در آزمون تستی یک کلاس ۳۰ نفره، ۲۹ نفر درصدهایی بین ۳۰ تا ۵۰ گرفتند و یک دانش‌آموز درصد ۲۰- کسب کرده است. این داده یک داده دورافتاده است که باعث اشتباه در تخمین متوسط داده‌ها می‌شود.
تذکر: اگر در داده‌ها، داده دورافتاده وجود داشت، برای محاسبه متوسط داده‌ها از معیار دیگری به نام میانه استفاده می‌کنیم.

تس ۱۵۹ چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

- (الف) وقتی با داده دورافتاده‌ای مواجه می‌شویم، معمولاً میانگین بیان متوسط بهتری از داده می‌دهد تا میانه.
(ب) به طور کلی در برنامه‌ریزی و تصمیم‌گیری، میانگین بهتر از میانه است.
(ج) در صورتی با داده دورافتاده مواجه هستیم که مشاهده‌ای داشته باشیم که از الگوی داده‌هایمان پیروی نکند.
- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

♦ ۲- میانه:

میانه، داده وسط در داده‌های مرتب شده به صورت صعودی است که نیمی از داده‌ها قبل و نیمی دیگر از داده‌ها بعد از آن قرار دارند.
در داده‌هایی که بصورت صعودی مرتب شده‌اند:
(الف) اگر تعداد داده‌ها فرد باشد، میانه دقیقاً داده وسط است.
(ب) اگر تعداد داده‌ها زوج باشد، میانه برابر میانگین دو داده وسط است.

تس ۱۶۰ اختلاف میانه و میانگین در داده‌های ۲۰ و ۱۶ و ۱۸ و ۱۰ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۰ (۴) ۳

تس ۱۶۱ اگر داده‌های $x-4, x-1, x+2, 2x-1, 3x-3, 3x+1, 5x+1$ از چپ به راست صعودی مرتب شده باشند و بزرگترین داده سه برابر میانه داده باشد، کوچکترین داده کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

تس ۱۶۲ کدام دو داده را به داده‌های ۹، ۷، ۴، ۶ و ۸ بیافزاییم تا میانه داده‌های جدید برابر ۶ شود؟

- (۱) ۶ و ۷ (۲) ۳ و ۶ (۳) ۵ و ۷ (۴) ۴ و ۷

تس ۱۶۳ اگر میانگین ۱۰ داده آماری ۱۶، ۱۱، ۱۷، ۱۰، a ، ۱۰، ۱۳، ۱۷، ۹ و ۱۶ برابر $13/1$ باشد، میانه داده‌ها کدام است؟

- (۱) $11/5$ (۲) ۱۲ (۳) $12/5$ (۴) ۸۰

♦ ۳- مُد:

داده‌ای که بیشترین فراوانی را داشته باشد.
تذکر: مُد ممکن است منحصر به فرد نباشد.

تس ۱۶۴ در داده‌های $x, 64, 65, 77, 50, 66, 70$ و ۶۳ میانگین، مُد و میانه با هم برابرند، x کدام است؟

- (۱) ۶۴ (۲) ۶۵ (۳) ۶۶ (۴) نشدنی

تس ۱۶۵ اگر تمام داده‌ها را دو برابر کنیم، مُد و میانه چگونه تغییر می‌کنند؟

- (۱) مُد ثابت و میانه تغییر می‌کند. (۲) مُد و میانه تغییر می‌کنند.
(۳) مُد و میانه هر دو ثابت‌اند. (۴) مُد تغییر می‌کند و میانه ثابت است.

درس ۳

معیارهای پراکندگی

معیارهای پراکندگی

معیارهایی که میزان پراکندگی داده‌ها را نشان می‌دهند.

به داده‌های (۱، ۹، ۲۰) و (۸، ۱۱، ۱۱) توجه کنید. میانگین هر دو دسته برابر ۱۰ است اما داده‌های دسته اول پراکنده‌تر از داده‌های دسته دوم هستند. در این قسمت هدف این است که این پراکندگی را با یک عدد بیان کنید تا پراکندگی دسته‌های مختلف، راحت‌تر قابل مقایسه باشند. برای این منظور از چند شاخص استفاده می‌کنیم:

(۱) دامنه تغییرات

(۲) واریانس

(۳) انحراف معیار

(۴) دامنه میان چارکی

◆ ۱- دامنه تغییرات:

اختلاف بزرگترین داده و کوچکترین داده را با R نمایش داده و آن را دامنه تغییرات می‌نامیم.

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

نکته ۱۶۶ اختلاف دامنه تغییرات داده‌های موجود در دسته‌های الف و ب کدام است؟

الف) ۱۸، ۱۴، ۱۶، ۲۰، ۲۴، ۱۵، ۱۴، ۱۲، ۲۶، ۲۱، ۲۰، ۲۵

ب) ۳، ۷، ۲، ۱۱، ۵، ۱۰، ۶، ۹، ۱۷، ۱۴، ۱۶، ۱۳

صفر (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

◆ ۲- واریانس σ^2 :

یکی از معیارهای پراکندگی است که پراکندگی داده‌ها را نسبت به میانگین آن‌ها نشان می‌دهد و آن را با σ^2 نشان می‌دهند. این مقدار به صورت زیر به دست می‌آید؛ فرض می‌کنیم $x_1, x_2, \dots, x_n$ داده باشند:

مرحله ۱) $\bar{x}$ را به دست می‌آوریم.

مرحله ۲) انحراف از میانگین هر داده را حساب می‌کنیم:

$$x_1 - \bar{x}, x_2 - \bar{x}, \dots, x_n - \bar{x}$$

مرحله ۳) مجموع مربعات انحراف از میانگین‌ها را به دست می‌آوریم و آن را بر تعداد داده‌ها تقسیم می‌کنیم:

(میانگین مربعات انحراف از میانگین داده‌ها)

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

نکته ۱۶۷ واریانس داده‌های ۲، ۲، ۲، ۲، ۲، ۶، ۶ کدام است؟

$\frac{7}{5}$ (۴)

$\frac{7}{4}$ (۳)

$\frac{16}{7}$ (۲)

۳ (۱)

تست ۱۶۸ میانگین و واریانس ۲۹ داده آماری به ترتیب ۱۷ و ۵ است. اگر داده‌های ناجور ۱۲ و ۱۳ و ۲۱ و ۲۲ از بین آنان

حذف شود، واریانس داده‌های جدید کدام است؟

- (۱) ۲/۵۲ (۲) ۲/۵۴ (۳) ۲/۶۴ (۴) ۲/۶۶

♦ ۳- انحراف معیار:

جزر واریانس را انحراف معیار (انحراف استاندارد) می‌گویند.

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\text{واریانس}} = \text{انحراف معیار}$$

تست ۱۶۹ انحراف معیار داده‌های ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲ و ۲۳ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) ۵

نکته: اگر همه داده‌ها را منهای یک عدد ثابت یا بعلاوه یک عدد ثابت کنیم انحراف معیار و واریانس تغییر نمی‌کنند.

تست ۱۷۰ انحراف معیار داده‌های ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲ و ۲۳ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) ۵

تست ۱۷۱ واریانس داده‌های ۹، ۱۲، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۰، ۱۲، ۷، ۱۲ کدام است؟

- (۱) ۱/۷۵ (۲) ۲ (۳) ۲/۲۵ (۴) ۲/۵

تست ۱۷۲ واریانس داده‌های $x-1, x, x+4$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $\frac{13}{3}$ (۳) $\frac{14}{3}$ (۴) ۵

نکته: اگر همه داده‌ها با هم برابر باشند، انحراف معیار و واریانس صفر است و برعکس.

تست ۱۷۳ واریانس اعداد $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n, 15$ برابر صفر است. میانگین اعداد $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n$ کدام است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

تست ۱۷۴ اگر $f = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)\}$ یک تابع ثابت باشد، واریانس مقادیر y_1, y_2, y_3 کدام است؟

- (۱) y_1 (۲) $\frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$ (۳) y_2 (۴) صفر

تست ۱۷۵ اگر واریانس داده‌های x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 برابر صفر باشد، انحراف معیار داده‌های $x_1, x_2 + 1, x_3 + 2, x_4 + 3, x_5 + 4$ کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) ۴

نکته: در داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_n$ مجموع اختلافات داده‌ها از میانگین برابر صفر است.

$$(x_1 - \bar{x}) + (x_2 - \bar{x}) + \dots + (x_n - \bar{x}) = 0$$

تست ۱۷۶ در ۵۰ داده آماری مجموع اختلاف داده‌ها از عدد ۱۲ برابر صفر است و مجموع مجذورات اختلاف داده‌ها از عدد

۴۵۰ است. واریانس داده‌ها کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۶

- تست ۱۷۷** اگر اختلاف از میانگین ۵ داده آماری به صورت ۵، ۱، ۰، ۲، -۴ باشد، واریانس داده‌ها کدام است؟
 (۱) ۹/۱ (۲) ۹/۲ (۳) ۹/۳ (۴) ۹/۴
- تست ۱۷۸** اگر در یک بررسی آماری انحراف از میانگین داده‌ها برابر ۱، ۳، -۱، ۰ باشد، انحراف معیار داده‌ها کدام است؟
 (۱) $\sqrt{3}$ (۲) ۳ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) ۲
- تست ۱۷۹** در ۵۰ داده آماری مجموع اختلافات داده‌ها از ۱۲ برابر صفر و مجموع مجذورات اختلافات داده‌ها از ۱۲ برابر ۴۵۰ است. حاصل $\frac{\sigma}{\bar{x}}$ کدام است؟
 (۱) ۰/۲ (۲) ۰/۲۵ (۳) ۰/۳ (۴) ۰/۳۵

◆ ۴- چارک‌ها:

میانۀ داده‌ها، داده‌ها را به دو قسمت تقسیم می‌کند.
 ۱- نیمه اول داده‌ها (داده‌های قبل از میانۀ)
 ۲- نیمه دوم داده‌ها (داده‌های بعد از میانۀ)
 میانۀ داده‌ها را چارک دوم (Q_2)، میانۀ نیمه اول داده‌ها را چارک اول (Q_1) و میانۀ نیمه دوم داده‌ها را چارک سوم (Q_3) می‌نامند.

- تست ۱۸۰** در داده‌های آماری ۱۳، ۱۶، ۱۴، ۱۷، ۹، ۶، ۱۰، ۵، ۱۱، ۲، ۷، ۳ چارک اول کدام است؟
 (۱) ۵ (۲) ۵/۵ (۳) ۶ (۴) ۶/۵
- تست ۱۸۱** اگر ۲۷ داده آماری از کوچک به بزرگ مرتب شده باشند، چارک سوم کدام است؟
 (۱) داده چهاردهم (۲) داده هفتم (۳) داده بیست و یکم (۴) داده بیستم
- تست ۱۸۲** تقریباً ۲۵ درصد داده‌ها قبل از یا بعد از قرار دارند.
 (۱) چارک سوم - چارک اول (۲) چارک دوم - چارک سوم
 (۳) چارک اول - چارک سوم (۴) چارک اول - چارک دوم
- تست ۱۸۳** در داده‌های ۲۵، ۲۰، ۲۱، ۲۶، ۱۲، ۱۴، ۱۵، ۲۴، ۲۰، ۱۶، ۱۴، ۱۸ میانگین داده‌های بزرگتر از چارک اول و کوچکتر از چارک سوم کدام است؟
 (۱) ۱۸/۲۵ (۲) ۱۸/۳۳ (۳) ۱۸/۶۶ (۴) ۱۸/۷۵

◆ دامنه میان چارکی:

هرگاه در بیان داده‌ها، یک داده دورافتاده وجود داشته باشد، برای محاسبه پراکندگی داده‌ها انحراف معیار مناسب نیست. در این حالت برای محاسبه پراکندگی داده‌ها از عددی استفاده می‌کنیم که تفاضل چارک اول از چارک سوم بوده و به آن دامنه میان چارکی می‌گویند و آن را با IQR نشان می‌دهند.

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

- تست ۱۸۴** معیار پراکندگی که معمولاً با میانۀ بیان می‌شود و با میانگین بیان می‌شود نام دارد.
 (۱) σ, IQR (۲) IQR, σ (۳) $\bar{x}, IQR$ (۴) $IQR, \bar{x}$
- تست ۱۸۵** در داده‌های ۱۲، ۱۰، ۹، ۸، ۸، ۶، ۳، ۲، ۱ دامنه میان چارکی چقدر است؟
 (۱) ۵ (۲) ۱۲ (۳) ۸ (۴) ۷
- تست ۱۸۶** در داده‌های ۳، ۱۱، ۱۷، ۱۹، ۱۲، ۱۴، ۲، ۵، ۱۰، ۱۵ و ۱۸ دامنه میان چارکی کدام است؟
 (۱) ۱۲ (۲) ۱۰ (۳) ۸ (۴) ۷

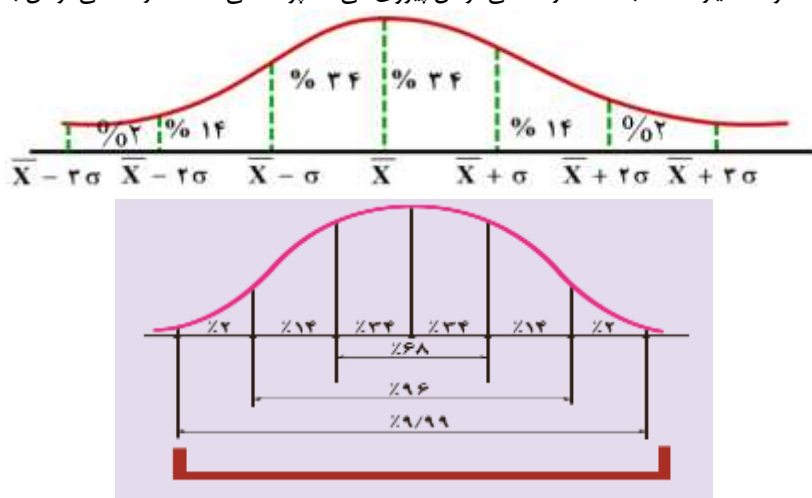
تست ۱۸۷ کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) میانگین و میانه از انواع معیارهای پراکندگی هستند.
- (۲) معیار پراکندگی که با میانه بیان می‌شود، انحراف معیار نام دارد.
- (۳) میانگین و انحراف معیار، اطلاعات سریع و بدون نیاز به محاسبه در اختیار می‌گذارند.
- (۴) داده‌ای که بسیار بزرگتر یا بسیار کوچکتر از سایر داده‌ها باشد، داده دورافتاده نام دارد.

پراکندگی در منحنی نرمال

اگر تعداد داده‌ها زیاد باشد، نمودار آن‌ها را می‌توان به صورت یک منحنی تصور کرد که به صورت یک زنگ است. به این منحنی، منحنی نرمال می‌گویند.

اگر $\bar{x}$ میانگین و σ انحراف معیار داده‌ها باشد که از منحنی نرمال پیروی می‌کند پراکندگی داده‌ها در منحنی نرمال به صورت زیر است:



۶۸٪ داده‌ها در بازه $(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma)$ قرار دارند.

۹۶٪ داده‌ها در بازه $(\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma)$ قرار دارند.

۹۹٪ داده‌ها در بازه $(\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + 3\sigma)$ قرار دارند.

$-3\sigma < \bar{x} < 3\sigma$	تقریباً ۹۹/۹ درصد از مشاهدات در فاصله سه برابر انحراف معیار از میانگین قرار دارند.
$-2\sigma < \bar{x} < 2\sigma$	تقریباً از مشاهدات در فاصله انحراف معیار از میانگین قرار دارند.
.....	تقریباً از مشاهدات در فاصله یک برابر انحراف معیار از میانگین قرار دارند.

تست ۱۸۸ در یک توزیع نرمال تقریباً درصد مشاهدات از میانگین باندازه دو برابر انحراف استاندارد فاصله دارند.

- (۱) ۶۸ (۲) ۸۲ (۳) ۹۶ (۴) ۹۹

تست ۱۸۹ چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟

- (الف) ۷۵٪ داده‌ها بعد از چارک اول و ۷۵ درصد داده‌ها قبل از چارک سوم قرار دارند.
- (ب) تقریباً ۹۹٪ داده‌ها در فاصله سه برابر انحراف معیار از میانگین قرار دارند.
- (پ) ۲۵٪ داده‌ها قبل از چارک اول و ۲۵ درصد داده‌ها بعد از چارک سوم قرار دارند.
- (ت) تقریباً ۹۵٪ داده‌ها در فاصله $(\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma)$ قرار دارند.
- (ث) تقریباً ۶۸٪ داده‌ها در فاصله یک برابر انحراف معیار از میانگین هستند.

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

تست ۱۹۰ تعدادی داده آماری نرمال با میانگین ۴۷ و واریانس ۱۶ وجود دارد. چند درصد داده‌ها بزرگتر یا مساوی ۵۱ هستند؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۶ (۳) ۴۸ (۴) ۵۰

فصل چهارم

نمایش داده‌ها

نمودارهای یک متغیره

درس ۱

◆ نمایش داده‌ها

انواع نمودارهای یک متغیره آماری عبارتند از:

- | | | |
|-------------------|--------------------|--------------------|
| ۱- نمودار میله‌ای | ۲- نمودار خط شکسته | ۳- نمودار دایره‌ای |
| ۴- نمودار ستونی | ۵- نمودار نقطه‌ای | ۶- نمودار جعبه‌ای |

نمودارهای یک متغیره

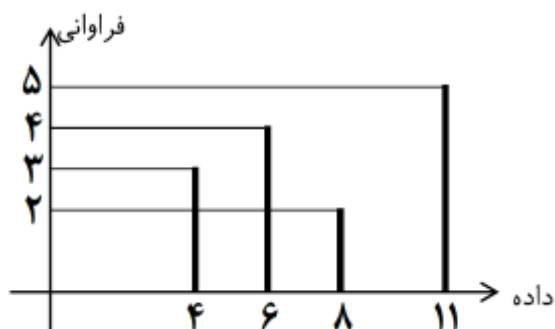
نمودارهایی هستند که در آنها داده‌های مربوط به یک متغیر نمایش داده می‌شود.

◆ ۱- نمودار میله‌ای:

این نمودار از دو محور عمودی و افقی تشکیل شده است، محور افقی نشان دهنده داده‌ها یا مرکز دسته و محور عمودی نشان دهنده فراوانی داده‌هاست.

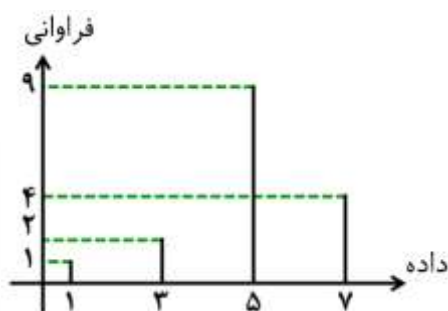
این نمودار برای مقایسه فراوانی داده‌ها و یا پیدا کردن داده‌هایی که بیشترین یا کمترین فراوانی را دارند به کار می‌رود. همچنین نمودار میله‌ای برای داده کیفی و کمی نسبتی مناسب است.

تذکره ۱۹۱ با توجه به نمودار میله‌ای زیر میانه داده‌ها چقدر است؟



- (۱) ۶
(۲) ۷
(۳) ۸
(۴) ۹/۵

تست ۱۹۲ با توجه به نمودار میله‌ای زیر انحراف معیار داده کدام است؟



(۱) $\sqrt{10}$

(۲) $\frac{\sqrt{10}}{2}$

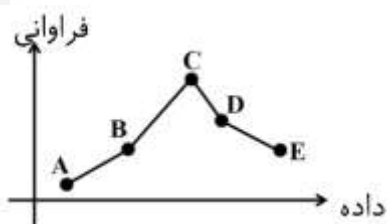
(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) ۲

۲- نمودار خط شکسته:

این نمودار از دو محور عمودی و افقی تشکیل شده که محور افقی نشان دهنده داده‌ها و محور عمودی نشان دهنده فراوانی داده‌هاست. این نمودار برای نمایش تغییرات به کار می‌رود و برای داده‌های کیفی و کمی نسبتی مناسب است. **تذکر:** در نمودار خط شکسته پاره‌خطی که شیب بیشتری دارد اختلاف بین دو سر آن نیز بیشتر است.

تست ۱۹۳ در نمودار خط شکسته زیر تغییرات بین کدام دو نقطه از بقیه بیشتر است؟



(۱) A, B

(۲) B, C

(۳) C, D

(۴) D, E

۳- نمودار دایره‌ای:

نموداری است که از تقسیم کردن یک دایره به چند قطاع به وجود می‌آید.

هرگاه n داده مفروض باشد، زاویه قطاع θ مربوط به داده‌ای که فراوانی آن f است از رابطه $\theta = \frac{f}{n} \times 360^\circ$ به دست می‌آید. این نمودار بیشتر برای داده‌های کیفی و کمی نسبتی به کار می‌روند.

تست ۱۹۴ اگر تعداد کل داده‌ها ۱۵۰ و فراوانی ۳۰ باشد، زاویه مرکزی مربوط به این دسته در نمودار دایره‌ای چند درجه است؟

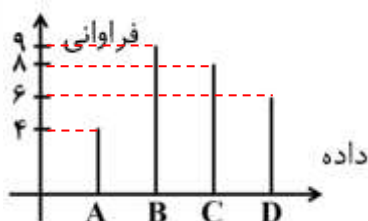
(۴) 90°

(۳) 80°

(۲) 72°

(۱) 60°

تست ۱۹۵ شکل زیر نمودار میله‌ای داده‌ها در ۴ دسته است. در نمودار دایره‌ای زاویه مرکزی دسته D چند درجه است؟



(۱) ۶۰

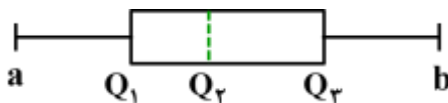
(۲) ۷۵

(۳) ۸۰

(۴) ۹۰

♦ ۶- نمودار جعبه‌ای:

روشی سودمند برای نمایش دامنه و چارک‌های داده‌هاست. برای رسم این نمودار به ۵ مقدار نیاز است:

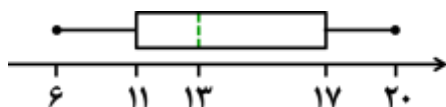


۱- کوچکترین داده (a) ۲- چارک اول (Q_1) ۳- چارک دوم (Q_2) ۴- چارک سوم (Q_3) ۵- بزرگترین داده (b)

تذکره ۱: در نمودار جعبه‌ای طول هر کدام از ۴ قسمت که بیشتر باشد پراکندگی داده‌ها در آن قسمت بیشتر است.

تذکره ۲: نمودار جعبه‌ای همزمان دامنه تغییرات، دامنه میان چارکی و میانه را نشان می‌دهد.

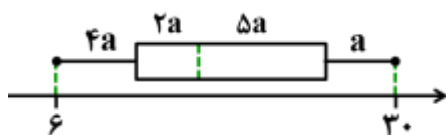
نکته ۲۰۰: با توجه به نمودار جعبه‌ای زیر چارک سوم و دامنه تغییرات به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



(۱) ۲۰ و ۱۱ (۲) ۱۷ و ۲۰

(۳) ۱۴ و ۱۳ (۴) ۱۷ و ۱۴

نکته ۲۰۱: در نمودار جعبه‌ای زیر دامنه میان چارکی چقدر است؟



(۱) ۴ (۲) ۱۶

(۳) ۱۰ (۴) ۱۴

نکته ۲۰۲: اگر داده‌های آماری ۱۱، ۱۵، ۱۷، ۱۶، ۱۴، ۹، ۱۱، ۱۲، ۱۵، ۱۸ و ۱۴ را با نمودار جعبه‌ای نشان دهیم، انحراف معیار

داده‌های داخل جعبه تقریباً برابر کدام است؟

(۱) ۱/۱ (۲) ۱/۲ (۳) ۱/۲۵ (۴) ۱/۳



برای خرید نسخه چاپی یا تدریس ویدئویی این جزوه به سایت و

یا کانال تلگرامی «آموزشگاه مجازی احمدی» مراجعه کنید.

برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد این جزوات و پکیج‌ها به شماره ۰۹۱۲۳۷۰۸۴۷۶

در تلگرام یا واتساپ و یا به صورت SMS پیام بدهید.

Ahmadi63amoozesh.com
@ahmadi63amoozesh

نمودارهای چندمتغیره

درس ۲

◆ نمایش داده‌ها

- انواع نمودارهای چند متغیره آماری عبارتند از:
- ۱- نمودار پراکنش نگاشت
 - ۲- نمودار حبابی
 - ۳- نمودار راداری

نمودارهای چندمتغیره

نمودارهایی هستند که در آنها داده‌های مربوط به چند متغیر به طور همزمان نمایش داده می‌شود.

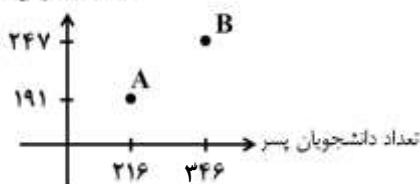
◆ ۱- پراکنش نگاشت:

هرگاه بخواهیم داده‌های مربوط به دو متغیر را نمایش دهیم از نمودار پراکنش نگاشت که به صورت نقطه‌ای است، استفاده می‌کنیم.

نکته ۲۰۳ نمودار زیر پراکنش نگاشت تعداد دانشجویان پسر در مقابل تعداد دانشجویان دختر ۲ دانشگاه A, B را نشان می‌دهد.

نسبت تعداد دانشجویان پسر به کل دانشجویان در این دو دانشگاه چقدر است؟

تعداد دانشجویان دختر



(۱) $\frac{562}{0}$

(۲) $\frac{216}{0}$

(۳) $\frac{346}{0}$

(۴) $\frac{438}{0}$

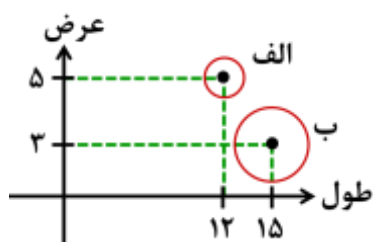
◆ ۲- نمودار حبابی:

اگر بخواهیم سه متغیر را همزمان در یک نمودار نشان دهیم کافی است در نمودار پراکنش نگاشت به جای نقطه از دایره استفاده کنیم که در اینصورت، مساحت دایره‌ها متناسب با متغیر سوم و مرکزش همان نقاط روی نمودار پراکنش نگاشت خواهد بود.

نکته: متغیر سوم در نمودار حبابی نمی‌تواند صفر یا منفی باشد.

نکته ۲۰۴ طول و عرض و ارتفاع جعبه‌های تولیدی در یک کارگاه در نمودار حبابی به صورت زیر است. اگر حجم جعبه‌های

سری الف، ۳ برابر حجم جعبه‌های سری ب، باشد شعاع نظیر الف چند برابر شعاع دایره نظیر ب است؟



(۲) $\frac{2}{3}$

(۱) $\frac{3}{2}$

(۴) $\frac{9}{4}$

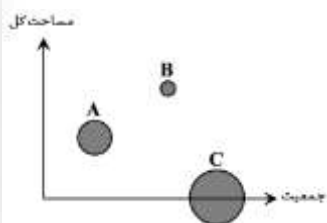
(۳) $\frac{4}{9}$

نکته ۲۰۵ مقدار متغیر سوم در نمودار حبابی متناسب با کدام یک از موارد زیر است؟

- (۱) شعاع دایره (۲) قطر دایره (۳) محیط دایره (۴) مساحت دایره

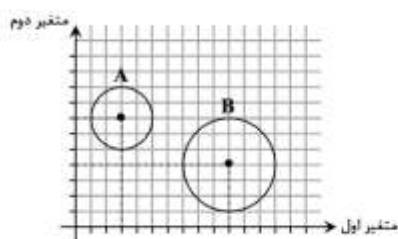
تست ۲۰۶ متغیرهای کدام گزینه را می توان در یک نمودار حبابی نشان داد؟

- (۱) گروه خونی ، قد (۲) قد و سن و وزن (۳) درآمد، سن، مدرک تحصیلی (۴) درآمد، سن، قد، وزن
- تست ۲۰۷ نمودار روبه رو، مساحت جنگل های سه کشور A ، B و C را نشان می دهد. متغیر دوم و سوم از راست به چپ در این نمودار کدام است؟



- (۱) مساحت کل - مساحت جنگل ها
(۲) مساحت جنگل ها - جمعیت
(۳) جمعیت - مساحت جنگل ها
(۴) جمعیت - مساحت کل

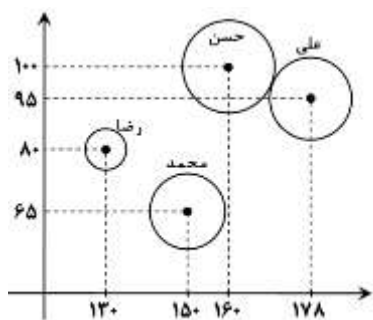
تست ۲۰۸ نمودار حبابی مقابل، مربوط به جدول زیر است. مقدار x کدام است؟



	A	B
متغیر اول	۶۰۰۰	۲۰۰۰۰
متغیر دوم	۱۴۰۰	۸۰۰
متغیر سوم	۸۰۰	x

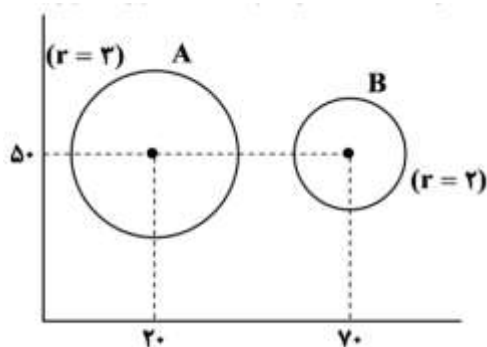
- (۱) ۱۲۰۰
(۲) ۱۵۰۰
(۳) ۱۶۰۰
(۴) ۱۸۰۰

تست ۲۰۹ نمودار حبابی با سه تایی مرتب (نمره ریاضی، وزن، قد) برای چهار دانش آموز در زیر رسم شده است. اگر سه تایی مرتب را به صورت (نمره ریاضی، قد، وزن) در نظر بگیریم، دایره مربوط به کدام دانش آموز در نمودار دایره ای جدید از بقیه پایین تر قرار می گیرد؟ (قد بر حسب سانتی متر و وزن بر حسب کیلوگرم)



- (۱) علی
(۲) حسن
(۳) رضا
(۴) محمد

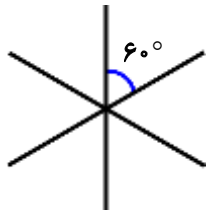
تست ۲۱۰ با توجه به نمودار حبابی زیر، اگر مقدار متغیر سوم در شخص A ۱۳۵ باشد، مقدار این متغیر در شخص B کدام است؟



- (۱) ۹۰
(۲) ۸۰
(۳) ۷۰
(۴) ۶۰

مشاهده: منظور از مشاهده در آمار، مجموعه‌ای است که شامل یک یا چند مقدار اندازه‌گیری شده برای یک عضو جامعه آماری است.

♦ ۳- نمودار راداری (ستاره‌ای یا تار عنکبوتی):



نوع دیگری از نمودارهای چندمتغیره است که می‌تواند به هر تعداد متغیر کمی عددی را نمایش دهد.
ویژگی‌های نمودار راداری: نمودار راداری از چند نیم‌خط به شکل پره‌های چرخ دوچرخه تشکیل می‌شود که در نقطه‌ای به نام مرکز به یکدیگر اتصال دارند و با زاویه‌های **یک‌ن** بین هم گرداگرد آن نقطه قرار دارند. هر کدام از این خطوط درواقع یک محور و نشان‌دهنده یک متغیر است و می‌تواند درجه‌بندی شود که به این خطوط اصطلاحاً شعاع رادار می‌گویند.

مهمترین کاربردهای نمودار راداری: مقایسه بین متغیرها از لحاظ مینیموم، ماکزیموم و میزان تغییرات

محاسبه اندازه هر شعاع از رادار (اندازه داده): برابر است با نسبت مقدار متغیر به مقدار بیشینه (ماکزیموم) آن که همان درصد متغیر یا اندازه داده است.

♦ نکته ۱:

نمودار حبابی نشان می‌دهد که:

- الف) کدام مشاهده‌ها شبیه یکدیگرند؟
- ب) آیا داده دور افتاده وجود دارد یا خیر؟
- پ) مقدار کدام متغیر یا مشاهده بیشتر یا کمتر است؟

♦ نکته ۲:

از نمودار حبابی در ورزش برای نمایش میزان قدرت و ضعف بازیکنان نسبت به یکدیگر استفاده می‌شود.

تست ۲۱۱: در نمودار تار عنکبوتی اگر زاویه بین نیم‌خط‌ها برابر 30° باشد، چند متغیر در نمودار نمایش داده می‌شود؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

تست ۲۱۲: زاویه بین دو نیم‌خط متوالی در نمودار راداری بر حسب درجه کدام نمی‌تواند باشد؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۵۰ (۳) ۶۰ (۴) ۷۲

تست ۲۱۳: به یک نمودار راداری ۳ متغیر اضافه می‌کنیم. اگر زاویه نیم‌خط‌هایش 27° تغییر کند، زاویه اولیه بین نیم‌خط

چقدر است؟

- (۱) ۹۰ (۲) ۷۲ (۳) ۶۰ (۴) ۴۵

تست ۲۱۴: مقدار یک متغیر برای عضو A در یک مشاهده برابر ۶۰ و برای عضو B برابر ۵۶ می‌باشد، چنانچه اندازه عضو A

بر روی شعاع نمودار راداری ۷۵ باشد اندازه عضو B بر روی شعاع کدام است؟

- (۱) ۸۰ (۲) ۷۰ (۳) ۶۰ (۴) ۵۰

تست ۲۱۵: یکی از متغیرهای مربوط به شاخص‌های سلامت، «عمر مورد انتظار در بدو تولد برحسب سال» است که براساس

یک گزارش آماری مطابق جدول زیر می‌باشد. در نمودار راداری اندازه داده مربوط به کشور B بر روی شعاع مربوط به این

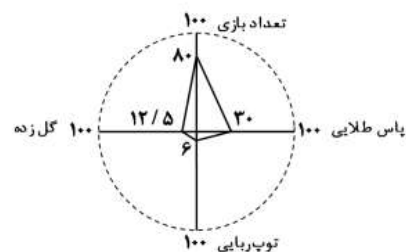
متغیر کدام است؟

متغیر	کشور A	کشور B	کشور C	بیشینه
عمر مورد انتظار در بدو تولد (سال)	۷۶	۶۳	۷۲	۸۴

- (۱) ۷۰ (۲) ۷۵ (۳) ۸۰ (۴) ۸۵

سؤال ۲۱۶ با توجه به نمودار راداری روبه رو که مربوط به یک بازیکن فوتبال است، میانگین داده‌های $x, y, z, 10t - 15$ کدام است؟

متغیر	بازیکن A	بیشینه متغیر
تعداد بازی	x	۴۰
پاس طلایی	y	۱۰
توپ ربایی	z	۵۰
گلزده	t	۱۶



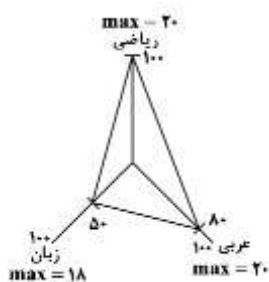
(۴) ۳۴

(۳) ۳۲

(۲) ۳۰

(۱) ۲۸

سؤال ۲۱۷ با توجه به نمودار راداری روبه رو که مربوط به نمرات علی است، واریانس نمرات علی تقریباً کدام است؟



(۱) ۱۹/۸

(۲) ۱۹/۶

(۳) ۲۰/۳

(۴) ۲۰/۷

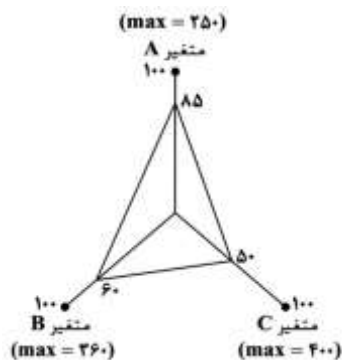
سؤال ۲۱۸ کدام گزینه در مورد نمودار راداری نادرست است؟

- (۱) نمودار راداری نشان می‌دهد کدام مشاهده‌ها شبیه یکدیگرند.
- (۲) نمودار راداری وجود یا عدم وجود داده دورافتاده را مشخص نمی‌کند.
- (۳) نمودار راداری نشان می‌دهد کدام متغیر برای یک مشاهده، نسبت به مشاهده‌های دیگر بیشتر یا کمتر است.
- (۴) از نمودار راداری در ورزش برای نشان دادن میزان قدرت و ضعف بازیکنان نسبت به هم استفاده می‌شود.

سؤال ۲۱۹ کدام یک از عبارات‌های زیر درست است؟

- (۱) در نمودار حبابی برای نمایش تعداد متغیرها محدودیتی وجود ندارد.
- (۲) در نمودار راداری داده‌های دورافتاده مشخص می‌شود.
- (۳) در نمودار حبابی شعاع دایره‌ها متناسب با مقادیر متغیر دوم است.
- (۴) زاویه بین هر دو شعاع مجاور در یک نمودار راداری با یکدیگر متفاوت است.

سؤال ۲۲۰ در نمودار راداری روبه رو، مقدار متغیر B کدام است؟



(۱) ۲۰۶

(۲) ۲۱۶

(۳) ۲۲۶

(۴) ۲۳۶



آزمون خرداد شماره ۱ زمان ۱۲۰ دقیقه



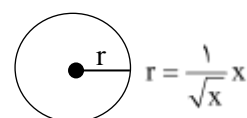
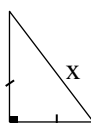
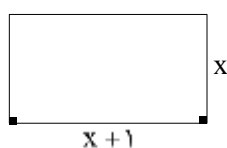
۱) معادلات زیر را به روش‌های خواسته شده حل کنید.

(الف) $10x^2 = 7x$ (تجزیه)

(ب) $x^2 - 4x = 12$ (مربع کامل)

(ج) $2 + 5x = -x(1 - x)$ (روش کلی)

۲) اگر مجموع مساحت‌های سه شکل زیر برابر ۱ باشد، مقدار x را به دست آورید.



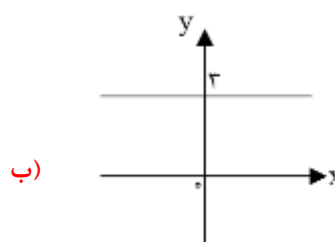
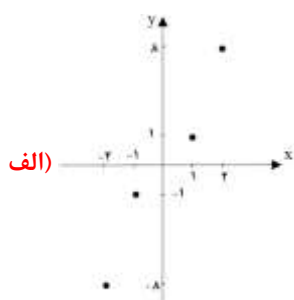
۳) در یک کارخانه تولیدی اگر x تعداد کالاها و p قیمت هر کالا باشد و رابطه $x = 100 - p$ برقرار باشد و تابع هزینه $C(x) = 16 + 92x$ باشد:

(الف) تابع درآمد و تابع سود را تشکیل دهید.

(ب) نقطه یا نقاط سربه سر را پیدا کنید.

۴) در رابطه $f = \{(7, 8), (3, \dots), (7, \dots)\}$ جاهای خالی را طوری پر کنید که f تابع نشود.

۵) برای نمودارهای زیر یک ضابطه مناسب بنویسید و دامنه و برد آن را تعیین کنید.



۶) مشکلات (محدودیت‌های) سرشماری را فقط نام ببرید.

۷ درستی یا نادرستی جملات زیر را تعیین کنید:

- الف) وزن دانش آموزان یک، کلاس متغیر کمی با مقیاس نسبتی است.
 ب) حجم (گنجایش) یک مخزن آب، متغیر کمی با مقیاس فاصله‌ای است.
 ج) گروه خونی افراد یک خانواده متغیر کیفی با مقیاس اسمی است.

۸ برای بررسی میزان گرایش به مرکز در داده‌های ۱,۴۱۲,۵۸۰,۷۸۰ میانه مناسب‌تر است یا میانگین یا مد؟ چرا؟

۹ در جدول زیر، مد، میانه، میانگین واریانس و انحراف استاندارد را محاسبه کنید.

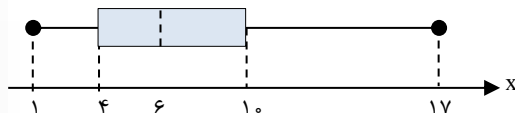
x_i داده‌ها	۲	۴	۶
f_i فراوانی	۲	۴	۲

۱۰ روی یک قوطی رب گوجه‌فرنگی عبارت (450 ± 10) گرم نوشته شده است از این عبارت می‌توان نتیجه گرفت که تقریباً درصد قوطی ربها وزنشان بین اعداد و گرم قرار دارند.

۱۱ در یک شرکت دارویی جدول توزیع کارکنان به صورت زیر است. یک نمودار دایره‌ای مناسب برحسب درجه برای این جدول رسم کنید.

دکتر	ارشد	کارشناسی	کاردانی	دیپلم	نوع مدرک
۳۰	۱۲۰	۱۸۰	۹۰	۳۰	تعداد

۱۲ با توجه به نمودار جعبه‌ای مقابل، به سؤالات زیر پاسخ دهید.



الف) در داخل جعبه، تراکم داده‌ها در سمت راست میانه بیشتر است یا سمت چپ آن؟

ب) دامنه میان چارکی چه قدر است؟

ج) تقریباً $\frac{1}{4}$ داده‌ها (۲۵ درصد داده‌ها) کوچک‌تر از چه عددی هستند؟

آزمون خرداد شماره ۲ زمان ۱۲۰ دقیقه

۱) معادلات زیر را حل کنید

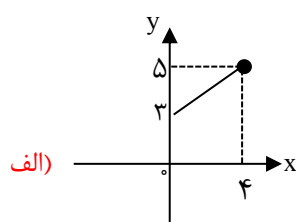
(الف) $(x-3)^2 - 9 = 0$ (روش ریشه گیری) (ب) $2x^2 - 8x + 1 = 0$ (روش مربع کامل)

۲) در معادله $2x^2 - 4x - 5 = 0$ مجموع ریشه‌ها چه قدر از حاصل ضرب ریشه‌ها بیشتر است؟

۳) اگر یکی از جواب‌های معادله $5x^2 - 6x + m = 0$ برابر ۲ باشد، ریشه دیگر را به دست آورید.

۴) وقتی دو شیر آب باهم باز باشند یک استخر در ساعت پر می‌شود اگر شیر A به تنهایی باز باشد یک ساعت زمان بیشتری برای پر کردن استخر نسبت به شیر B لازم دارد. هر یک از شیرها به تنهایی در چند ساعت استخر را پر می‌کنند؟

۵) دامنه و برد توابع زیر را مشخص کنید.



(ب)
$$\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = \sqrt{x-1} \end{cases}, A = \{1, 2, 3\}$$

۶) به عبارت زیر دقت کنید:

«در یک مزرعه طالبی ۲۰,۰۰۰ عدد طالبی قابل برداشت است. اگر بخواهیم مزه طالبی‌ها را مورد بررسی قرار دهیم (خوب، معمولی، بد) و یک نمونه ۱۰۰ تایی از طالبی‌ها را به طور تصادفی انتخاب کنیم در این نمونه، نسبت تعداد طالبی‌های بامزه معمولی برابر $\frac{25}{100}$ است.»

(الف) نوع متغیر در متن بالا چیست؟

(ب) نسبت $\frac{25}{100}$ آماره است یا پارامتر؟ چرا؟

۷) میانگین داده‌های $a, 4, 3, 7$ برابر ۵ است میانه داده‌های $a, 2, 2, 3, 4, 8, 10, 12, 15$ را به دست آورید.

۸) در یک سری از داده‌های آماری به بزرگ‌ترین داده ۸ واحد اضافه کرده و از کوچک‌ترین داده نیز ۸ واحد کم می‌کنیم.

دامنه تغییرات جدید نسبت به دامنه تغییرات اولیه چه تغییری می‌کند؟

۹ در داده‌های آماری ۳, ۳, ۴, ۶, ۶, ۸, ۸, ۹, ۱۱, ۱۲, ۱۲, ۱۳ داده‌های کمتر از چارک اول و بیشتر از چارک سوم را حذف کنید انحراف معیار داده‌های باقیمانده را محاسبه کنید.

۱۰ در یک سری از داده‌ها که به صورت منحنی نرمال قابل نمایش هستند میانگین $\bar{x}$ و انحراف معیار σ است به سؤالات زیر پاسخ دهید:

الف) چند درصد داده‌ها بین $\bar{x} - \sigma$ و $\bar{x} + \sigma$ قرار دارند؟

ب) ۹۶% داده‌ها در چه محدوده‌ای (فاصله‌ای) قرار دارند؟

۱۱ الف) نمودار جعبه‌ای داده‌های مقابل را رسم کنید

۱۰, ۱۰, ۸, ۷, ۳, ۶, ۹, ۱۵, ۲۰, ۲۰, ۳۱, ۱۸, ۱۰, ۱۲

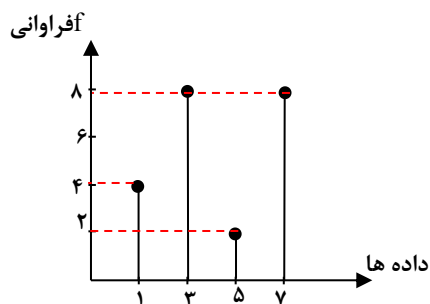
ب) دامنه تغییرات داده‌های داخل جعبه را حساب کنید.

ج) آیا دامنه تغییرات داده‌های داخل جعبه همان دامنه میان چارکی کل داده‌ها است؟

۱۲ با توجه به جدول زیر، نمودار راداری مناسب رسم کنید (روی محورها، اعداد را به صورت درصد در نظر بگیرید).

متغیر	نام درس	علی	امیر	رضا	بیشینه (حداکثر)
درس اول (x_1)	ریاضی	۱۶	۱۸	۱۰	۲۰
درس دوم (x_2)	معارف	۱۷	۱۷	۱۴	۱۸
درس سوم (x_3)	ادبیات	۲۰	۱۳	۱۵	۲۰
درس چهارم (x_4)	فلسفه	۱۲	۱۴	۱۶	۱۷

۱۳ در نمودار میله‌ای مقابل، فراوانی نسبی عدد ۱ چه قدر از فراوانی نسبی عدد ۵ بیشتر است؟





آزمون خرداد شماره ۳ زمان ۱۲۰ دقیقه



۱) معادلات زیر را به روشهای خواسته شده حل کنید.

(الف) $(x-1)(x+2) = (x-1)(2x+6)$ (تجزیه)

(ب) $(2x+7)^2 = (x-1)^2$ (روش ریشه گیری)

۲)

(الف) معادله $(x-1)^2 = k$ را به ازای $k = -9$ و $k = 0, k = 4$ حل کنید.

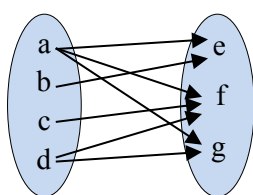
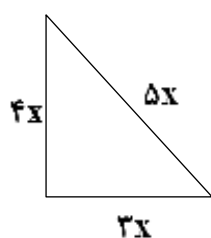
(ب) به ازای چه مقادیری از k معادله اخیر ریشه مضاعف دارد؟

(ج) به ازای چه مقادیری از k معادله اخیر دو ریشه حقیقی دارد؟

(د) به ازای چه مقادیری از k معادله اخیر دو ریشه حقیقی ندارد؟

۳) به ازای چه مقدار از m مجموع ریشه‌های معادله $(m-3)x^2 - 10mx + 5 = 0$ برابر $\frac{2}{5}$ است؟

۴) در شکل مقابل، مساحت و محیط مثلث باهم برابرند. طول وتر مثلث را به دست آورید.



۵) چند فلش را حذف کنیم تا نمودار وِن مقابل، بیانگر تابع شود؟

۶) در یک سری از مستطیل‌ها که طول آنها ۳ برابر عرض آنهاست

اولاً: ضابطه تابع محیط و تابع مساحت را بر حسب طول بنویسید.

ثانیاً: آیا این ضابطه‌ها توابعی خطی هستند یا خیر؟

۷) روش‌های جمع‌آوری داده‌های آماری را نام برده برای هر یک مثالی ذکر کنید.

۸ نوع و مقیاس هر یک از متغیرهای تصادفی زیر را مشخص کنید

(الف) شدت زلزله در شهرهای مختلف

(ب) رتبه دانش آموزان در کنکور

(ج) درجه حرارت شهرها

(د) وزن هندوانه‌های مزارع یک شهر

۹ میانگین داده‌های $x - 1, 3x, 5x + 6$ برابر $\frac{1}{5}$ است. مقدار x را به دست آورید.

۱۰ در یک کلاس در درس عربی ۲ نفر نمره ۱۸، ۵ نفر نمره ۱۶ و ۱۰ نفر نمره ۱۴ گرفته‌اند. میانگین نمرات دانش آموزان این

کلاس در درس عربی چه قدر است؟

۱۱ تمام چارک‌های داده‌های مقابل را به دست آورید. سپس دامنه میان چارکی آن‌ها را نیز محاسبه کنید.

۴, ۳, ۸, ۴, ۲, ۱, ۸, ۷, ۱۲, ۱۲, ۵, ۱۰

داده‌ها: ۱, ۲, ۳, ۴, ۵

۱۲ واریانس و انحراف معیار داده‌های مقابل را به دست آورید.

۱۳ در منحنی نرمال، مشخص کنید چند درصد داده‌ها بین $\bar{x} - 2\sigma$ و $\bar{x} + 2\sigma$ قرار دارند؟ چند درصد داده‌ها بین $\bar{x} - 3\sigma$

و $\bar{x} + 3\sigma$ واقع هستند؟

۱۴ برای داده‌های جدول زیر، یک نمودار میله‌ای و یک نمودار دایره‌ای (برحسب درجه) رسم کنید.

آبی	نوک‌مدادی	سیاه	سفید	رنگ ماشین‌ها
۱۴	۲۶	۱۸	۴۲	تعداد (فراوانی)

۱۵ از نمودار راداری، برای نمایش چند متغیر می‌توان استفاده کرد؟

آزمون خرداد شماره ۴ زمان ۱۲۰ دقیقه

۱ معادلات زیر را حل کنید.

(الف) $(5x - 2)^2 - 16 = 0$ (روش تجزیه)

(ب) $-t^2 + 6t + 1 = 0$ (روش کلی)

(ج) $\frac{x-1}{x-2} = \frac{x^2-2x+2}{x^2-2x} - \frac{x+1}{x}$

۲ حسن از پسرعمویش یک سال بزرگتر است. اگر حاصل ضرب عدد سن آن‌ها ۲۱۰ باشد حسن چند سال دارد؟ (یک معادله مناسب تشکیل داده و آن را حل کنید). (راهنمایی: $\sqrt{841} = 29$)

۳ اگر داشته باشیم $f(x) = \frac{2^x + 2}{2^x - 4}$ ، حاصل عبارت $f(0) \times f(-1)$ را به دست آورید.

۴ نمودار سهمی $y = \frac{-1}{4}(x-2)^2 + 1$ را رسم کرده و مختصات رأس آن را تعیین کنید.

۵ نوع و مقیاس هر یک از متغیرهای زیر را تعیین کنید:

(الف) میزان آلودگی هوا

(ب) رنگ چشم افراد

(ج) تعداد دانشجویان شاغل به کار

(د) زمان طلوع خورشید در شهرهای مختلف ایران

(ه) چاق یا لاغر بودن افراد

۶ در داده‌های آماری، مقابل، میانه، میانگین و مد را تعیین کنید.

۰, ۲, ۲, ۳, ۳, ۳, ۷, ۸, ۸, ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۵, ۱۷, ۱۸

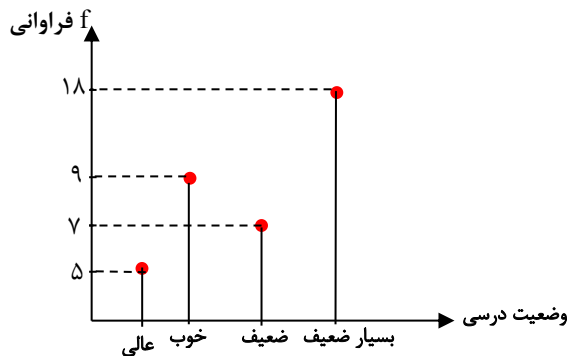
۷ در ۴۵ داده آماری مقدار میانگین ۱۳۰۰ محاسبه شده است. در بررسی مجدد داده‌ها متوجه می‌شویم که به جای داده ۱۰۲۴ عدد ۱۰۲۴۰ منظور شده است با رفع اشتباه میانگین واقعی چه قدر است؟

۸ کدام شاخص مرکزی برای داده‌های مقابل مناسب‌تر است؟ چرا؟

۶۰۰, ۲, ۵۷۰, ۵۶۰, ۹۸۰, ۷۰۰, ۸۳۰

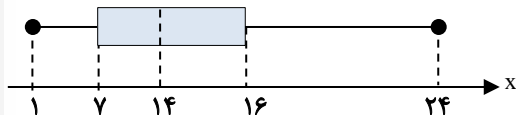
۹ در یک سری از داده‌های آماری انحراف داده‌ها از میانگین برابر است با: $-۳, -۲, -۱, ۰, ۱, ۴$
انحراف معیار را به دست آورید.

۱۰ طبق نمودار میله‌ای مقابل چند درصد دانش آموزان در درس ریاضی ضعیف هستند؟



۱۱ داده‌های زیر زمان مطالعه غیردرسی ۲۰ دانش آموز است نمودار دایره‌ای و نمودار نقطه‌ای مربوط به این داده‌ها را رسم کنید. (نمودار دایره‌ای برحسب درصد باشد).

	گروه A	گروه B	گروه C	گروه D
زمان مطالعه (دقیقه)	۵	۶	۷	۸
فراوانی (f)	۴	۸	۷	۱



۱۲ با توجه به نمودار جعبه‌ای مقابل به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) مقدار تمام چارک‌ها را تعیین کنید.

ب) دامنه تغییرات و دامنه میان چارکی را محاسبه کنید.

ج) تقریباً چند درصد داده‌ها بزرگ‌تر از ۱۶ هستند؟

د) تقریباً ۷۵ درصد داده‌ها ($\frac{۳}{۴}$ داده‌ها) بزرگ‌تر از چه عددی هستند؟

۱۳ در یک نمودار راداری، زاویه بین محورها (پَره‌ها) برابر ۴۵° است. این نمودار چند متغیر را در خود جای داده است؟



برای خرید نسخه چاپی یا تدریس ویدئویی این جزوه به سایت و یا کانال تلگرامی «آموزشگاه مجازی احمدی» مراجعه کنید.

برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد این جزوات و پکیج‌ها به شماره ۰۹۱۲۳۷۰۸۴۷۶ در تلگرام یا واتساپ و یا به صورت SMS پیام بدهید.

Ahmadi63amoozesh.com
@ahmadi63amoozesh

فصل اول

آشنایی با منطق و استدلال

گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها

درس ۱

♦ منطق:

- آنچه به گفته درآمده
- بررسی استدلال‌ها
- روش درست فکر کردن

منطق ریاضی: بیان ریاضی گونه منطق - دستور زبان ریاضی

گزاره

هر جمله خبری که بتوانیم در حال حاضر یا آینده دقیقاً یکی از دو ارزش درست یا نادرست (راست یا دروغ) را به آن نسبت دهیم.

مثال: ۲ عددی اول است.

درس ۱ فصل اول کتاب ریاضی و آمار ۲ در مورد گزاره‌ها صحبت می‌کند.

- جملاتی که گزاره محسوب نمی‌شوند:
- (۱) جمله‌های غیر خبری { جملات سؤالی: «شما چند سال دارید؟»
جملات امری: «برو بیرون»
جملات تعجبی و احساسی: «چه هوای خوبی!»
 - (۲) جملاتی که نمی‌توان بطور دقیق، ارزش آن‌ها را تعیین کرد.
(جملات با ارزش نسبی): «درس فلسفه از درس عربی آسان‌تر است.»

* جدول ارزش گزاره‌ها برای ۱ گزاره و ۲ گزاره و ۳ گزاره: (r, q, p) گزاره هستند)

p	q	r
د	د	د
د	د	ن
د	ن	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	د	ن
ن	ن	د
ن	ن	ن

حالت $2^3 = 8$

p	q
د	د
د	ن
ن	د
ن	ن

حالت $2^2 = 4$

p
د
ن

حالت $2^1 = 2$

تعداد حالت‌های ارزشی n گزاره: 2^n

مثلاً برای ۵ گزاره تعداد $2^5 = 32$ حالت ارزشی وجود دارد.

مثال

در جدول ارزشی ۵ گزاره، در چند حالت سه گزاره درست وجود دارد؟

نقیض یک گزاره $(\sim p)$: نقیض p، چنین نیست که p

ارزش نقیض یک گزاره: دقیقاً مخالف ارزش آن گزاره

p: «درست» ۲ عددی اول است.

$\sim p$: «نادرست» چنین نیست که ۲ عددی اول باشد (۲ عددی اول نیست).

جدول ارزش نقیض گزاره:

p	$\sim p$	$\sim(\sim p)$
د	ن	د
ن	د	ن

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

ترکیب گزاره‌ها

ترکیب گزاره‌ها:

۱- ترکیب عطفی دو گزاره: $p \wedge q$

۲- ترکیب فصلی دو گزاره: $p \vee q$

۳- ترکیب شرطی دو گزاره: $p \Rightarrow q$

۴- ترکیب دوشروطی دو گزاره: $p \Leftrightarrow q$

♦ ترکیب عطفی دو گزاره: «p و q» $p \wedge q$

مثال: «عدد ۳ فرد است و $\sqrt{2}$ عددی گنگ است.»

جدول ارزش گزاره‌ها در ترکیب عطفی دو گزاره:

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

ویژگی بارز ترکیب عطفی دو گزاره:

ترکیب عطفی دو گزاره تنها زمانی دارای ارزش درست است که هر دو گزاره درست باشند و در بقیه حالات نادرست است.

♦ ترکیب فصلی دو گزاره: «p و q» $p \vee q$

مثال: «عدد ۱۲۱ مضرب ۱۲ است یا $(-1)^n$ همواره زوج است.»

جدول ارزش گزاره‌ها در ترکیب فصلی دو گزاره:

p	q	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

ویژگی بارز ترکیب فصلی دو گزاره:

ترکیب فصلی دو گزاره تنها زمانی نادرست است که ارزش هر دو گزاره نادرست باشد و در بقیه حالات درست است.

$$\begin{array}{c} p \Rightarrow q \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \text{مقدم} \quad \text{تالی} \end{array}$$

♦ ترکیب شرطی دو گزاره: $p \Rightarrow q$

اگر p آن گاه q
P نتیجه می‌دهد q را
q از p نتیجه می‌شود

مثال: «اگر ۱۷ اول باشد، آنگاه ۱۸ اول نیست.»

جدول ارزش گزاره‌ها در ترکیب شرطی دو گزاره:

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

ویژگی بارز ترکیب شرطی دو گزاره: ترکیب شرطی دو گزاره تنها زمانی نادرست است که مقدم درست و تالی نادرست باشد

یعنی از یک گزاره درست نتیجه‌ای نادرست حاصل شده باشد.

اما در بقیه حالات ترکیب شرطی دو گزاره درست است.

انتقای مقدم (نفی مقدم): اگر مقدم نادرست باشد، ترکیب شرطی قطعاً درست است و درست یا نادرست بودن q (تالی) در ارزش

گزاره شرطی تأثیری ندارد.

مثال: «اگر $3^2 = 6$ باشد، آنگاه ۵ عددی اول است.» «درست»

♦ ترکیب دوشروطی دو گزاره: $p \Leftrightarrow q$

۱- p نتیجه می‌دهد q را و q نتیجه می‌دهد p را.

۲- اگر p آنگاه q و اگر q آنگاه p

۳- اگر p آنگاه q و برعکس

۴- p شرط لازم و کافی برای q است.

۵- p اگر و تنها (فقط) اگر q

فرمول (تعریف) ترکیب دوشروطی (ارتباط ترکیب دوشروطی و ترکیب شرطی دو گزاره)

$$(p \Leftrightarrow q) \equiv [(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)]$$

جدول ارزش گزاره‌ها در ترکیب دوشروطی دو گزاره:

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	ن	ن
ن	ن	د	د	د

ویژگی بارز ترکیب دوشروطی گزاره‌ها:

اگر دو گزاره p و q هم‌ارزش باشند ($p \equiv q$) یعنی هر دو درست یا هر دو نادرست باشند، آنگاه ارزش ترکیب دوشروطی درست است و در غیر اینصورت ترکیب دوشروطی نادرست است.

هم‌ارزی‌های مهم در ترکیب گزاره‌ها:

۱) $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

۲) $\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

۳) $p \Rightarrow q \equiv q \Rightarrow \sim p$ شرطی عکس نقیض گزاره

۴) $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$
 ۵) $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$ } قوانین دمورگان

۶) $p \vee (p \wedge q) \equiv p$
 ۷) $p \wedge (p \vee q) \equiv p$ } قوانین جذب

۸) $p \vee \sim p \equiv T$ (True) همیشه درست

۹) $p \wedge \sim p \equiv F$ (False) همیشه نادرست

۱۰) $p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$
 ۱۱) $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$ } قوانین شرکت‌پذیری

۱۲) $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
 ۱۳) $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ } قوانین توزیع‌پذیری یا پخش‌ی یا فاکتورگیری

۱۴) $p \vee T \equiv T$

۱۵) $p \wedge T \equiv p$

۱۶) $p \wedge F \equiv F$

۱۷) $p \vee F \equiv p$

۱۸) $\sim(\sim p) \equiv p$

۱۹) $p \vee p \equiv p$

۲۰) $p \wedge p \equiv p$

قوانین خودتوانی

۲۱) $p \vee q \equiv q \vee p$

۲۲) $p \wedge q \equiv q \wedge p$

قوانین جابجایی

مثال

هم ارز گزاره $(p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q)$ را تعیین کنید.

مثال

ثابت کنید گزاره‌های زیر همواره درست هستند:

$(p \Rightarrow q) \vee (\sim q \wedge p)$

$[(p \vee q) \wedge (p \Rightarrow q)] \Leftrightarrow q$

$[(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee \sim p)]$

مثال

ثابت کنید:

$\sim(p \vee q) \wedge (\sim q \vee p) \equiv \sim p \wedge \sim q$

تست منطق (گزاره‌های مرکب عطفی، فصلی، شرطی و دوشروطی)

تست ۲۲۱ کدام یک از جمله‌های زیر گزاره نیست؟

(۱) هفته ۷ روز دارد. (۲) ای کاش هوای تهران پاک می‌شد.

(۳) افلاطون شاگرد ارسطو است. (۴) عدد $(-1)^n$ به ازای $n \in \mathbb{N}$ همواره مثبت است.

تست ۲۲۲ ارزش سه گزاره r, q, p دارای حالت است و در تا از این حالت‌ها فقط یکی از آنها درست است.

(۱) ۳ - ۶ (۲) ۳ - ۸ (۳) ۴ - ۶ (۴) ۴ - ۸

تست ۲۲۳ اگر بدانیم «چنین نیست که $\sim p$ درست نباشد» و «نقیض q نادرست است» آنگاه ارزش گزاره‌های $(\sim q)$ و

p به ترتیب کدام است؟

(۱) درست - نادرست (۲) نادرست - درست (۳) نادرست - نادرست (۴) درست - درست

تست ۲۲۴ نقیض گزاره « a مثبت است» در کدام گزینه آمده است؟

(۱) a منفی است. (۲) a بزرگتر یا مساوی صفر است.

(۳) a کوچکتر یا مساوی صفر است. (۴) چنین نیست که a منفی باشد.

تست ۲۲۵ «ترکیب دو گزاره زمانی درست است که هر دو گزاره درست باشند»، این ترکیب:

(۱) فصلی است. (۲) عطفی است. (۳) شرطی است. (۴) دوشروطی است.

تست ۲۲۶ ارزش کدام گزاره درست است؟

(۱) ۵ عددی فرد است و ۴ عددی اول است. (۲) ۲ عددی زوج است و $\sqrt{3}$ عددی گنگ است.

(۳) $\sqrt{3}$ عددی گنگ است و ۱۵ مضرب ۲ است. (۴) ۱۲۱ مضرب ۱۲ است و $\sqrt{3}$ مثبت است.

تست ۲۲۷) نقیض کدام گزاره درست است؟

(۱) ۵۷ عددی اول است. (۲) قرآن ۱۱۴ سوره دارد.

(۳) اسفند در سال‌های کبیسه ۳۰ روز دارد. (۴) ۹۱ مضرب ۷ است.

تست ۲۲۸) اگر سطر اول جدول ارزش‌های تعدادی گزاره به صورت «د د د د» باشد، این جدول چند سطر دیگر دارد؟

(۱) ۳۱ (۲) ۱۶ (۳) ۱۵ (۴) ۹

تست ۲۲۹) اگر p گزاره «مربع عدد فرد عددی» و q گزاره «واریانس داده‌های $a, a, a, \dots$ » باشند، در این صورت

در جاهای خالی چه عبارتی قرار گیرد تا ترکیب فعلی این دو گزاره نادرست باشد؟

(۱) فرد است - مخالف صفر است. (۲) زوج است - صفر است.

(۳) فرد است - صفر است. (۴) زوج است - مخالف صفر است.

تست ۲۳۰) اگر p, q دو گزاره دارای ارزش یکسان باشند، در این صورت به ترتیب از راست به چپ ترکیب عطفی و فصلی

دو گزاره $(p \vee q)$ و $(p \vee q)$ دارای چه ارزشی هستند؟

(۱) درست - نادرست (۲) نادرست - درست (۳) درست - درست (۴) نادرست - نادرست

تست ۲۳۱) گزاره «چنین نیست که x عدد زوج و کوچکتر از ۴ باشد» با کدام یک از گزاره‌های زیر هم‌ارز است؟

(۱) x عدد فرد و کوچکتر از ۴ است. (۲) x عدد فرد و بزرگتر مساوی ۴ است.

(۳) x عدد فرد یا بزرگتر مساوی ۴ است. (۴) x نه عدد است و نه بزرگتر از ۴ است.

تست ۲۳۲) نقیض گزاره «علی به مشهد می‌رود یا حمید چاق است» کدام است؟

(۱) علی به مشهد نمی‌رود یا حمید چاق نیست. (۲) ممکن است علی به مشهد برود ولی حمید چاق نیست.

(۳) علی به مشهد می‌رود یا حمید چاق نیست. (۴) علی به مشهد نمی‌رود و حمید چاق نیست.

تست ۲۳۳) اگر نقیض گزاره « y عددی گویاست یا x بزرگتر از ۵ است» درست باشد، کدام گزینه برای y, x قابل قبول است؟

(۱) $x = y = 6$ (۲) $x = y = \sqrt{30}$ (۳) $x = y = \sqrt{30}$ (۴) $x = y = 4$

تست ۲۳۴) ارزش گزاره $(p \vee q) \wedge (p \vee q)$ با کدام گزینه برابر است؟

(۱) q (۲) p (۳) $\sim q$ (۴) $\sim p$

تست ۲۳۵) گزاره $p \wedge (p \vee q)$ با کدام گزینه هم‌ارز است؟

(۱) p (۲) q (۳) $p \vee (p \vee q)$ (۴) $p \wedge (p \vee \sim q)$

تست ۲۳۶) اگر بدانیم «چنین نیست که $x > y$ یا $y < z$ » در این صورت کدام گزینه درست است؟

(۱) $y > x, y > z$ (۲) $y \geq x \geq z$ (۳) $y \geq x, y \geq z$ (۴) $y > x > z$

تست ۲۳۷) اگر گزاره «اگر پرسپولیس قهرمان نشود، قلعه‌نویی ناراحت نخواهد شد.» نادرست باشد، ارزش کدام گزینه درست

است؟

(۱) پرسپولیس قهرمان شده و قلعه‌نویی ناراحت است. (۲) پرسپولیس قهرمان شده و قلعه‌نویی ناراحت نیست.

(۳) پرسپولیس قهرمان نشده و قلعه‌نویی ناراحت نیست. (۴) پرسپولیس قهرمان نشده و قلعه‌نویی ناراحت است.

تست ۲۳۸) ارزش گزاره $p \wedge (p \Rightarrow q)$ با ارزش کدام گزینه برابر است؟

(۱) p (۲) $p \wedge q$ (۳) $p \vee q$ (۴) F

تست ۲۳۹) ارزش گزاره $(p \wedge \sim q) \Rightarrow \sim q$ کدام است؟

(۱) T (۲) q (۳) p (۴) $\sim q$

تست ۲۴۰ گزاره $p \Rightarrow p$ با کدام گزینه هم‌ارز است؟

- (۱) p (۲) $\sim p$ (۳) T (۴) F

تست ۲۴۱ کدام گزینه ترکیب دوشروطی را به درستی نشان می‌دهد؟

- (۱) $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$ (۲) $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ (۳) $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$ (۴) $(p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow p)$

تست ۲۴۲ کدام گزاره نادرست است؟

- (۱) $p \wedge (p \vee q) \equiv p$ (۲) $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$ (۳) $p \wedge \sim p \equiv F$ (۴) $p \vee F \equiv F$

تست ۲۴۳ گزاره هم‌ارز با $(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q)$ در کدام گزینه آمده است؟

- (۱) p (۲) q (۳) T (۴) F

تست ۲۴۴ اگر p گزاره‌ای درست و q گزاره‌ای نادرست باشد و r گزاره‌ای دلخواه، در این صورت کدام یک از گزاره‌های

مرکب زیر دارای ارزش درستی است؟

- (۱) $(p \vee q) \wedge (q \wedge r)$ (۲) $(p \wedge r) \vee (\sim q \wedge r)$ (۳) $(\sim p \vee q) \wedge (p \vee r)$ (۴) $(p \wedge \sim q) \vee (q \vee r)$

تست ۲۴۵ اگر ارزش گزاره $p \Leftrightarrow q$ درست باشد، ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر الزاماً درست است؟

- (۱) $p \vee q$ (۲) $p \vee \sim q$ (۳) $p \wedge q$ (۴) $\sim p \wedge q$

تست ۲۴۶ اگر گزاره $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$ نادرست باشد، ارزش کدام گزینه درست است؟

- (۱) p (۲) $\sim q$ (۳) $p \wedge q$ (۴) $\sim p \Rightarrow q$

تست ۲۴۷ گزاره $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$ در کدام حالت نادرست است؟

(۱) p و q درست، r نادرست

(۲) p درست، q و r نادرست

(۳) p درست، q و r درست

(۴) p و q نادرست، r درست

تست ۲۴۸ هم‌ارز گزاره $(p \Leftrightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)$ کدام است؟

- (۱) $\sim p$ (۲) p (۳) q (۴) $\sim q$

تست ۲۴۹ گزاره $\sim(\sim q \wedge \sim p) \wedge (q \Rightarrow p)$ با کدام گزینه زیر هم‌ارز است؟

- (۱) p (۲) $\sim p$ (۳) q (۴) $\sim q$

پیراشته:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

استدلال ریاضی

درس ۲

استدلال ریاضی

۱- استفاده از ریاضی و قواعد منطق گزاره‌ها در حل مسائل

۲- اثبات یا ردّ یک گزاره به کمک ریاضی

♦ اولین گام برای استدلال ریاضی:

بازنویسی عبارات توصیفی به زبان ریاضی

مثال: «عددی به علاوه پنج، مساوی دو برابر آن عدد است.»

مثال: «مجموع مربعات دو عدد حقیقی از مربع مجموع آنها بزرگتر است.»

مثال: «تفاضل معکوسات دو عدد طبیعی با جذر حاصلضرب مجذورات آنها برابر است.»

♦ قیاس استثنایی: «اگر p آنگاه q» و «p»، نتیجه می‌دهد «q»

$$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$$

♦ طرز نوشتن قیاس استثنایی:

اگر الف آنگاه ب

الف

$$p \Rightarrow q$$

$$p$$

$$\therefore q$$

$\therefore$ ب

♦ مغالطه:

استدلالی نادرست است که در آن به جای رسیدن از مقدم به تالی، برعکس عمل می‌شود و از تالی، مقدم را نتیجه می‌گیرند.

$$p \Rightarrow q$$

$$q$$

$$\therefore p$$

مثال

مقایسه قیاس استثنایی و مغالطه:

قیاس استثنایی

اگر برف بیارد، مدارس تعطیل می‌شود.

برف باریده است.

$\therefore$ مدارس تعطیل است. ✓

مغالطه

اگر برف بیارد، مدارس تعطیل می‌شود.

مدارس تعطیل شده است.

$\therefore$ برف باریده است. ✗

نکته: دقت کنید که مغالطه یک استدلال نادرست است اما نتیجه آن ممکن است درست باشد!

تست ۲۵۰ کدام گزینه یک قیاس استثنایی است؟

- (۱) مقدمه ۱: اگر در درس ریاضی نمره ۲۰ بگیرم، معلم من را تشویق می‌کند.
مقدمه ۲: معلم من را تشویق کرد.
نتیجه: من در درس ریاضی نمره ۲۰ گرفتم
(۳) مقدمه ۱: اگر دو خط موازی باشند، هیچ گاه یکدیگر را قطع نمی‌کنند.
مقدمه ۲: دو خط L_1 و L_2 هیچ گاه یکدیگر را قطع نمی‌کنند
نتیجه: دو خط L_1 و L_2 موازی هستند
(۲) مقدمه ۱: اگر علی با سرعت غیرمجاز رانندگی کند، تصادف می‌کند.
مقدمه ۲: علی تصادف کرده است
نتیجه: علی با سرعت غیرمجاز رانندگی کرده است.
(۴) مقدمه ۱: اگر دو خط بر هم عمود باشند، با هم متقاطع هستند.
مقدمه ۲: دو خط L_1 و L_2 بر هم عمودند.
نتیجه: دو خط L_1 و L_2 متقاطع هستند.

تست ۲۵۱ کدام استدلال زیر مغالطه است؟

- (۱) مقدمه ۱: اگر امروز جمعه باشد، تعطیل است
مقدمه ۲: امروز تعطیل است.
∴ امروز جمعه است.
(۳) مقدمه ۱: اگر صبح از خواب دیر بیدار شوم، دیر به سر کار می‌رسم
مقدمه ۲: صبح دیر از خواب بلند شدم .
∴ من دیر به سر کار رسیدم.
(۲) مقدمه ۱: اگر غذا بخورم گرسنه نیستم
مقدمه ۲: من غذا خوردم.
∴ من گرسنه نیستم
(۴) مقدمه ۱: اگر علی این بازی را ببرد قهرمان مسابقات مدرسه است .
مقدمه ۲: علی این بازی را برده است.
∴ علی قهرمان مسابقات مدرسه است

تست ۲۵۲ کدام گزینه یک استدلال به روش مغالطه را نشان می‌دهد؟

- (۱) مقدمه ۱: اگر آب زیاد بخورم، تشنه نمی‌شوم .
مقدمه ۲: آب زیاد می‌خورم.
نتیجه: تشنه نمی‌شوم
(۳) مقدمه ۱: اگر تند برانم آنگاه تصادف می‌کنم.
مقدمه ۲: تند راندم.
نتیجه: تصادف کرده‌ام
(۲) مقدمه ۱: اگر ورزش کنم آنگاه سلامت می‌مانم
مقدمه ۲: سلامت مانده‌ام.
نتیجه: ورزش کرده‌ام
(۴) مقدمه ۱: اگر حقوقم را زیاد نکنند آنگاه زندگی‌ام سخت می‌شود.
مقدمه ۲: زندگی‌ام سخت نشده است.
نتیجه: حقوقم را زیاد کرده‌اند

تست ۲۵۳ کدام گزینه یک قیاس استثنایی را بیان می‌کند؟

- (۱) مقدمه ۱: اگر علی خوابش بیاید، آنگاه رانندگی نمی‌کند.
مقدمه ۲: علی خوابش نمی‌آید.
نتیجه: علی رانندگی می‌کند.
(۲) مقدمه ۱: اگر علی خوابش بیاید، آنگاه رانندگی نمی‌کند.
مقدمه ۲: علی رانندگی می‌کند.
نتیجه: علی خوابش نمی‌آید.
(۲) مقدمه ۱: اگر علی خوابش بیاید، آنگاه رانندگی نمی‌کند.
مقدمه ۲: علی رانندگی می‌کند.
نتیجه: علی خوابش نمی‌آید.

تست ۲۵۴ استدلال به شکل $((p \Rightarrow q) \wedge p) \Rightarrow q$ را چه می نامند و نتیجه آن چگونه است؟

- (۱) قیاس استثنایی - همواره درست
(۲) قیاس استثنایی - می تواند درست یا نادرست باشد
(۳) مغالطه - همواره درست
(۴) مغالطه - می تواند درست یا نادرست باشد.

♦ اثبات به روش عکس نقیض گزاره شرطی:

در اثبات برخی احکام ریاضی به جای اثبات مستقیم یعنی رسیدن از مقدم به تالی، عکس نقیض آن را ثابت می کنیم (می دانیم هر گزاره شرطی با عکس نقیض آن هم ارز است).

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$$

مثال

ثابت کنید «اگر n^2 فرد باشد، آنگاه n نیز فرد است.»

♦ یافتن خطاهای پنهان ریاضی:

یافتن خطاهای ریاضی در یک استدلال ریاضی یک مهارت مهم محسوب می شود.

مثال

معادله $x^2 - 2x = 0$ با چه خطایی می تواند یک ریشه داشته باشد؟

♦ نکات مهم در یافتن خطاهای پنهان ریاضی:

- ۱- طرفین تساوی یا نامساوی را نمی توانیم در یک عدد ضرب یا بر یک عدد تقسیم کنیم مگر آنکه یقین داشته باشیم آن عدد غیر صفر است.
- ۲- در نامساوی ها با ضرب یا تقسیم طرفین نامساوی در (بر) یک عدد منفی، جهت نامساوی عوض می شود.
- ۳- صورت و مخرج کسر ها در صورتی قابل ساده سازی هستند که بین جملات آنها ضرب باشد و در صورتیکه صورت و مخرج کسر بصورت مجموع جبری جملات باشد، نمی توان آنها را ساده کرد.
- ۴- ریشه گیری و ساده سازی در رادیکال ها فقط زمانی امکانپذیر است که عبارت زیر رادیکال بصورت حاصلضرب باشد.
- ۵- وقتی یک چندجمله ای در عدد یا عبارتی ضرب می شود، همه جملات این چندجمله ای تحت تاثیر آن عدد یا عبارت قرار می گیرند. این قانون برای منفی پشت چندجمله ای نیز صادق است.

تست استدلال ریاضی

تست ۲۵۵ باز نویسی گزاره «دو برابر جذر عددی برابر خودش است.» کدام گزینه است؟

(۱) $2x^2 = x$ (۲) $2\sqrt{x} = x$ (۳) $x^2 = 2x$ (۴) $\sqrt{x} = 2x$

تست ۲۵۶ برای دو عدد a, b داریم « $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq a + b$ » کدام گزینه در مورد a, b صحیح است؟

- (۱) معکوس مجموع دو عدد بزرگتر یا مساوی مجموع دو عدد است.
(۲) مجموع معکوس های دو عدد بزرگتر از مجموع دو عدد است.
(۳) مجموع معکوس های دو عدد بزرگتر یا مساوی مجموع دو عدد است.
(۴) معکوس مجموع دو عدد بزرگتر از مجموع دو عدد است.

تست ۲۵۷ نماد ریاضی عبارت کلامی «مجموع تعدادی عدد طبیعی فرد متوالی با شروع از یک برابر است با مربع تعداد اعداد فرد» کدام است؟

$$1+3+5+\dots+(2n-1)=n^2 \quad (۲) \quad 1+3+5+\dots+(2n+1)=n^2 \quad (۱)$$

$$1+3+5+\dots+(2n+1)=(2n-1)^2 \quad (۴) \quad 1+3+5+\dots+(2n-1)=(2n+1)^2 \quad (۳)$$

تست ۲۵۸ کدام گزینه قیاس استثنایی را نشان می‌دهد؟

$$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q \quad (۴) \quad [(p \Rightarrow q) \wedge q] \Rightarrow p \quad (۳) \quad [(p \Rightarrow q) \wedge q] \Rightarrow p \quad (۲) \quad [(p \Rightarrow q) \vee p] \Rightarrow q \quad (۱)$$

تست ۲۵۹ استدلال زیر را در نظر بگیرید:

مقدمه ۱: اگر دو خط موازی باشند، هیچ‌گاه یکدیگر را قطع نمی‌کنند.

مقدمه ۲:

نتیجه: خطوط L_1 و L_2 هیچ‌گاه یکدیگر را قطع نمی‌کنند.

مقدمه ۲ کدام گزینه است؟

(۱) L_1 و L_2 موازی هستند. (۲) L_1 و L_2 یکدیگر را قطع نمی‌کنند.

(۳) L_1 و L_2 ممکن است موازی نباشند. (۴) L_1 با L_2 موازی یا بر آن عمود است.

تست ۲۶۰ عبارت ریاضی چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح است؟

(الف) تفاضل معکوس هر عدد حقیقی بزرگتر از یک، از خود همان عدد، مثبت است. $(x > 1) \Rightarrow x - \frac{1}{x} > 0$

(ب) مجموع مربع هر عدد حقیقی با یک، از دو برابر آن عدد بزرگتر است. $a^2 + 1 > 2a$

(پ) مجموع مربع‌های هر عدد حقیقی ناصفر و معکوسش بزرگتر از ۲ است. $x^2 + \frac{1}{x^2} > 2$

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

تست ۲۶۱ کدام گزینه در مورد استدلال زیر صحیح نیست؟

مقدمه ۱: اگر مثلثی متساوی الاضلاع باشد، آنگاه زاویه یکی از رأس‌های آن 60° است.

مقدمه ۲: یکی از زاویه‌های مثلث ABC، 60° می‌باشد.

* مثلث ABC متساوی الاضلاع است.

(۱) این استدلال، یک استدلال قیاس استثنایی است. (۲) نتیجه به دست آمده، ممکن است نادرست باشد.

(۳) این استدلال مغالطه است. (۴) از قیاس استثنایی به شکل نادرست استفاده شده است.

تست ۲۶۲ استدلال زیر را در نظر بگیرید. خطای ریاضی در کدام مرحله اثبات است؟

۱) $a < b$ (۱) ۲

۲) $a + c < b + c$ جمع طرفین با c (۲) ۳

۳) $c(a + c) < c(b + c)$ ضرب طرفین در c (۳) ۴

۴) $ac + c^2 < bc + c^2$ ضرب c در پرانتزها (۴) ۵

۵) $ac < bc$ ساده کردن c^2 از طرفین

$$\therefore a < b \Rightarrow ac < bc$$

تست ۲۶۳ دانش آموزی ادعا می کند که معادله $x^2 + 2 = 0$ دو ریشه دارد و ریشه های آن $x = \sqrt{-2}$ و $x = -\sqrt{-2}$ است.

استدلال او در زیر آمده است. ایراد اولیه این استدلال در کدام گام می باشد؟

گام سوم: $x^2 - (\sqrt{-2})^2 = 0$ گام دوم: $x^2 - (-2) = 0$ گام اول: $x^2 + 2 = 0$

گام پنجم: $(x - \sqrt{-2})(x + \sqrt{-2}) = 0$ گام چهارم: $x = \sqrt{-2}, x = -\sqrt{-2}$

(۱) گام دوم (۲) گام سوم (۳) گام چهارم (۴) گام پنجم

تست ۲۶۴ بازنویسی گزاره زیر با نماد ریاضی در کدام گزینه آمده است؟

«مجموع مکعبات دو عدد بزرگتر یا مساوی مکعب مجموع دو عدد است.»

(۱) $a^3 + b^3 \geq (a+b)^3$ (۲) $(a+b)^3 \geq a^3 + b^3$

(۳) $(a^3 + b^3)^3 \geq a^3 + b^3$ (۴) $a^3 + b^3 \geq (a^3 + b^3)^3$

تست ۲۶۵ استدلال زیر چه نام دارد؟

مقدمه ۱: اگر علی درس بخواند، پدرش خوشحال می شود.

مقدمه ۲: پدر علی خوشحال است.

نتیجه: علی درس خوانده است.

(۱) قیاس استثنایی (۲) استنتاج (۳) مغالطه (۴) استدلال قیاسی



برای خرید نسخه چاپی یا تدریس ویدئویی این جزوه به سایت و

یا کانال تلگرامی «آموزشگاه مجازی احمدی» مراجعه کنید.

برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد این جزوات و پکیج ها به شماره ۰۹۱۲۳۷۰۸۴۷۶

در تلگرام یا واتساپ و یا به صورت SMS پیام بدهید.

Ahmadi63amoozesh.com

[@ahmadi63amoozesh](https://www.instagram.com/ahmadi63amoozesh)

فصل دوم

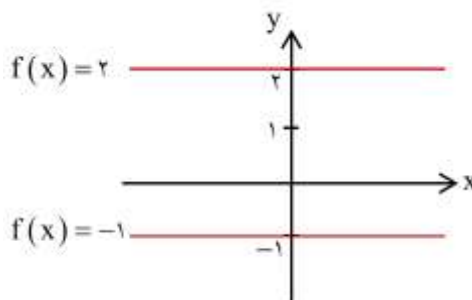
تابع

درس ۱ تابع ثابت، همانی و چندضابطه‌ای

درس ۱

تابع ثابت

هر تابع با ضابطه $f(x) = c$ را که در آن c عددی ثابت است، تابع ثابت می‌گوییم.



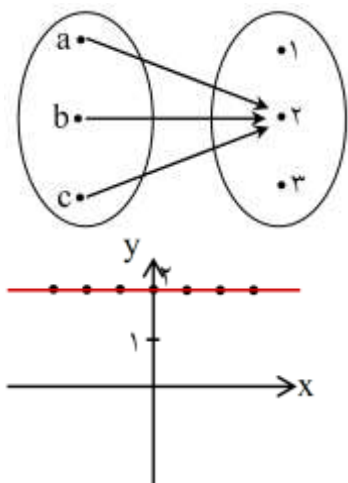
♦ برد تابع ثابت:

تابع ثابت دستگاهی است که به ازای همه ورودی‌ها (x ها) فقط و فقط یک عدد به عنوان خروجی می‌دهد.

$$f(x) = c : R_f = \{c\}$$

♦ نمایش تابع ثابت:

$$f = \{(-1, 2), (2, 2), (3, 2), (7, 2)\}$$



۱- نمایش زوج مرتبی:

۲- نمایش پیکانی:

۳- نمایش مختصاتی:

تست ۲۶۶ اگر برد تابع ثابت f برابر مجموعه $\{6, a+2\}$ و $R_f = \{6, a+2\}$ و زوج مرتب $(3, 3b-9)$ عضوی از تابع باشد، مقدار $a-b$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۹ (۴) ۹

تست ۲۶۷ تابع روبه‌رو یک تابع است.
 $f: \{-1, 2, 3\} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 1$

- (۱) همانی (۲) دوضابطه‌ای (۳) ثابت (۴) خطی

تست ۲۶۸ اگر $f(x) = (a+1)x + 2a - 1$ ، یک تابع ثابت باشد، مقدار $f(f(1))$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) -۱ (۴) ۱

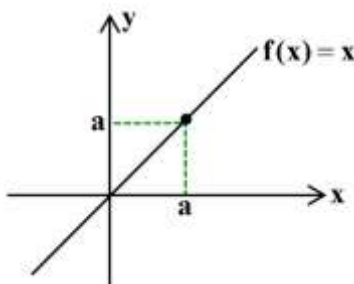
تست ۲۶۹ اگر $f = \{(2, -1), (3, 5m+9), (-2, n+3)\}$ تابعی ثابت باشد، $m-n$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) -۶

تابع همانی

تابع با ضابطه $f(x) = x$ را تابع همانی می‌گوییم که در آن دامنه و برد تابع با هم برابرند.

$$\begin{cases} f(x) = x \\ D_f = R_f \end{cases}$$



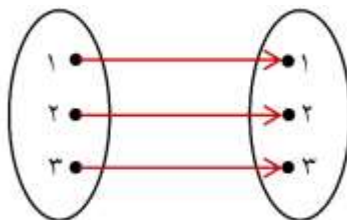
◆ نمودار تابع همانی:

همان نیم‌ساز ربع اول و سوم صفحه مختصات است.

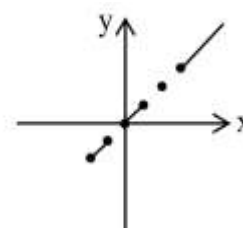
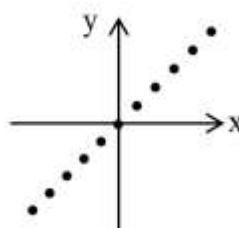
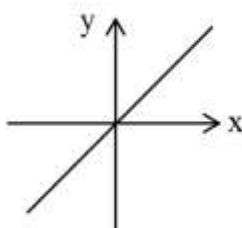
◆ نمایش تابع همانی:

۱- زوج مرتبی: $f = \{(1,1), (2,2), (3,3), (5,5)\}$

۲- پیکانی:



۳- نمایش مختصاتی:



تست ۲۷۰ اگر $f = \{(a, 1), (b, 3), (c, 5)\}$ یک تابع همانی باشد، میانگین a, b, c کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{8}{3}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{10}{3}$

تست ۲۷۱ اگر نقطه $(2, n^2 - 3n + 4)$ روی نیم‌ساز ناحیه اول و سوم باشد، n برابر است با:

- (۱) -۱ و -۲ (۲) ۱ و ۲ (۳) -۱ و ۲ (۴) ۱ و -۲

تست ۲۷۲ در تابع همانی f دامنه و برد تابع به ترتیب زیر است. مقدار $a - b$ چقدر است؟

$$D_f = \{3, -7, a + 1\} \quad R_f = \{2, 3, b\}$$

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

تست ۲۷۳ در یک تابع همانی $D_f = \{1, 5, m\}$ و $R_f = \{8, 1, n\}$ می‌باشند. حاصل $m - n$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) -۴ (۴) ۴

تست ۲۷۴ اگر تابع $f(x) = \frac{x + a - 2}{bx + 1}$ یک تابع همانی باشد، حاصل $a^2 + b^2$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۱

تست ۲۷۵ در یک تابع همانی $f(x) + f(-x)$:

- (۱) برابر $2x$ است. (۲) همواره صفر است. (۳) برابر $-2x$ است. (۴) همواره ۱ است.

تست ۲۷۶ اگر نقطه $(k, k^2 - k - 8)$ روی نیم‌ساز ناحیه سوم باشد، k کدام است؟

- (۱) فقط -۲ (۲) فقط ۴ (۳) ۲ یا -۴ (۴) ۲ یا -۴

تست ۲۷۷ در تابع همانی $f = \{(m + 1, -2), (2n + 1, 2 - m), (k, -n + 1)\}$ مقدار $n - k - m$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۴

تابع چندضابطه‌ای

تابعی را گوئیم که در بخش‌های مختلف دامنه، ضابطه‌های مختلف دارد.

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & x \geq 2 \\ -x & x < 2 \end{cases} \quad \text{تابع دوضابطه‌ای}$$

◆ دامنه توابع چندضابطه‌ای:

عبارت است از اجتماع محدوده‌های همه ضوابط.

$$f(x) = \begin{cases} x - 1 & -3 \leq x < 1 \\ x + 2 & 1 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

◆ رسم نمودار توابع چندضابطه‌ای:

هر ضابطه را جداگانه روی محور مختصات رسم کرده و قسمت‌های خارج از محدوده دامنه را حذف می‌کنیم.

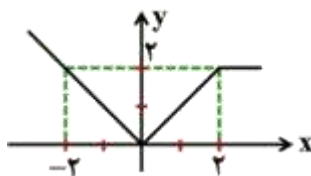
$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & x \geq 1 \\ 3 & -2 \leq x < 1 \end{cases}$$

تست ۲۷۸ برای تابع روبه‌رو مقدار $f(5) - f(-2)$ کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ 1 & x < 0 \end{cases}$$

- (۱) ۱۴ (۲) صفر (۳) ۵ (۴) ۹

تست ۲۷۹ کدام گزینه ضابطه تابع مقابل است؟



$$y = \begin{cases} x+1 & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x & x \leq 0 \\ x & 0 < x < 2 \\ 2 & x \geq 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x & x \leq 0 \\ -x & 0 < x < 2 \\ 2 & x \geq 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x+2 & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x & 0 \leq x < 2 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

تست ۲۸۰ برد تابع با ضابطه روبه‌رو، کدام بازه است؟

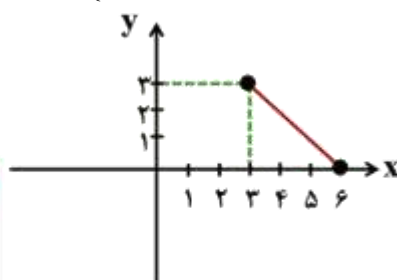
$$y > 1 \quad (4)$$

$$y > 0 \quad (3)$$

$$y \geq 0 \quad (2)$$

$$y \geq 1 \quad (1)$$

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & -1 \leq x < 3 \\ g(x) & 3 \leq x \leq 6 \end{cases}$$



تست ۲۸۱ اگر بخشی از نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر باشد، $g(x)$ کدام است؟

$$-x-6 \quad (1)$$

$$-x+6 \quad (2)$$

$$-x+3 \quad (3)$$

$$-x-3 \quad (4)$$

$$f(x) = \begin{cases} x & x < -1 \\ x^2 & -1 \leq x \leq 2 \\ 5 & x > 2 \end{cases}$$

$$7 \quad (4)$$

$$3-\sqrt{2} \quad (3)$$

$$9-\sqrt{2} \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ 2 & x < 0 \end{cases}$$

$$-3 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$f(x) = \begin{cases} -x & x \geq 0 \\ 2-x & x < 0 \end{cases}$$

$$y=1 \quad (4)$$

$$y=0 \quad (3)$$

$$y=-1 \quad (2)$$

$$y=-2 \quad (1)$$

تست ۲۸۴ کدام یک از خط‌های زیر تابع $f(x)$ را قطع نمی‌کند؟

تست ۲۸۳ اگر تابع $f(x)$ به صورت زیر باشد، مقدار $f(a^2) - f(-\sqrt{a})$ کدام است؟

تست ۲۸۲ در تابع روبه‌رو مقدار $f(-\sqrt{2}) + f(\sqrt{3})$ کدام است؟

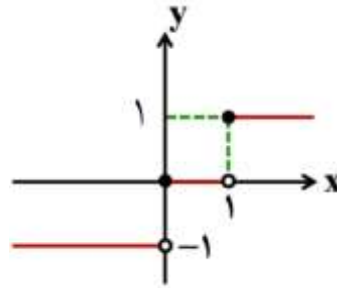
توابع پلکانی و قدرمطلق

درس ۲

تابع پلکانی

تابعی است چندضابطه‌ای که در هر ضابطه، مقدار تابع، عددی ثابت است.

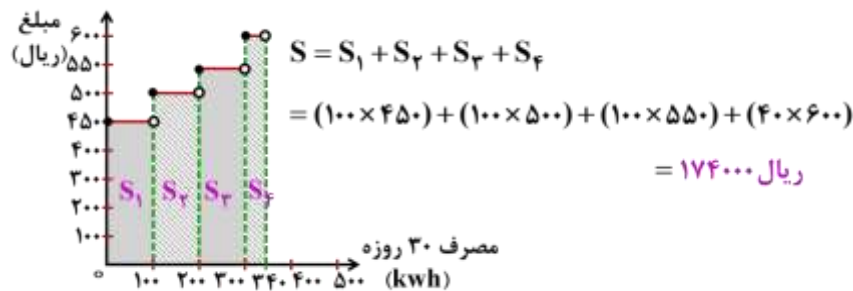
$$f(x) = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 0 & 0 \leq x < 1 \\ 1 & x \geq 1 \end{cases}$$



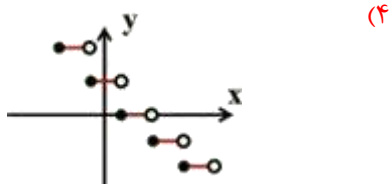
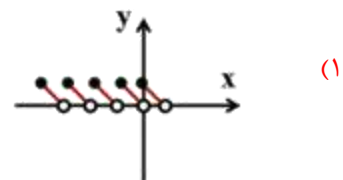
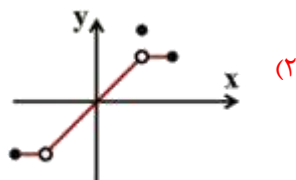
نکته: یکی از کاربردهای معروف تابع پلکانی، محاسبه بهای برق مصرفی در قبوض برق است.

مبلغ ۳۰ روزه	مصرف ۳۰ روزه	نرخ (ریال)	پله‌های مصرف ماهانه	پله‌های مصرف بر حسب کیلووات ساعت (kwh)
۴۵/۰۰۰	۱۰۰	۴۵۰	۱۰۰ تا ۰	
۵۰/۰۰۰	۱۰۰	۵۰۰	۲۰۰ تا ۱۰۰	
۵۵/۰۰۰	۱۰۰	۵۵۰	۳۰۰ تا ۲۰۰	
۲۴/۰۰۰	۴۰	۶۰۰	۴۰۰ تا ۳۰۰	

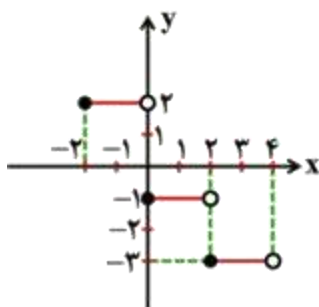
نکته: سطح زیر نمودار هر پله از نمودار تابع پلکانی برابر است با بهای برق مصرفی در آن پله از جدول محاسبه بهای برق.



سوال ۲۸۵: کدام تابع پلکانی است؟



تست ۲۸۶ در تابع پلکانی شکل زیر حاصل $f(-1) + f(-\sqrt{3}) - f(\sqrt{5})$ کدام است؟



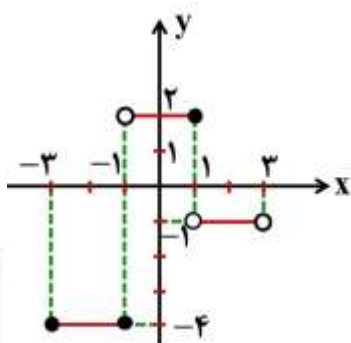
۱ (۱)

۷ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

تست ۲۸۷ ضابطه نمودار پلکانی مقابل کدام است؟



$$\begin{cases} -4 & -3 < x \leq -1 \\ 2 & -1 < x \leq 1 \\ -1 & 1 < x \leq 3 \end{cases} \quad (2) \quad \begin{cases} -4 & -3 < x < -1 \\ 2 & -1 \leq x < 1 \\ -1 & 1 \leq x < 3 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} -4 & -3 \leq x \leq -1 \\ 2 & -1 < x < 1 \\ -1 & 1 \leq x \leq 3 \end{cases} \quad (4) \quad \begin{cases} -4 & -3 \leq x \leq -1 \\ 2 & -1 < x \leq 1 \\ -1 & 1 < x < 3 \end{cases} \quad (3)$$

تست ۲۸۸ در یک پارکینگ، هزینه توقف خودرو در ساعاتی مختلف به صورت جدول زیر است:

محدوده زمانی	هزینه به ازای هر ۱ ساعت
۸ - ۱۲	۴۰۰۰ تومان
۱۲ - ۱۶	۳۰۰۰ تومان
۱۶ - ۲۰	۶۰۰۰ تومان

در نمودار پلکانی این جدول مساحت زیر نمودار دوم چقدر است؟

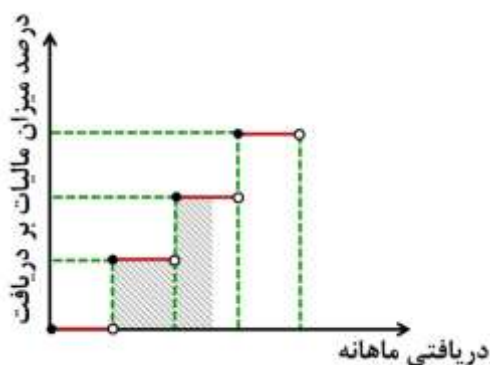
۱۶۰۰۰ (۱)

۱۲۰۰۰ (۲)

۲۴۰۰۰ (۳)

۲۸۰۰۰ (۴)

تست ۲۸۹ در نمودار پلکانی زیر، سطح رنگی زیر نمودار بیانگر چیست؟



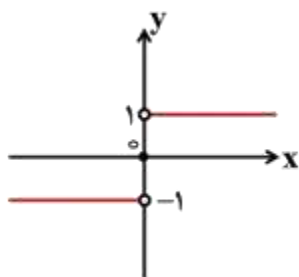
۱) درصد مالیات پرداختی شخص

۲) مالیات کل سال شخص

۳) میزان معافیت مالیاتی شخص

۴) درصد مالیات ماهانه شخص

تابع علامت



تابعی است پلکانی و سه ضابطه‌ای که به ازای اعداد مثبت خروجی ۱، به ازای اعداد منفی خروجی -۱ و به ازای صفر، خروجی صفر می‌دهد.

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

♦ دامنه و برد تابع علامت:

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} \quad D_f = \mathbb{R} \quad R_f = \{-1, 0, 1\}$$

تست ۲۹۰ حاصل $\text{sign}(3) - \text{sign}(-4) + \text{sign}(-\frac{1}{3})$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) -۲

تست ۲۹۱ حاصل $\text{sign}(1-x^2) + \text{sign}(x^2-3x)$ به ازای $x > 3$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) صفر

تست ۲۹۲ تابع $\text{sign}(x+1)$ به ازای $-2 < x < 3$ چند مقدار مختلف دارد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

تابع جزء صحیح

تابعی است که به هر عدد صحیح، خود آن عدد و به هر عدد بین دو عدد صحیح متوالی، عدد صحیح کوچکتر را نسبت می‌دهد.
 $(\frac{3}{4}) = 3$ جزء صحیح $(2) = 2$ جزء صحیح

♦ نماد تابع جزء صحیح:

تابع جزء صحیح x را به صورت $f(x) = [x]$ نمایش می‌دهند.

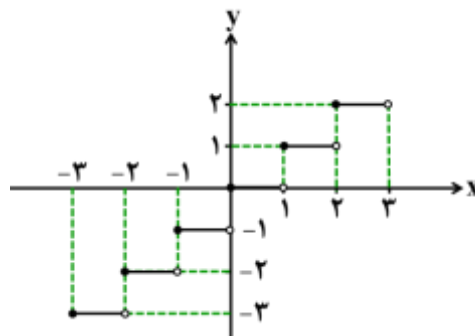
$$x \in \mathbb{Z} \Rightarrow [x] = x \quad n \leq x < n+1 \Rightarrow [x] = n \quad n \in \mathbb{Z}$$

مثال

$$\begin{aligned} [\sqrt{18}] &= & [2] &= & [-4] &= & [3/5] &= \\ [\frac{1}{3}] &= & [-\frac{5}{3}] &= & [-7/2] &= & [\pi] &= \end{aligned}$$

♦ نمودار تابع جزء صحیح:

$$f(x) = [x] = \begin{cases} \vdots & \\ -2 & -2 \leq x < -1 \\ -1 & -1 \leq x < 0 \\ 0 & 0 \leq x < 1 \\ 1 & 1 \leq x < 2 \\ 2 & 2 \leq x < 3 \\ \vdots & \end{cases}$$



تست ۲۹۳ حاصل $\left[\frac{3}{4}\right] - [\sqrt{10}]$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

تست ۲۹۴ حاصل عبارت $[x] + [-x]$ به ازای $x = -2/7$ کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲

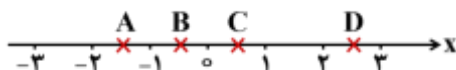
تست ۲۹۵ در تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - 2[x]$ مقدار $f(\sqrt{3})$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

تست ۲۹۶ اگر $f(x) = [2x]$ و $g(x) = [5x]$ ، حاصل $\frac{f(1/2) - g(-1/5)}{f(\sqrt{2}) + g(1/1)}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{5}{7}$ (۴) $-\frac{3}{5}$

تست ۲۹۷ در محور زیر، حاصل $\frac{[A] + [B]}{2[C] + [D]}$ کدام است؟



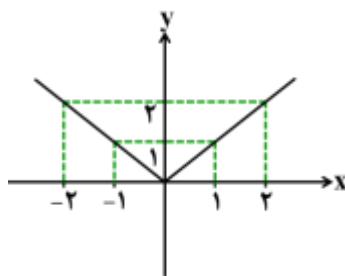
- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) -۲ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

تابع قدرمطلق (مثبت کننده)

تابع $f(x) = |x|$ را تابع قدرمطلق x نامیده و تعریف می کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

◆ نمودار تابع قدرمطلق:



تابع قدرمطلق، تابعی است مثبت کننده:

$$|5| = \quad |0| = \quad |-5| = \quad |-\sqrt{a}| = \quad |a^2| =$$

◆ تبدیل قدرمطلق به تابع چندضابطه‌ای:

$$|x-1| = \quad |2x-6| =$$

◆ رسم توابع قدرمطلق به کمک انتقال:

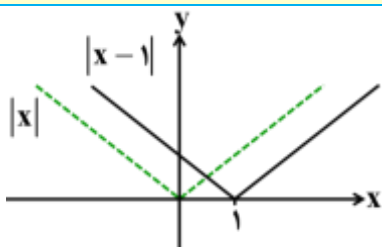
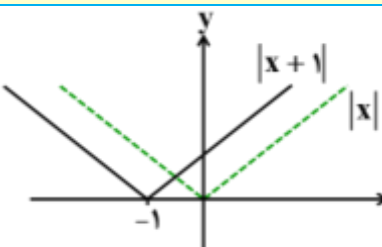
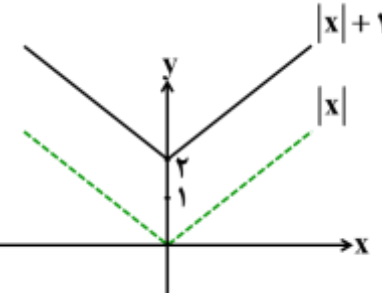
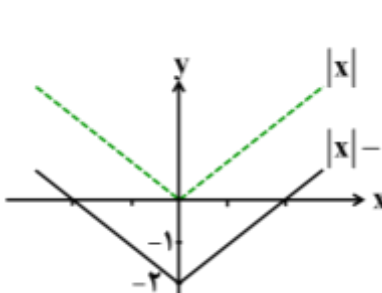
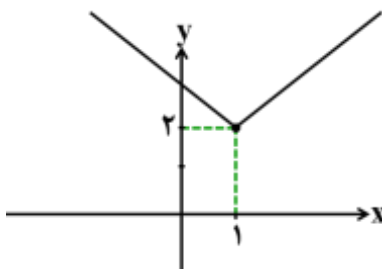
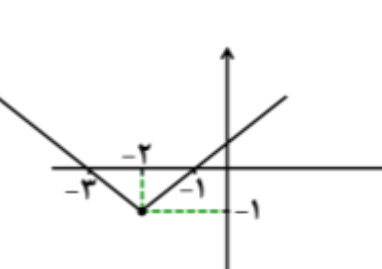
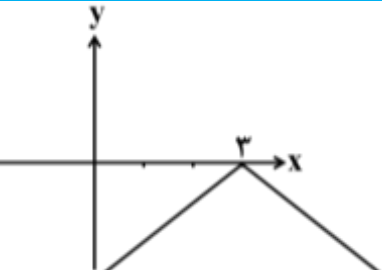
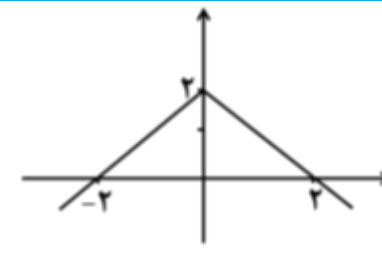
اگر نمودار تابع $f(x)$ موجود باشد، برای رسم توابع زیر به صورت گفته شده عمل می کنیم: ($a > 0$)

$f(x+a)$: روی محور x ها به اندازه a عقب نشینی می کنیم

$f(x-a)$: روی محور x ها به اندازه a پیش روی می کنیم

$f(x) + a$: روی محور y ها به اندازه a بالا می‌رویم
 $f(x) - a$: روی محور y ها به اندازه a پایین می‌رویم

مثال

$f(x) = x - 1 $	$f(x) = x + 1 $
	
$f(x) = x + 2$	$f(x) = x - 2$
	
$f(x) = x - 1 + 2$	$f(x) = x + 2 - 1$
	
$f(x) = - x - 3 $	$f(x) = - x + 2$
	

نکته: زاویه دهانه تابع قدرمطلق x ، قائمه است. اما اگر ضریب x عددی بجز ۱ و -۱ باشد، دهانه تابع باز و بسته می‌شود.

تمرین

نمودار تابع زیر را رسم کنید:

$$f(x) = |2x - 3|$$

$$\frac{||-2/5|-3|}{|-5|+|2|-|1|}=?$$

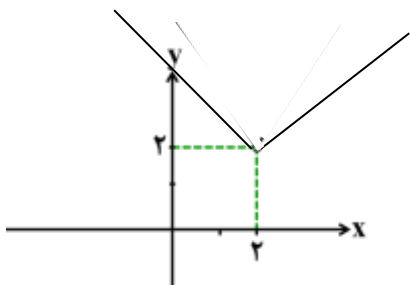
$-\frac{1}{12}$ (۴)

$\frac{1}{12}$ (۳)

-12 (۲)

12 (۱)

تست ۲۹۸ حاصل عبارت روبه‌رو کدام است؟



تست ۲۹۹ ضابطه نمودار مقابل کدام است؟

$y = |x - 2| - 2$ (۱)

$y = |x + 2| + 2$ (۲)

$y = |x - 2| + 2$ (۳)

$y = |x + 2| - 2$ (۴)

$$\frac{||-\sqrt{2}+|1-\sqrt{2}||}{||-2|-|1|-4||}$$

$\frac{1}{2}$ (۴)

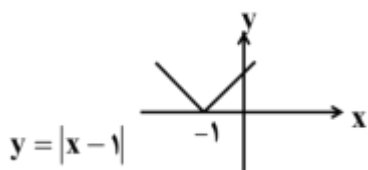
2 (۳)

$\sqrt{2}$ (۲)

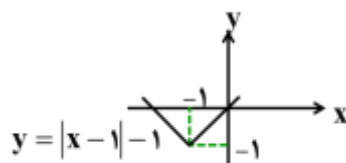
1 (۱)

تست ۳۰۰ حاصل عبارت روبه‌رو کدام است؟

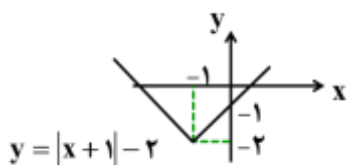
تست ۳۰۱ در کدام گزینه نمودار تابع به طور صحیح رسم شده است؟



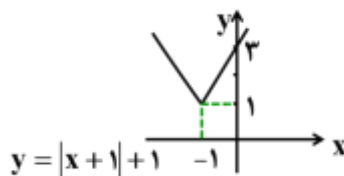
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

تست ۳۰۲ حاصل $|\sqrt{2} - 1| + |1 - \sqrt{2}|$ کدام است؟

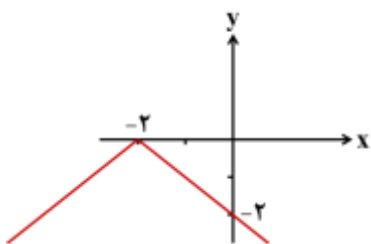
$2\sqrt{2} - 2$ (۴)

2 (۳)

$2\sqrt{2}$ (۲)

0 (۱)

تست ۳۰۳ ضابطه نشان داده شده در نمودار زیر، کدام است؟



$y = |x + 2|$ (۱)

$y = |x - 2|$ (۲)

$y = -|x - 2|$ (۳)

$y = -|x + 2|$ (۴)



آزمون دیمه شماره ۱ زمان ۱۲۰ دقیقه



۱ در هر قسمت جاهای خالی را با است یا نیست پر کنید.

ردیف	گزاره مرکب	درست	نادرست
۱	معادله $x^2 + x + 4 = 0$ دو ریشه دارد یا ۲۵ مربع کامل	✓	
۲	(عدد زوج) $\wedge (R \not\subset Z)$		✓
۳	(خط $y = 4$ افقی) $\Leftrightarrow (2^{-5} = -32)$	✓	

۲ اگر ارزش گزاره $\neg p$ درست، ارزش گزاره q و نادرست باشد و r گزاره ای دلخواه باشد ارزش گزاره های زیر را بدون رسم جدول تعیین کنید.

(الف) $\sim(\sim q \vee \sim r) \Rightarrow p \equiv p?$

(ب) $(p \Leftrightarrow q) \wedge [\sim q \Rightarrow (p \wedge r)]$

۳ با استفاده از جدول ارزش گذاری، درستی قاعده قیاس استثنایی یعنی درستی گزاره $[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$ را نشان دهید.

۴ به کمک استدلال عکس نقیض، ثابت کنید که: «اگر n^2 فرد باشد آنگاه n فرد است.» $(n \in \mathbb{Z})$
 $(n \text{ فرد باشد}) \Rightarrow (n^2 \text{ فرد است})$

۵ در کدام قسمت دو گزاره کنار هم نقیض هم نیستند؟

(الف) a عددی زوج است - a عددی فرد است.

(ب) b عددی گویا نیست - b عددی گویا است.

(پ) $\forall$ مربع کامل است - چنین نیست که $\forall$ مربع کامل باشد.

(ت) x عددی مثبت است - x عددی منفی است.

۶ نام استدلال زیر چیست؟ آیا روش به کار رفته در آن درست است یا خیر؟ نتیجه آن چه طور؟

مقدمه ۱: اگر دو عدد زوج باشند آنگاه مجموع آنها نیز زوج است.

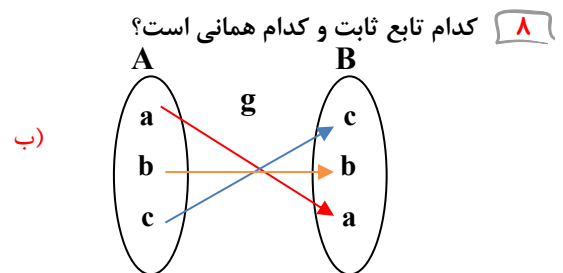
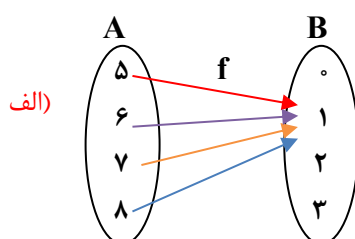
مقدمه ۲: مجموع دو عدد زوج است.

∴ آن دو عدد زوج اند.

۷ می خواهیم از رابطه $x = \frac{x-y}{z-y}$ مقدار y را بر حسب بقیه متغیرها به دست آوریم در چه مرحله ای از محاسبات اشتباه رخ داده است؟

$$x = \frac{x-y}{z-y} \xrightarrow[\text{وسطین}]{\text{طرفین}} xz - xy = x - y \xrightarrow[\text{به یک طرف}]{\text{بردن } y \text{ ها}} y - xy = x - xz \xrightarrow{\text{فکتورگیری}} y(1-x) = x(1-z)$$

$$\xrightarrow[\text{بر } (1-x) \text{ طرف}]{\text{تقسیم دو طرف}} y = \frac{x(1-z)}{1-x}$$



۹ اگر f تابع همانی باشد مقادیر a, b, c و d را به دست آورید.

$$f = \{(a, 3), (b+3, 4b), (25, 5c), (1+d, 9)\}$$

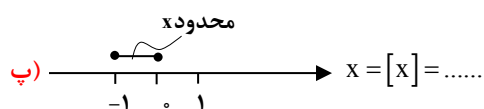
۱۰ نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x-2 & x < 0 \\ 3-x^2 & x \geq 0 \end{cases}$ را رسم کرده همچنین مقادیر $f(0), f(\sqrt{2})$ و $f(-\frac{1}{4})$ را به دست آورید.

۱۱ اگر $f = \{(14, 2a), (b, 4), (12, 3a-2b)\}$ تابع ثابت باشد، a و b را پیدا کنید.

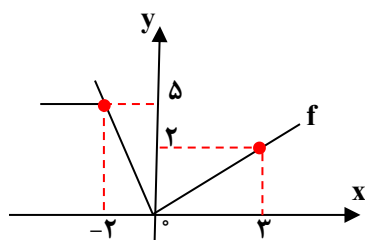
۱۲ جاهای خالی را پر کنید (در قسمت ت) نمودار را کامل کنید)

الف) $[x] = -14 \Rightarrow \dots \leq x < \dots$

ب) $20 \leq x < 21 \Rightarrow [x] = \dots$



ت) $[x] = 5 \Rightarrow \dots$



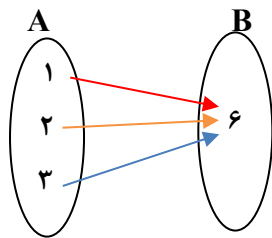
۱۳ ضابطه تابع زیر را بنویسید:

۱۴ برای جدول زیر یک ضابطه مناسب بنویسید و سپس نمودار آن را رسم کرده و بگویید نام این نوع تابع چیست؟ دامنه و برد آن را تعیین کنید.

خودروی ۲۴۰ آم که وارد پارکینگ می شود چه هزینه ای باید بپردازد؟ اگر یک خودرو ۳۰۰۰۰ تومان پرداخت کرده باشد، شماره خودرو در چه محدوده ای است؟

تعداد خودروهای ورودی در هر ساعت	هزینه دریافتی از هر خودرو (تومان)
۰ - ۱۰۰	رایگان
۱۰۰ - ۲۰۰	۱۰۰۰ تومان
۲۰۰ - ۳۰۰	۲۰۰۰ تومان
۳۰۰ - ۴۰۰	۳۰۰۰ تومان

آزمون دیمه شماره ۲ زمان: ۱۲۰ دقیقه



۱ ارزش گزاره‌های زیر را مشخص کنید

(الف) 75 عددی اول است و $(-2)^4$ عددی منفی نیست.

(ب) رابطه زیر تابع است یا نمودار میله‌ای یک نمودار تک متغیره است.

(پ) اگر x عددی اول باشد، آنگاه x^2 هم عددی اول است.

(ت) اول بودن عدد 37 شرط لازم و کافی است برای مرکب بودن عدد 17 .

۲ اگر p گزاره‌ای درست و q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش گزاره‌های زیر را بدون رسم جدول تعیین کنید.

(الف) $(\sim p \Leftrightarrow q) \wedge r \equiv ?$

(ب) $\sim(p \vee q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \equiv ?$

۳ برای گزاره‌های زیر جدول ارزش گذاری مناسب را رسم کنید.

(الف) $[(p \vee q) \wedge \sim p] \Rightarrow q$

(ب) $[(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)] \Leftrightarrow \sim p$

۴ اگر $p \wedge q \equiv T$ باشد، ارزش گزاره $\sim(p \Rightarrow q) \vee \sim(q \Rightarrow p)$ را تعیین کنید.

۵ نام استدلال روبه رو چیست؟ آیا روش به کار رفته در آن درست است؟ نتیجه آن چه طور؟

۱ مقدمه $x > y \Rightarrow x^3 > y^3$

۲ مقدمه $\sqrt{3} > \sqrt{2}$

$\therefore (\sqrt{3})^3 > (\sqrt{2})^3$

۶ درستی یا نادرستی محاسبات زیر را بررسی کنید. اگر استدلال به کار رفته نادرست است خودتان آن را اصلاح کنید.

گزاره: اگر طول و عرض یک مستطیل را ۳ برابر کنیم آنگاه مساحت مستطیل ۳ برابر می‌شود.

استدلال:
$$\begin{cases} S = x \cdot y \Rightarrow \text{مساحت اولیه} = x, \text{ عرض اولیه} = y \\ S' = (3x)(3y) = 3xy = 3S \Rightarrow \text{مساحت جدید} = 3x, \text{ عرض جدید} = 3y \end{cases}$$

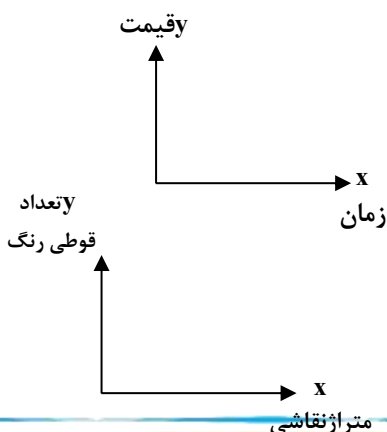
۷ اگر تابع f ثابت باشد میانه اعداد a, b, c را به دست آورید.

$f = \{(1, 2a + 4), (3, 12), (5, \frac{5}{3}), (9, c - 1)\}$

۸ برای هر تابع زیر، یک ضابطه مناسب نوشته و نمودار آن را رسم کنید؛ سپس مشخص کنید کدام یک از آنها ثابت کدام

همانی و کدام پلکانی است؟

(الف) هزینه یک لیتر بنزین معمولی در هر ساعت شبانه روز ۱۰۰۰ تومان است.

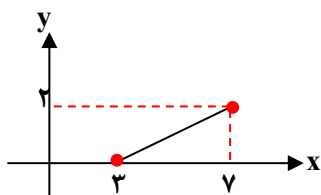


(ب) برای هر یک متر مربع نقاشی یک ساختمان، ۱ قطعی رنگ کوچک لازم است.

۹ در تابع $f(x) = [x] + [-x] - [2x] + 1$ حاصل $f(0/8)$ را به دست آورید.

۱۰ نمودار تابع $y = [x] + 4$ را در بازه $-2 \leq x < 1$ رسم کنید.

۱۱ ضابطه تابع f و نمودار آن را کامل کنید.



$$f(x) = \begin{cases} 1 - 4x & -2 \leq x < 3 \\ \dots\dots\dots & 3 \leq x \leq 7 \end{cases}$$

۱۲ طبق جدول مالیاتی زیر:

پله های دریافتی های ماهانه (تومان)	میزان مالیات بر دریافتی (درصد)
دریافتی تا ۲,۰۰۰,۰۰۰ تومان	معاف از مالیات
مازاد بر ۲,۰۰۰,۰۰۰ تا ۲,۵۰۰,۰۰۰ تومان	٪۱۰
مازاد بر ۲,۵۰۰,۰۰۰ تا ۳,۰۰۰,۰۰۰ تومان	٪۲۰
مازاد بر ۳,۰۰۰,۰۰۰ تومان	٪۳۰

مقدار مالیات افرادی را حساب کنید که در آمدشان ۱,۸۰۰,۰۰۰، ۲,۴۰۰,۰۰۰ و ۴,۰۰۰,۰۰۰ تومان است.

پدر داشته:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



برای خرید نسخه چاپی یا تدریس ویدئویی این جزوه به سایت و یا کانال تلگرامی «آموزشگاه مجازی احمدی» مراجعه کنید.

برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد این جزوات و پکیج ها به شماره ۰۹۱۲۳۷۰۸۴۷۶ در تلگرام یا واتساپ و یا به صورت SMS پیام بدهید.



Ahmadi63amoozesh.com



@ahmadi63amoozesh

اعمال روی توابع

درس ۳

اعمال روی توابع

جمع و تفریق دو تابع:

$$(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$$

مثال

$$f(x) = x^2 \text{ و } g(x) = \frac{1}{x-1}$$

ضرب دو تابع:

$$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$$

مثال

$$f(x) = x^2 \text{ و } g(x) = \frac{1}{x-1}$$

تقسیم دو تابع:

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

مثال

$$f(x) = x^2 \text{ و } g(x) = \frac{1}{x-1}$$

◆ دامنه اعمال روی توابع:

$$D_{f \pm g} = D_{f \times g} = D_f \cap D_g$$

دامنه جمع و تفریق و ضرب دو تابع:

مثال

$$g(x) = \frac{x+1}{x-2} \text{ و } f(x) = \frac{1}{x-1}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$$

دامنه تقسیم دو تابع:

مثال

$$g(x) = \frac{x+1}{x-2} \text{ و } f(x) = \frac{1}{x-1}$$

نکته ۳-۴ اگر $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$ و $g(x) = \frac{x+3}{x+2}$ آنگاه دامنه تابع $\frac{f}{g}$ شامل چند عدد صحیح نمی‌شود؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

◆ رسم نمودار اعمال روی تابع:

روش اول (با داشتن ضابطه توابع): ضابطه و دامنه هر دو تابع را به دست می‌آوریم. سپس با انجام عمل روی تابع، نمودار آن

را رسم می‌کنیم.

مثال

برای توابع $f(x) = x-1$ و $g(x) = 2$ ، تابع $(f-g)$ و $(f+g)$ و $(f \times g)$ و $\left(\frac{f}{g}\right)$ را رسم کنید.

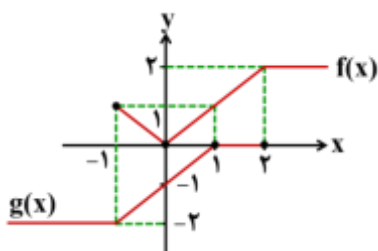
روش دوم (با داشتن نمودار توابع): مقدار تابع جدید را به ازای چند نقطه مشترک دامنه‌ها به دست می‌آوریم و نقاط را به هم

وصل می‌کنیم.

نکته: در انجام اعمال روی توابع، در اشتراک دامنه‌ها، همه عملیات‌ها روی مقادیر توابع (y) صورت می‌پذیرد.

مثال

برای دو تابع f و g در شکل مقابل توابع $f+g$ و $f-g$ را رسم کنید.



تست ۳۰۵ اگر $f = \{(-2, 1), (1, -1), (2, 2)\}$ و $g = \{(1, 0), (2, -1), (3, 2)\}$ باشند تابع $\frac{f}{g}$ کدام است؟

- (۱) $\{(2, -2), (1, 0)\}$ (۲) $\{(2, -2)\}$ (۳) $\{(-2, 2), (1, 0)\}$ (۴) $\{(-2, 2)\}$

تست ۳۰۶ اگر $f = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6)\}$ و $g = \{(1, 1), (2, 3), (3, 3)\}$ باشند، آنگاه $(\frac{f}{f-g})(1)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

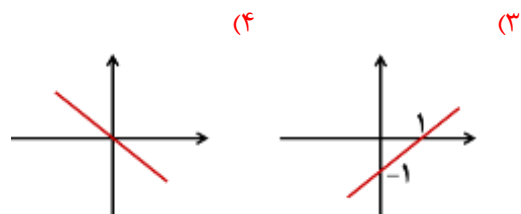
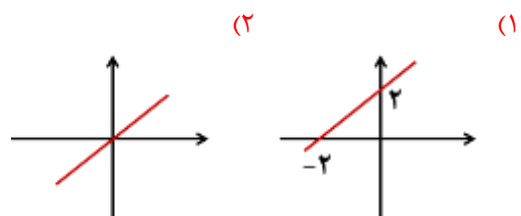
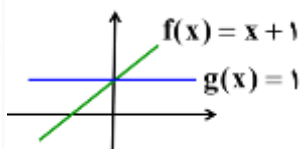
تست ۳۰۷ اگر $g(x) = ax^2 + (b-1)x + a + b$ تابع ثابت و $f(x) = [x]$ باشد، حاصل $(f+g)(1/1)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۱

تست ۳۰۸ اگر g تابع همانی و $f(x) = |1-x^2|$ باشد، حاصل $(f-g)(-2)$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) -۵ (۴) -۳

تست ۳۰۹ کدام گزینه نمودار $f-g$ را نمایش می‌دهد؟



تست ۳۱۰ اگر توابع $f = \{(1, 4), (2, 1)\}$ و $g = \{(1, 2)\}$ باشند، آنگاه تابع $h = \frac{f+g}{g}$ برابر کدام است؟

- (۱) $\{(1, 3)\}$ (۲) $\{(1, 4)\}$ (۳) $\{(1, 2)\}$ (۴) $\{(1, 3), (2, 3)\}$

تست ۳۱۱ اگر تابع f همانی، g ثابت و $\frac{2f(1)+g(-1)}{3g(1)-2f(0)} = \frac{1}{2}$ باشد، حاصل $(f-g)(2)$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) -۲ (۳) -۱ (۴) ۱

فصل سوم

آمار

شاخص‌های آماری

درس ۱

شاخص‌های آماری

شاخص‌های آماری: معیارهایی هستند که تغییرات نسبی در جامعه آماری را نشان می‌دهند. مانند:

- ۱- خط فقر
- ۲- بهای کالا و خدمات مصرفی
- ۳- تورم
- ۴- نرخ بیکاری
- ۵- پایه آموزش «خوانایی»
- ۶- توده بدنی «نماتوپ»
- ۷- پوشیدگی دندان

♦ ۱- شاخص خط فقر:

حداقل درآمدی است که برای زندگی یک نفر در یک ماه مورد نیاز است.

$$\text{میزان شاخص خط فقر} = \frac{\text{میانگین درآمد ماهیانه ی افراد جامعه}}{\text{میان ی درآمد ماهیانه ی افراد جامعه}} \times ۲$$

نتیجه ۱: اگر متوسط درآمد هر فرد در جامعه k برابر شود، خط فقر نیز k برابر می‌شود.

نتیجه ۲: اگر به متوسط درآمد هر فرد در جامعه n تومان اضافه شود، به خط فقر $\frac{n}{۲}$ تومان اضافه می‌شود.

خط فقر بین‌المللی:

در سال جاری از سوی بانک جهانی حدود چهار هزار تومان ($۱/۲۵$ دلار) برای هر نفر در روز تعیین شده است.

نتیجه: دولت‌ها با پرداخت یارانه به افرادی که زیر خط فقر داخلی (خط فقری که بر اساس جامعه آماری همه افراد آن کشور محاسبه شده است) قرار دارند سعی می‌کنند تعداد افراد زیر خط فقر را کاهش دهند.

تذکره ۳۱۴: کدام گزینه جمله را کامل می‌کند؟ «خط فقر یعنی.....»

- (۱) میانگین درآمد ماهیانه افراد جامعه
- (۲) میان درآمد ماهیانه افراد جامعه
- (۳) نصف حداقل درآمدی که برای زندگی یک نفر در یک ماه نیاز است.
- (۴) حداقل درآمدی که برای زندگی یک نفر در یک ماه نیاز است.

تست ۳۱۵ مطابق جدول زیر اگر بخواهیم به افرادی که زیر خط فقر بر حسب میانه هستند، یارانه بدهیم، به چند نفر یارانه

تعلق می‌گیرد؟

مقدار اعضای خانوار	درآمد ماهیانه (هزار تومان)
۳	۴۲۰۰
۴	۵۲۰۰
۲	۲۰۰۰
۵	۷۵۰۰
۲	۲۶۰۰

(۱) صفر

(۲) ۳

(۳) ۶

(۴) ۹

تست ۳۱۶ اگر به متوسط درآمد هر فرد از یک جامعه آماری ۲ هزار تومان اضافه شود خط فقر بر حسب میانه و میانگین چه

تغییری می‌کند؟

(۱) خط فقر بر حسب میانه و میانگین هر دو یک هزار تومان افزایش دارند.

(۲) خط فقر بر حسب میانه دو هزار تومان و بر حسب میانگین هزار تومان افزایش دارند.

(۳) هیچ تغییری نمی‌کنند.

(۴) خط فقر بر حسب میانه و میانگین هر دو، دو هزار تومان افزایش دارند.

تست ۳۱۷ درآمد ماهیانه کارکنان یک شرکت بر حسب میلیون تومان در جدول زیر آمده است. اگر خط فقر را بر حسب

نصف میانگین حساب کنیم، چه تعداد از کارکنان، زیر خط فقر قرار دارند؟

منشی	منشی	منشی	مدیر فروش	مسؤل انبار	حسابدار	حسابدار	حسابدار	معاون	مدیرعامل	سمت
۱	۱/۵	۱/۵	۳	۳	۵	۵/۵	۵/۵	۶	۸	میزان حقوق

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

تست ۳۱۸ در جامعه کوچکی که حقوق افراد بر حسب میلیون تومان به صورت ۹، ۱۲، ۱۹، ۱۳، ۲۵، ۱۸، ۸، ۲۰، ۱۶، ۱۰ است، خط فقر

چند میلیون تومان است؟

(۴) ۸/۷۵

(۳) ۸/۵

(۲) ۷/۵

(۱) ۷/۲۵

تست ۳۱۹ کدام تعریف برای خط فقر نادرست است؟

(۱) کمترین درآمدی که برای زندگی یک نفر در یک ماه مورد نیاز است.

(۲) برابر میانگین درآمد ماهانه افراد جامعه

(۳) برابر نصف میانگین درآمد ماهانه افراد جامعه

(۴) برابر نصف میانه درآمد ماهانه افراد جامعه

تست ۳۲۰ با توجه به جدول زیر، عدد خط فقر به روش میانه، کدام است؟

تعداد اعضای خانواده	درآمد خانواده
۳	۶,۰۰۰,۰۰۰
۵	۹,۰۰۰,۰۰۰
۴	۱۲,۰۰۰,۰۰۰
۴	۱۰,۰۰۰,۰۰۰

(۱) ۱,۰۰۰,۰۰۰

(۲) ۱,۱۲۵,۰۰۰

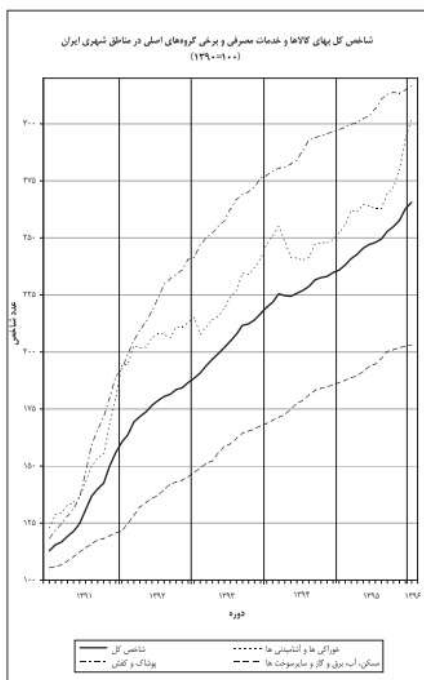
(۳) ۱,۲۰۰,۰۰۰

(۴) ۱,۲۵۰,۰۰۰

♦ ۲- شاخص بهای کالا و خدمات مصرفی:

متوسط مبلغ پرداخت شده از سوی مصرف کنندگان برای مجموعه‌ای از تعداد زیادی کالا و خدمات در طول یک سال را گویند که تحولات قیمت را بر مبنای یک سال پایه نشان می‌دهد.

نمودار پراکنش نگاشت شاخص بهای کالا و خدمات:



محور افقی ← تغییرات زمان

محور عمودی ← عدد شاخص

هر عدد روی نمودار ← درصد تغییرات نسبت به سال پایه

محاسبه‌ی شاخص بهای دو کالای مصرف A و B: اگر قیمت آنها بر حسب

یک کیلوگرم در سال پایه به ترتیب a, b تومان و در سال مورد نظر a', b' تومان بوده و در همان سال از هر یک به مقدار x, y مصرف می‌شود:

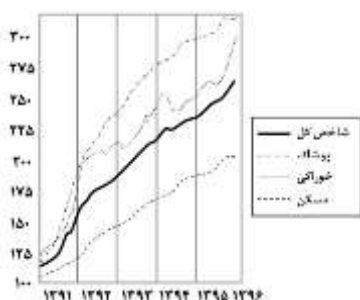
$$B, A = \frac{a'x + b'y}{ax + by} \times 100$$

مثال

با توجه به جدول زیر، شاخص بهای نان و گوشت را در سال ۹۵ حساب کنید.

	نان ۲۰۰kg	گوشت ۸۰kg
سال پایه	۱/۰۰۰ تومان	۵۰/۰۰۰ تومان
سال ۹۵	۱/۵۰۰ تومان	۷۰/۰۰۰ تومان

مثال ۳۲۱ اگر میانگین هزینه‌های کلی یک خانواده در سال پایه ۱,۲۰۰,۰۰۰ تومان باشد، با توجه به نمودار شاخص زیر میانگین هزینه‌های کلی این خانواده در تیرماه سال ۱۳۹۴ تقریباً کدام است؟ (شاخص سال پایه را ۱۰۰ در نظر بگیرید.)



(۱) ۲,۰۰۰,۰۰۰

(۲) ۲,۵۰۰,۰۰۰

(۳) ۲,۲۵۰,۰۰۰

(۴) ۲,۷۰۰,۰۰۰

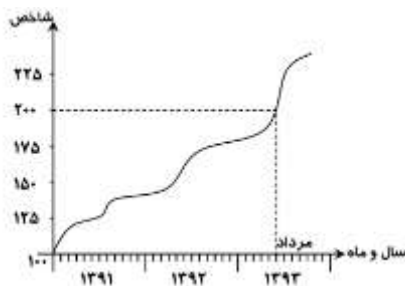
تست ۳۲۳ اگر هزینه پوشاک و کفش در سال پایه برابر ۳۰۰,۰۰۰ تومان و شاخص بهای پوشاک و کفش در سال ۱۴۰۰ برابر ۲۵۰ باشد، هزینه تهیه پوشاک در سال ۱۴۰۰ نسبت به سال پایه چقدر افزایش یافته است؟ (شاخص سال پایه را ۱۰۰ در نظر بگیرید.)

- (۱) ۷۵۰,۰۰۰ تومان (۲) ۵۵۰,۰۰۰ تومان (۳) ۴۵۰,۰۰۰ تومان (۴) ۳۰۰,۰۰۰ تومان

تست ۳۲۳ اگر سبد هزینه خانواری در سال پایه از دو کالای گندم و مرغ تشکیل شده باشد و قیمت این دو کالا در سال پایه به ترتیب ۲,۰۰۰ و ۵,۰۰۰ تومان باشد و در سال موردنظر به ۳,۰۰۰ و ۶,۰۰۰ تومان برسد، با فرض آنکه مقادیر مصرفی گندم و مرغ در سال پایه به ترتیب ۲۰۰ و ۱۰۰ کیلوگرم باشد، شاخص بهای گندم و مرغ کدام است؟

- (۱) ۱۳۳۰ (۲) ۱۳۳ (۳) ۱/۳۳ (۴) ۱۳/۳

تست ۳۲۴ با توجه به نمودار شاخص کل بهای کالاها و خدمات مصرفی زیر، اگر هزینه کل خانواده ای در سال ۹۰ سال (پایه) برابر ۴۰۰,۰۰۰ تومان باشد، مقدار هزینه کل این خانواده در مرداد ۹۳ چند هزار تومان است؟



- (۱) ۷۰۰
(۲) ۸۰۰
(۳) ۹۰۰
(۴) ۶۰۰

تست ۳۲۵ اگر هزینه پوشاک و کفش در سال پایه برابر ۳۰۰,۰۰۰ تومان و شاخص بهای پوشاک و کفش در سال ۱۴۰۰ برابر ۲۵۰ باشد، هزینه تهیه پوشاک در سال ۱۴۰۰ نسبت به سال پایه چقدر افزایش یافته است؟ (شاخص سال پایه را ۱۰۰ در نظر بگیرید.)

- (۱) ۷۵۰,۰۰۰ تومان (۲) ۵۵۰,۰۰۰ تومان (۳) ۴۵۰,۰۰۰ تومان (۴) ۳۰۰,۰۰۰ تومان

تست ۳۲۶ جاهای خالی زیر به ترتیب با کدام کلمات تکمیل می شوند؟ «شاخص بهای کالا و خدمات به واحد اندازه گیری بستگی و این شاخص بر اساس تعداد متغیر محاسبه می شود.»

- (۱) دارد - زیادی (۲) دارد - محدودی (۳) ندارد - زیادی (۴) ندارد - محدودی

♦ ۳- شاخص تورم (تغییرات سطح قیمت‌ها):

تغییر متوسط قیمت کالاها و خدمات در طول زمان را گویند.

محاسبه میزان تورم یک کالا در یک سال مورد نظر:

$$\text{شاخص کالا در سال پایه} - \text{شاخص کالا در سال مورد نظر} = \text{عدد تورم کالا}$$

تذکر: در کتاب درسی شاخص کالا در سال پایه فقط عدد ۱۰۰ در نظر گرفته شده است.

مثال

با توجه به جدول زیر میزان تورم روغن در سال ۹۵ را حساب کنید.

روغن	
شاخص سال پایه	۷۵
شاخص سال ۹۵	۱۱۰

نکته: هرچه شاخص بهای کالا و خدمات افزایش یابد؛

اولاً تورم افزایش می‌یابد.

ثانیاً قدرت خرید مردم کاهش می‌یابد.

ثالثاً هزینه زندگی مردم افزایش می‌یابد.

تست ۳۲۷ اگر شاخص بهای خرید هر متر مربع مسکن در کلان شهرها در فروردین سال پایه ۹۰ برابر ۱۷۰ و در فروردین سال ۹۶ برابر ۱۹۰ باشد، میزان تورم مسکن کدام است؟

- (۱) ۳ درصد (۲) ۲۰ درصد (۳) تقریباً ۹ درصد (۴) تقریباً ۱۱ درصد

تست ۳۲۸ اگر تورم قیمت کالایی در سال ۹۸ برابر با ۶۰ درصد و شاخص بهای این کالا در سال پایه برابر ۱۰۰ باشد، شاخص بهای این کالا در سال ۹۸ کدام است؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۱۶۰ (۳) ۱۳۰ (۴) ۷۰

تست ۳۲۹ اگر شاخص بهای خرید هر متر مربع زمین در یک شهر به طور میانگین در فروردین سال پایه (۱۳۹۰) برابر ۱۰۰ و در فروردین سال ۱۳۹۷ برابر ۳۲۰ باشد، میزان تورم زمین در این شهر کدام است؟

- (۱) ۸۰٪ (۲) ۱۲۰٪ (۳) ۲۲۰٪ (۴) ۶۰٪

تست ۳۳۰ قیمت نان و حبوبات در سال پایه به ترتیب ۱۰۰ و ۷۰۰ ریال بوده و میزان مصرف آن‌ها در سال پایه به ترتیب ۱۵۰ کیلوگرم و ۵۰ کیلوگرم می‌باشد. اگر قیمت نان و حبوبات در سال ۱۴۰۰ به ترتیب ۱۰۰۰ و ۱۵۰۰۰ ریال و میزان مصرف آن‌ها به ترتیب ۲۰۰ و ۶۰ کیلوگرم باشد، نرخ تورم نان و حبوبات کدام است؟ (شاخص سال پایه را ۱۰۰ در نظر بگیرید).

- (۱) ۲۱۰۰ درصد (۲) ۲۲۰۰ درصد (۳) ۱۹۰۰ درصد (۴) ۲۰۰۰ درصد

تست ۳۳۱ قیمت سه نوع کالا در سال پایه ۲۰۰۰ و ۷۵۰۰ و ۳۵۰۰ واحد پول، در سال موردنظر به ترتیب ۳۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ و ۵۰۰۰ واحد پول است. تعداد موردنیاز این سه کالا در سال به ترتیب ۶۰، ۱۰۰ و ۸۰ می‌باشد. مقدار تورم آن تقریباً چند درصد است؟

- (۱) ۳۵/۸ (۲) ۳۷/۴ (۳) ۳۹/۲ (۴) ۴۰/۱

تست ۳۳۲ معیار آماری که تغییرات نسبی در جامعه آماری را نشان می‌دهد، چه نام دارد؟

- (۱) شاخص (۲) سری زمانی (۳) خط فقر (۴) نرخ بیکاری

♦ ۴- شاخص نرخ بیکاری:

عبارت است از نسبت جمعیت بیکار به جمعیت فعال

جمعیت بیکار: فرد بالای ۱۶ سال که به طور موقت بیکار شده یا در جست و جوی شغل باشد یا منتظر شروع یک کار جدید از تاریخ مشخص باشد.

جمعیت فعال: کل افراد بالای ۱۶ سال

محاسبه نرخ بیکاری:

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{\text{جمعیت بیکار}}{\text{جمعیت فعال}} \times ۱۰۰$$

مثال

در کشوری با ۶۰ میلیون نفر جمعیت، اگر ۲۵ میلیون نفر زیر ۱۶ سال بوده و ۲۵ میلیون نفر نیز شاغل باشند، نرخ بیکاری را محاسبه کنید.

تست ۳۳۳ جمعیت فعال منطقه ای ۶۵۰۰۰ نفر است. اگر نرخ بیکاری در این منطقه ۸ درصد باشد، جمعیت شاغل آن

چند نفر است؟

- (۱) ۵۹۸۰۰ (۲) ۵۹۲۰۰ (۳) ۵۸۶۰۰ (۴) ۵۸۰۰۰

تست ۳۳۴ در یک منطقه ۱۶۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر شاغل اند. اگر در این منطقه ۴۰۰ نفر ۱۶ ساله و بیشتر بیکار

باشند، چند شغل ایجاد کنیم تا نرخ بیکاری ۵٪ باشد؟

- (۱) ۳۴۰ (۲) ۲۵۰ (۳) ۲۰۰ (۴) ۳۰۰

♦ ۵- شاخص پایه آموزش (خوانایی):

خوانایی، میزان سهولت درک متن از طریق «انتخاب واژه‌های مناسب» و «رعایت دستور نگارش» است.

میزان شاخص پایه آموزش:

$$[(۴/۰ \times \text{میانگین تعداد کلمات در هر جمله} + \text{درصد کلمات دشوار})] = \text{شاخص پایه آموزش}$$

نکته: کلمات دشوار، کلمات دوهجا بدون در نظر گرفتن اسامی و کلمات ترکیبی آسان را گوئیم.

نکته: شاخص پایه آموزش عددی بین ۱ تا ۱۲ است که نشان دهنده پایه تحصیلی است.

مثال

اگر متوسط کلمات یک متن ۱۰ کلمه بوده و در این متن ۳ درصد کلمات، دشوار باشند، میزان شاخص پایه آموزش را محاسبه کنید.

تست ۳۳۵ در یک متن آموزشی شاخص پایه آموزش ۶ است. اگر میانگین تعداد کلمات در هر جمله برابر ۱۰ باشد، درصد

کلمات دشوار متن کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۸

تست ۳۳۶ در یک متن، میانگین تعداد کلمات در یک جمله برابر ۱۰ و شاخص پایه آموزش برابر ۸/۸ می باشد. درصد کلمات

دشوار کدام است؟

- (۱) ۲۲ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۴۰

تست ۳۳۷ در یک کتاب لاتین ۱۸ درصد لغات دشوارند و هر جمله به طور متوسط ۷ کلمه دارد. شاخص پایه آموزش این

کتاب کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

♦ ۶- شاخص توده بدنی (نماتوب): «BMI»

شاخصی است برای مقایسه وزن و قد افراد که از تقسیم وزن بر حسب کیلوگرم بر مربع قد بر حسب متر به دست می‌آید.

$$BMI = \frac{\text{وزن}}{(\text{قد})^2}$$

نکته: شاخص توده بدنی اگر بین ۱۹ تا ۲۵ باشد، برای فرد مناسب است.

الف) شخص لاغر است و کمبود وزن دارد $\Rightarrow 19 < \text{نماتوب}$

ب) شخص وزن طبیعی دارد و در محدوده سلامت وزنی است $\Rightarrow 19 \leq \text{نماتوب} \leq 25$

پ) شخص اضافه وزن دارد $\Rightarrow 30 < \text{نماتوب}$

ت) شخص چاق است و وضعیت بحرانی دارد $\Rightarrow 30 \geq \text{نماتوب}$

گروه سنی	نماتوب
۱۹-۲۴	۲۲
۲۵-۳۴	۲۳
۳۵-۴۴	۲۴
۴۵-۵۴	۲۵
۵۵-۶۴	۲۶
۶۵ به بالا	۲۷

شاخص توده بدن	طبقه‌بندی
کمتر از ۱۸/۵	کم وزن
۱۸/۵ تا ۲۴/۹	وزن طبیعی
۲۵ تا ۲۹/۹	اضافه وزن
۳۰ تا ۳۴/۹	چاقی درجه یک
۳۵ تا ۳۹/۹	چاقی درجه دو
بیشتر از ۴۰	چاقی درجه سه

مثال

شاخص توده بدنی برای فردی به وزن ۸۰ کیلوگرم و قد ۱۸۳ سانتی‌متر، چقدر است؟

ت۳۳۸ اگر قد و وزن فرید با ۳۰ سال سن به ترتیب ۱۸۰ سانتی و ۹۷/۲ کیلوگرم باشد، شاخص توده بدنی فرید چقدر

با شاخص توده بدنی ایده آتش اختلاف دارد؟

گروه سنی	۲۴-۱۹	۳۴-۲۵	۴۴-۳۵	۴۵-۵۴
BMI ایده ال	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵

۷ (۴) ۶ (۳) ۵ (۲) ۴ (۱)

ت۳۳۹ شاخص توده بدنی برای علی ۲۵ است. اگر قد او ۲ متر باشد، وزن او کدام است؟

۱۵۰ (۴) ۱۰۰ (۳) ۹۵ (۲) ۸۵ (۱)

♦ ۷- شاخص پوسیدگی دندان: «DMFT»

عبارت است از میانگین تعداد دندان‌های پوسیده، پُر شده و کشیده شده تک‌تک افراد جامعه

ت۳۴۰ اگر شاخص پوسیدگی دندان در سال ۱۳۹۰ برابر ۴ و در سال ۱۳۹۵ برابر ۶ باشد، این شاخص در سال ۱۳۹۵ چند

درصد نسبت به سال ۱۳۹۰ افزایش یافته است؟

۱۵۰ (۴) ۱۰۰ (۳) ۵۰ (۲) ۶۶/۶۷ (۱)

ت۳۴۱ شاخص پوسیدگی دندان در سال ۱۳۶۰ برابر ۴ و در سال ۱۳۹۸ برابر ۷ است. این شاخص از سال ۱۳۶۰ تا

۱۳۹۸، چند درصد افزایش داشته است؟

۸۰ (۴) ۷۵ (۳) ۵۰ (۲) ۳۰ (۱)

سری‌های زمانی

درس ۲

سری زمانی

مجموعه داده‌هایی که در زمان با فواصل منظم گردآوری می‌شوند.

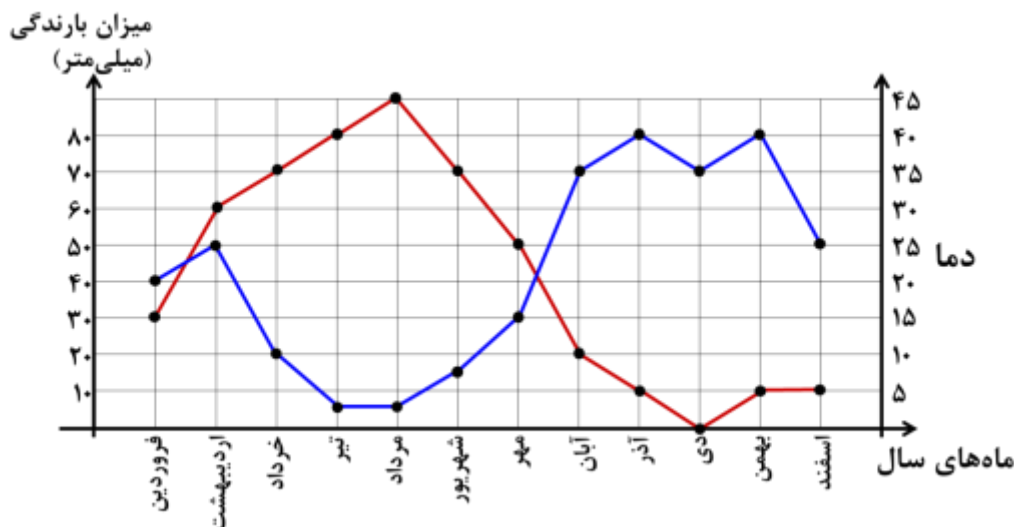
مثال: میزان بارندگی و دما در شهری در یک سال به صورت زیر است:

متغیر	فروردین	اردیبهشت	خرداد	تیر	مرداد	مهر	آبان	آذر	دی	بهمن	اسفند
بارندگی	۴۰	۵۰	۲۰	۵	۵	۱۵	۳۰	۷۰	۸۰	۷۰	۸۰
دما	۱۵	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵	۳۵	۲۵	۱۰	۵	۰	۵

◆ نمودار سری زمانی:

پراکنش نگاشت سری زمانی که داده‌ها را با پاره‌خط‌هایی در طول زمان به هم متصل می‌کند.

مثال: نمودار پراکنش نگاشت سری زمانی بارندگی و دما:



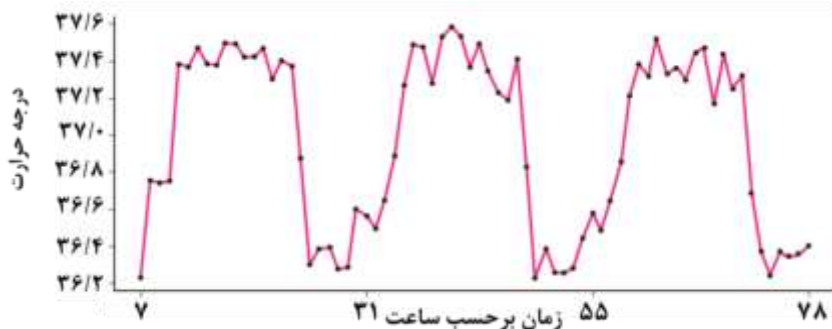
◆ الگو:

الگو، تکرار یک ویژگی را در سری زمانی گویند.

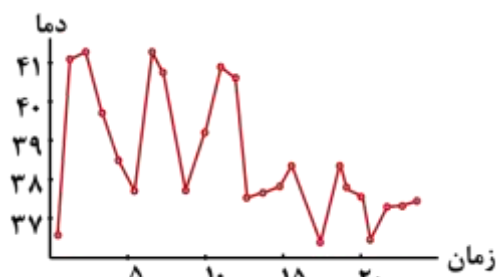
بازشناسی الگو به ما کمک می‌کند که رابطه‌ای برای پدیده‌های طبیعی بیابیم. مثلاً معادله منحنی دمای بدن انسان سالم در طی روز

تقریباً از معادله زیر به دست می‌آید.

$$y = \frac{5[(1/8 \sin^3(\frac{\pi}{12}x - \frac{\pi}{2}) + 98/6) - 32]}{9}$$



تست ۳۴۲ سری زمانی زیر نشان دهنده ۶ روز درجه حرارت بدن یک بیمار است. در یک روز چند بار درجه حرارت بدن بیمار اندازه گرفته شده است؟



- ۳ (۱)
- ۴ (۲)
- ۶ (۳)
- ۸ (۴)

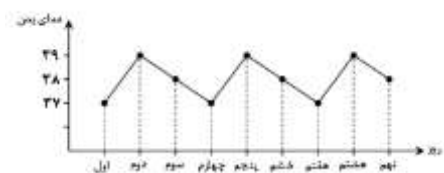
تست ۳۴۳ کدام یک از گزینه ها، یک سری زمانی است؟

- (۱) تعداد ساعات ماندگاری اثر یک دارو بر روی افراد مختلف
- (۲) تعداد زنان و مردانی که جهت اهدای خون به مرکز خون شهر خود مراجعه می کنند
- (۳) تعداد ساعت خواندن یک کتاب مشخص برای ۲۰ نفر به صورت تصادفی
- (۴) تعداد مراجعان یک بانک در هر ماه از یک سال

تست ۳۴۴ کدام گزینه یک سری زمانی نیست؟

- (۱) تعداد ورزشکاران ایرانی حاضر در ادوار مختلف المپیک
- (۲) دمای هوای شهر اراک در روزهای ماه مرداد یک سال
- (۳) مدت زمان مطالعه دروس عمومی دانش آموزان یک کلاس در روز قبل آزمون
- (۴) تعداد سفرهای سالانه یک خانواده

تست ۳۴۵ نمودار سری زمانی مربوط به دمای بدن یک بیمار در ۹ روز متوالی به صورت زیر است. اولین زمان ثبت دمای بدن بیمار در هر روز ساعت ۷ صبح می باشد. این منحنی کدام ویژگی را دارد؟



- (۱) صعودی
- (۲) تناوبی
- (۳) خطی
- (۴) هیچکدام

تست ۳۴۶ تکرار یک ویژگی در سری زمانی را چه می نامند؟

- (۱) الگو
- (۲) پدیده های طبیعی
- (۳) تناوب خطی
- (۴) درون یابی خطی

تست ۳۴۷ کدام یک از داده های زیر سری زمانی نیست؟

- (۱) تعداد مشتریان یک فروشگاه در هر هفته
- (۲) وزن یک شخص در پایان هر ماه
- (۳) دمای هوای روزانه یک شهر
- (۴) میانگین نمرات یک آزمون هماهنگ در مدارس تهران

◆ درونیابی:

تخمین داده های بین داده های ثبت شده را گوییم.
اگر درونیابی به وسیله یک پاره خط انجام شود، درونیابی خطی نام دارد.

◆ روش درونیابی:

معادله خط گذرا از دو نقطه دو سر پاره خط را می نویسیم. آنگاه به کمک این معادله، مقدار داده هر زمانی بین دو زمان t_1 و t_2 را می توان تخمین زد.

◆ خطای درونیابی:

قدر مطلق تفاضل مقدار واقعی و مقدار تخمین زده شده در دورن یابی را گویند.

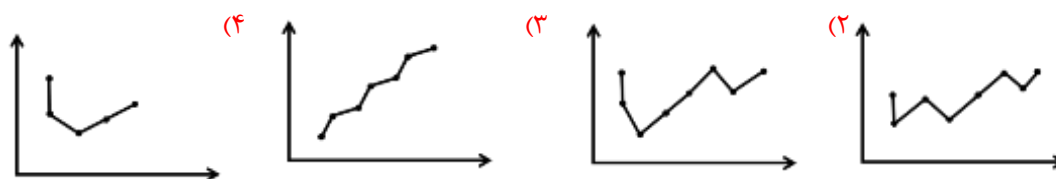
پیش

تعداد مشتری های یک مرکز خرید طبق جدول زیر است. تعداد مشتری های ساعت ۱۰ را تخمین بزنید.

	ساعت ۹	ساعت ۱۱
تعداد مشتری	۷۰۰ نفر	۱۰۰۰ نفر

تست ۳۴۸ اگر در نمودارهای سری زمانی زیر فقط داده های اول و آخر را داشته باشیم در کدام نمودار درونیابی خطی بهتری

امکان پذیر است؟



تست ۳۴۹ یک شرکت هولدینگ دارای چند شرکت می باشد که میانگین حقوق مدیران آن هر ۵ سال یک بار اندازه گیری

شده و در جدول زیر آمده است. به روش درونیابی خطی، میانگین حقوق در سال ۱۷ ام چند میلیون تومان است؟

سال	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵
میانگین حقوق به میلیون تومان	۲	۳/۵	۵	۷/۵	۱۱

(۱) ۵/۵

(۲) ۶

(۳) ۶/۵

(۴) ۷

تست ۳۵۰ میانگین سرعت خودروهای عبوری یکی از جاده‌های کشور در ساعات مختلف در جدول زیر آمده است. میانگین

سرعت خودروها در این جاده در ساعت ۱۵ به کمک درون یابی خطی کدام است؟

ساعت	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸
میانگین سرعت (کیلومتر بر ساعت)	۹۸	۱۰۰	۱۰۶	۹۶	۹۸

(۱) ۹۸

(۲) ۱۰۲

(۳) ۱۰۱

(۴) ۱۰۰

تست ۳۵۱ جدول زیر تعداد تماس‌های دریافتی یک شرکت در بعضی ساعات یک روز را نشان می‌دهد. اگر درون یابی تعداد

تماس‌ها در ساعت ۱۴ برابر با ۴۸ باشد، مقدار k کدام است؟

ساعت	۶	۱۲	۱۵	۱۸
تعداد تماس دریافتی	۳۲	۴۰	k	۲۰

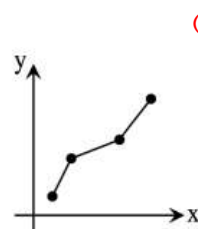
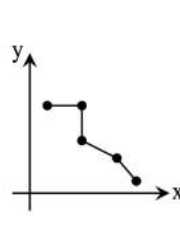
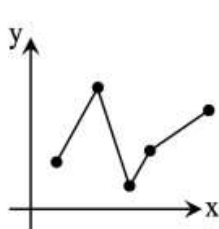
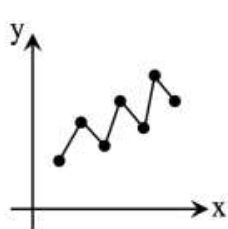
(۱) ۵۰

(۲) ۵۲

(۳) ۵۴

(۴) ۵۶

تست ۳۵۲ در کدام نمودار سری زمانی زیر، خطای درون یابی و برون یابی اگر از روش خطی باشد، بیشتر است؟



تست ۳۵۳ در نمودار سری زمانی، خطا برای هر نقطه، برابر کدام است؟

(۱) قدرمطلق تفاضل مقدار واقعی از درون یابی آن

(۲) نصف درون یابی خطی است.

(۳) قدرمطلق تفاضل مقدار واقعی از برون یابی آن

(۴) صف برون یابی خطی است.

تست ۳۵۴ در یک مرکز خرید تعداد مشتری‌ها بین ساعت ۹ تا ۱۹ به صورت زیر است. اگر تعداد واقعی مشتریان در ساعت

۱۶ برابر ۴۲۰ نفر باشند، خطای درونی یابی تعداد مشتریان در ساعت ۱۶ کدام است؟

ساعت	۹	۱۱	۱۳	۱۵	۱۷	۱۹
تعدادمشتریان	۳۵۰	۷۵۰	۸۰۰	۶۰۰	۳۰۰	۵۰۰

(۱) ۳۰

(۲) ۲۰

(۳) ۵۰

(۴) ۱۰

تست ۳۵۵ در یک نمودار سری زمانی دو داده $(۳, ۷۰)$ و $(۵, ۴۰)$ ثبت شده است. اگر مقدار را در لحظه $t=۴$ تخمین بزنیم

و مقدار واقعی آن در لحظه $t=۴$ برابر ۵۲ باشد، خطای درون‌یابی چقدر است؟

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) ۳

♦ برون‌یابی:

تخمین داده‌های قبل یا بعد از داده‌های ثبت شده را گوییم.
اگر برون‌یابی با یک خط انجام شود، آن را برون‌یابی خطی گوییم.

♦ روش برون‌یابی:

- گام اول:** نقطه میانگین زمان و میانگین داده را به دست می‌آوریم.
گام دوم: برای داده‌های بعد از آخرین داده، معادله خط واصل بین میانگین و آخرین نقطه ثبت شده را می‌نویسیم.
گام سوم: برای داده‌های قبل از اولین داده، معادله خط واصل بین میانگین و اولین نقطه ثبت شده را می‌نویسیم.

پیش

میزان فروش یک فروشگاه زنجیره‌ای در ۵ سال متوالی مطابق جدول زیر است. میزان فروش در سال ششم را به دست آورید.

سال	x	۱	۲	۳	۴	۵
فروش y (میلیارد تومان)		۹	۱۴	۱۵	۱۸	۱۹

♦ خطای برون‌یابی:

در درون (یا برون) یابی، قدر مطلق تفاضل مقدار واقعی و مقدار تخمین زده شده را خطا گوییم.
مثلاً در مثال قبل اگر در سال ششم میزان فروش ۲۲ میلیارد شود درواقع ما به کمک تخمین برون‌یابی خطای برون‌یابی داشته‌ایم.

تست ۳۵۶ میانگین درآمد تعمیرکاران اتومبیل در یک شهر بر حسب سابقه کار در جدول زیر آمده است. معادله خطی که درآمد افراد با سابقه کاری بیشتر از ۲۵ سال را تخمین می‌زند، کدام است؟

سابقه کاری (سال) (x)	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵
درآمد (میلیون تومان) (y)	۱۸	۲۰	۲۵	۲۷	۳۰

(۱) $y = 0.6x - 15$

(۲) $y = 0.6x + 15$

(۳) $y = 0.3x + 15$

(۴) $y = 0.3x + 10$

تست ۳۵۷ در یک نمودار سری زمانی میانگین، نقطه (۵, ۱۸) و نقطه (۸, a) ثبت شده است. اگر در $x = 9$ مقدار واقعی ۲۵ و مقدار تخمین بر اساس برون‌یابی خطی ۲ واحد بیشتر باشد، مقدار a کدام است؟

(۱) ۲۵ (۲) ۲۴/۷۵ (۳) ۲۶ (۴) ۲۶/۲۵

تست ۳۵۸ اگر میزان فروش یک شرکت بر حسب میلیون تومان در ۴ سال متوالی به صورت زیر باشد و مقدار برون‌یابی شده برای سال پنجم برابر ۴۸/۳ و مقدار واقعی فروش ۴۹/۷ باشد، خطای برون‌یابی خطی کدام است؟

سال	۱	۲	۳	۴
میزان فروش	۴۱	۴۵	۴۳	۴۷

(۱) ۰/۷

(۲) ۱/۴

(۳) ۰/۴

(۴) ۲/۴

تست ۳۵۹ با توجه به جدول زیر، اگر مقدار برون یابی در روز ششم، ۴ واحد خطا داشته باشد، مقدار واقعی فروش در روز ششم کدام می تواند باشد؟

روز	۱	۲	۳	۴	۵
فروش	۸۰	۶۰	۶۸	۶۴	۸۸

(۱) ۹۴

(۲) ۹۶

(۳) ۹۸

(۴) ۱۰۰

تست ۳۶۰ فاطمه نمرات ریاضی ماهانه خود را در نمودار سری زمانی رسم کرد. پیش بینی نمره او به کمک برون یابی برای امتحان ماه چهارم کدام است؟

ماه	۱	۲	۳
نمره	۱۵	۱۷	۱۳

(۱) ۱۵

(۲) ۱۲

(۳) ۱۱

(۴) ۱۹

تست ۳۶۱ کدام جمله درست است؟

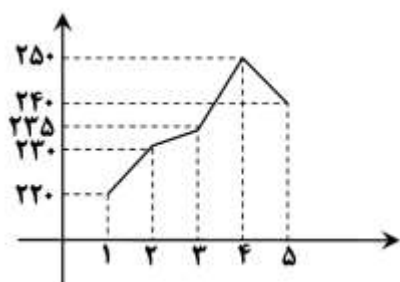
(۱) برون یابی، تخمین داده های بین داده های ثبت شده است

(۲) برون یابی، فقط تخمین داده های بعد از داده های ثبت شده است.

(۳) برون یابی، فقط تخمین داده های قبل داده های ثبت شده است.

(۴) برون یابی، فقط تخمین داده های بعد و قبل از داده های ثبت شده است

تست ۳۶۲ قیمت یک سهم در ۵ روز متوالی در بورس از نمودار زیر پیروی می کند. پیش بینی قیمت سهم در روز ششم به کمک برون یابی خطی کدام است؟



(۱) ۲۶۰

(۲) ۲۵۰۰

(۳) ۲۳۷/۵

(۴) ۵۲۴/۲

آزمون خرداد شماره ۱ زمان ۱۲۰ دقیقه

۱ نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید؛ سپس ارزش هر گزاره و نقیضش را تعیین کنید. (نمره)

الف) کسر $\frac{3x}{x^2-1}$ گویا است. (ب) عدد a مثبت است.

۲ درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را تعیین کنید. (۲ نمره)

الف) کسر $\frac{\sqrt{x}}{x-4}$ گویا است یا عدد ۹۱ مرکب است.

ب) مجموعه $\{\emptyset\}$ تهی است و $\{0, 1, 2, 3\} \subseteq \mathbb{N}$

پ) اگر $\sqrt{16}$ مربع کامل باشد، آن گاه $2^3 > 3^2$

ت) اگر ۱۲۱ مضرب ۳ باشد، آنگاه مقسوم علیه‌های طبیعی ۱۶ عبارت اند از ۱، ۲، ۴، ۱۶ و برعکس.

۳ دانش آموزی با راه حل زیر، ادعا می‌کند که معادله $x^2 - 7x = 0$ فقط دارای یک ریشه است و آن ریشه $x = 7$ است.

اشتباه او کجا است؟ این معادله چه ریشه‌هایی دارد؟ (۱ نمره)

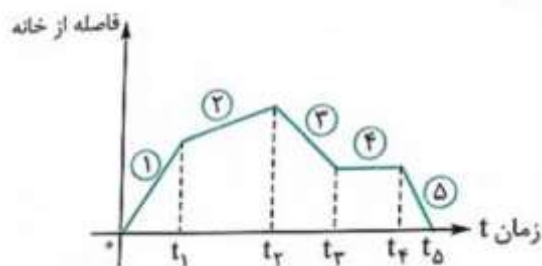
$$x^2 - 7x = 0 \xrightarrow{\text{فاکتورگیری از } x} x(x-7) = 0 \xrightarrow[\text{بر}]{\text{تقسیم دو طرف}} x-7 = 0 \xrightarrow[\text{جواب}]{\text{یافتن}} x = 7$$

۴ حاصل عبارت مقابل چیست؟ (۵/۱ نمره)

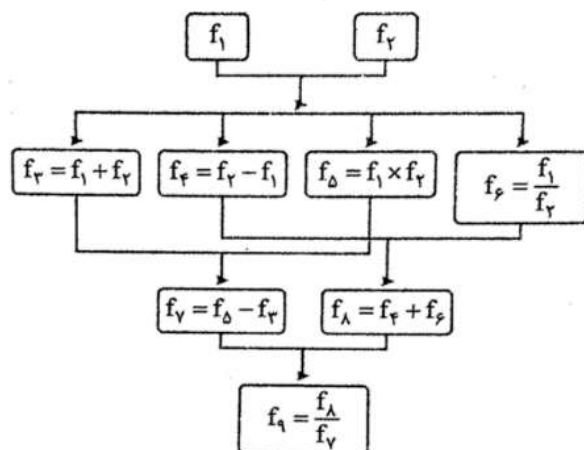
$$A = \frac{3[-0/5] + [4]}{8[-2/37] - [3/999]}$$

۵ برای نمودار زیر، یک داستان مناسب بنویسید. (مقایسه قدر مطلق شیب خط‌ها به صورت $4 > 2 > 3 > 1 > 5$ می‌باشد).

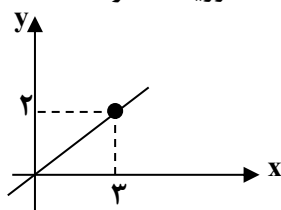
(۵/۱ نمره)



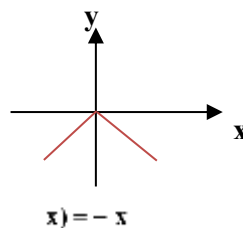
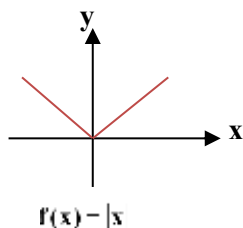
۶ با توجه به ضابطه‌های $f_1 = |x-3|$ و $f_4 = x+4$ درخت زیر را به ازای $x=1$ کامل کنید. (۵/۱ نمره)



۷ اگر $g(x) = 3x^2$ و نمودار تابع $(\frac{g}{f})(x)$ به شکل روبه رو باشد، ضابطه تابع $f(x)$ را به دست آورید. (۲نمره)



۸ با توجه به نمودارهای زیر، نمودار تابع f, g و $\frac{f}{g}$ را رسم کنید. (راهنمایی: $(|x| \times |x| = x^2)$ (۲نمره)



۹ طبق جدول زیر به دو روش خط فقر را به دست آورید و بگویید دولت به کدام ردیف یا ردیف‌ها باید یارانه بدهد تا به خط فقر برسند؟ کدام روش بهتر است؟ (در محاسبات قسمت اعشاری را در نظر نگیرید) (۳نمره)

ردیف	درآمد ماهانه (هزار تومان)	تعداد اعضای خانوار	متوسط درآمد هر عضو
۱	۶۰۰	۴	
۲	۱۲۰۰	۳	
۳	۱۰۰۰	۵	
۴	۴۰۰۰	۲	
۵	۱۸۰۰۰	۳	

۱۰ با توجه به نمودار شاخص بهای کالاها و خدمات جاهای خالی را پر کنید. (۱نمره)

الف) محور طول‌ها نشان دهنده..... و محور عرض‌ها نشان دهنده..... است.

ب) این شاخص به واحد اندازه گیری بستگی..... تا بتوان مقایسه‌ای بین انجام داد.

پ) با افزایش این شاخص، هزینه اقلام خوراکی و خدماتی..... می‌شود. (کم - زیاد)

ت) این شاخص براساس تعداد..... متغیر محاسبه می‌شود. (کمی - زیادی)

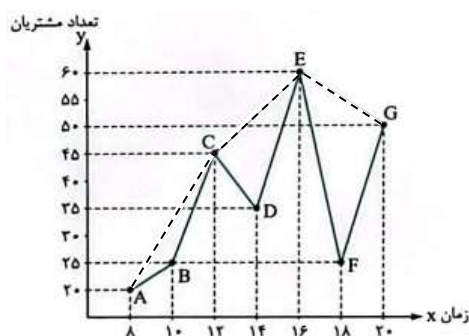
۱۱ اگر شاخص بهای نان در سال ۹۶ برابر ۱۴۰ باشد و مقدار تورم در سال ۹۶ نسبت به سال پایه (سال ۹۰) برابر ۱۰ درصد باشد، شاخص بهای نان در سال ۹۰ چه قدر بوده است؟ (۱نمره)

۱۲ در شکل زیر خط‌ها، تعداد واقعی مشتریان را نسبت به زمان

(ساعت) نشان می‌دهند و خط چین‌ها تعداد مشتریان هستند که درون

یابی شده‌اند خطای درون یابی را در ساعت ۱۰ به دست

آورید. (۵/۲نمره)



آزمون خرداد شماره ۲ زمان ۱۲۰ دقیقه

۱ ارزش گزاره های زیر را تعیین کنید: (۲نمره)

الف) اگر مد داده های ۱، ۲، ۳، ۴ برابر ۱ باشد، آنگاه وزن افراد، متغیر کمی فاصله ای است.

ب) $((-5)^3 = -125) \wedge (-30 > -12) \Rightarrow$ (جمعه ها بانک ها تعطیل هستند).

پ) $(\frac{3}{5} > \frac{2}{7}) \Leftrightarrow |(\sqrt{3} \notin Q) \vee (y = x^2 - 3 \text{ ماکسیمم دارد})|$

۲ اگر گزاره $(p \wedge q) \Rightarrow r$ نادرست باشد، ارزش گزاره $(\sim p \Leftrightarrow q) \vee \sim r$ را تعیین کنید. (۱نمره)

۳ جای خالی را در گزاره زیر پر کنید و بگویید نام این استدلال چیست؟ آیا روش این استدلال درست است؟ نتیجه آن

چه؟ (۱/۵ نمره)

مقدمه ۱: اگر حاصل تقسیم هر دو مقدار از یک متغیر، با معنی باشد. آنگاه.....

مقدمه ۲: حاصل تقسیم طول قد افراد با معنی است.

∴ طول قد افراد متغیر کمی نسبتی است.

۴ در کدام قسمت از محاسبات زیر، اشتباه رخ داده است؟ چرا؟ (هدف، یافتن y است). (۱نمره)

$$x = \frac{x-y}{z-y} \xrightarrow{\text{حذف } x \text{ از دو طرف}} \frac{0-y}{z-y} = \frac{0-y}{z-y} \xrightarrow{\text{حاصل کسر برابر صفر است پس صورت آن صفر است}} -y = 0 \Rightarrow y = 0$$

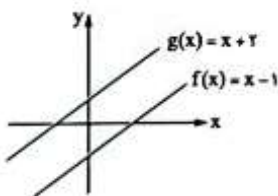
۵ اگر $f(x) = \begin{cases} 4x-3 & x < -2 \\ x^2-5 & -2 \leq x < 4 \\ 12 & x \geq 4 \end{cases}$ باشد، حاصل عبارات زیر چیست؟ (۱نمره)

الف) $A = \frac{f(-2) \times f(4)}{f(-3)}$

ب) $B = f(\sqrt{2}) - f(-\sqrt{3})$

۶ با توجه به ضابطه های $f(x) = x^2 - 3x$ و $g(x) = \frac{1}{x}$ ضابطه و دامنه توابع $(f+g)$ ، $\frac{f}{g}$ و $\frac{g}{f}$ را به دست آورید؛ سپس $(f.g)(5)$ را محاسبه کنید. (۳نمره)

۷ با توجه به نمودارهای f و g دامنه و ضابطه توابع $f+g$ و $f-g$ را بنویسید؛ سپس نمودار آنها را رسم کنید. (۲نمره)



۸ به کمک سری زمانی، کدام یک را می توان دقیق تر درون یابی یا برون یابی کرد؟ (۱نمره)

الف) صرف زمان مطالعه یک دانش آموز، میزان موفقیت در کنکور

ب) صرف زمان یک تاجر برای بازاریابی کالاهایش، تعداد مشتریان

پ) صرف زمان حرکت روی تردمیل، مقدار کالری سوزانده شده (سرعت را ثابت فرض کنید).

ت) صرف زمان مطالعه دانشمندان روی بیماری ها، تعداد داروهای کشف شده

۹ در یک کشور شاخص نرخ بیکاری ۱۵ درصد است. اگر جمعیت فعال این کشور ۲۰ میلیون نفر باشند، تعداد بیکاران را به دست آورید، سپس بگویید تعداد شاغلین چند نفر است؟ (۲نمره)

۱۰ دو روش برای محاسبه خط فقر را نام ببرید. اگر حقوق بعضی از افراد جامعه بسیار بیشتر از بقیه باشد، بهتر است از کدام روش استفاده کنیم؟ (۲نمره)

۱۱ در یک مسابقه ورزشی، رابطه بین سن افراد و امتیازات آنها به صورت زیر است (۲نمره)

سن	۱۸	۲۰	۲۲	۲۴	۲۶
امتیاز	۲۱	۲۴	۳۵	۴۰	۲۸

الف) نمودار سری زمانی این جدول را رسم کنید

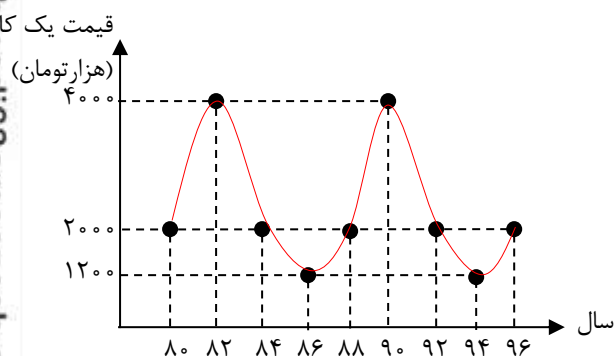
ب) انحراف معیار و واریانس امتیازات را به دست آورید.

۱۲ با توجه به نمودار سری زمانی زیر که به صورت متناوب هر ۸ سال تکرار می‌شود، به سؤالات زیر پاسخ دهید: (۲/۵ نمره)

الف) اختلاف ماکسیمم و مینیمم قیمت کالا چه قدر است؟

ب) قیمت کالا در سال ۱۳۷۲ چه قدر بوده است؟

پ) قیمت کالا در سال ۱۳۹۸ چه قدر خواهد بود؟



آزمون خرداد شماره ۳ زمان ۱۲۰ دقیقه

۱ با استفاده از جدول ارزش گذاری، درستی یا نادرستی هر یک از هم ارزی‌های زیر را بررسی کنید. (۳نمره)

الف) $(p \vee q) \wedge (p \vee \sim q) \equiv p$

ب) $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee \sim p) \equiv F$

۲ اگر p گزاره‌ای نادرست و q گزاره‌ای درست و r گزاره‌ای دلخواه باشد ارزش گزاره‌های زیر را تعیین کنید. (۱نمره)

الف) $p \Rightarrow (q \wedge r)$

ب) $(p \vee \sim q) \Leftrightarrow r$

۳ با توجه به استدلال زیر، به سؤالات خواسته شده، پاسخ دهید: (۱نمره)

مقدمه ۱: اگر دو خط موازی باشند آنگاه این دو، خط هیچگاه یکدیگر را قطع نمی‌کنند

مقدمه ۲:

∴ خطوط L_1 و L_2 هیچگاه یکدیگر را قطع نمی‌کنند.

الف) جای خالی را پر کنید

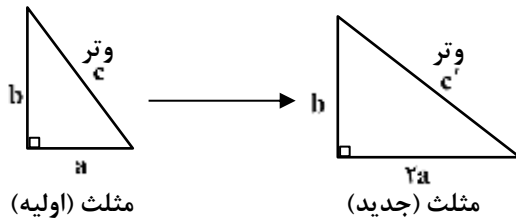
ب) نام این استدلال چیست؟

پ) آیا روش به کار رفته در این استدلال درست است؟

ت) آیا نتیجه این استدلال، قطعاً درست است؟

۴ یک گزاره به همراه استدلال آن، در زیر آمده است. اگر اشتباهی وجود دارد، آن را اصلاح کنید.

گزاره: اگر در یک مثلث قائم الزاویه به اضلاع قائمه a و b وتر c ، ضلع a را دو برابر کنیم، آنگاه وتر مثلث جدید، دو برابر وتر مثلث اولیه است. (انمره)



استدلال: $c^2 = a^2 + b^2$ رابطه فیثاغورس در مثلث
 $c' = 2c \rightarrow c'^2 = (2a)^2 + b^2 = 4a^2 + b^2 = 4(a^2 + b^2) = 4c^2$ رابطه فیثاغورس در مثلث جدید

۵ اگر $f\{(8, x-y), (2, 4), (10, 4y)\}$ تابعی ثابت باشد، میانگین، میانه و واریانس اعضای دامنه و برد را به دست آورید. (انمره)

۶ توابع $f(x) = x + 5$ و $g(x) = \frac{4x}{x^2 - 7x}$ داده شده‌اند. (۳نمره)

الف) دامنه توابع $f+g$ ، $\frac{f}{g}$ و $\frac{g}{f}$ را به دست آورید.
 ب) حاصل $(f-g)(1)$ و $(\frac{f}{g})(2)$ را به دست آورید.

۷ تابع $f(x) = |3x - 6|$ را به کمک مفهوم قدر مطلق، دو ضابطه‌ای کرده و نمودار آن را رسم کنید. دامنه و برد این تابع چیست؟ (۵/انمره)

۸ خط فقر بین المللی ۴۰۰۰ تومان در روز به ازای هر نفر است. فرض کنید فردی که خانواده‌اش ۴ عضوی است، در آمدش ۶۰۰ هزار تومان در ماه باشد (فقط او شاغل است). آیا اعضای این خانواده زیر خط فقر جهانی‌اند یا خیر؟ اگر جواب مثبت است، چه قدر باید یارانه بگیرند تا به خط فقر برسند؟ (ماه را ۳۰ روزه فرض کنید). (انمره)

۹ با توجه به داشبورد خودرو (عقربه‌ها و چراغ‌های اخطار دهنده آن) بگویید کدام یک از شاخص‌های زیر، از نوع کمی فاصله‌ای و کدام یک کمی نسبیتی است؟ (انمره)

الف) شاخص سرعت خودرو

ب) شاخص میزان باد لاستیک

پ) شاخص مقدار بنزین

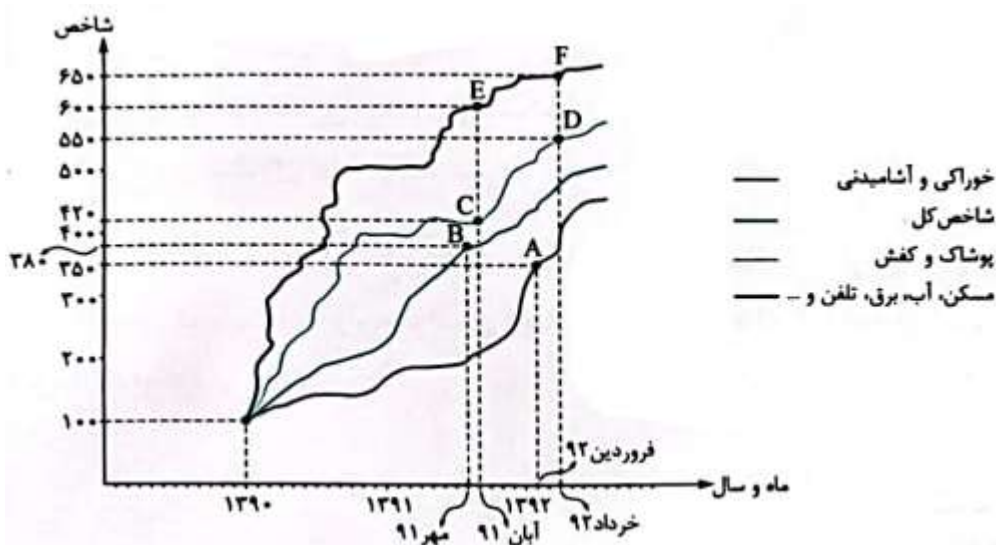
ت) شاخص دمای آب رادیاتور

۱۰ در یک کتاب هر جمله آن به طور میانگین دارای ۱۲ کلمه است و ۳ درصد لغات هر جمله، دشوار هستند. شاخص پایه آموزش را به دست آورید. (انمره)

۱۱ در کشوری تعداد بیکاران ۲ میلیون نفر و تعداد افراد شاغل، ۱۸ میلیون نفر است. شاخص نرخ بیکاری چند درصد است؟ (انمره)

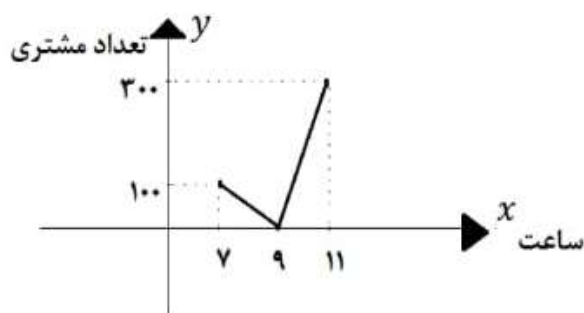
۱۲ مقدار شاخص توده بدنی فردی برابر ۲۵ است. اگر قد او ۲ متر باشد، وزنش چند کیلوگرم است؟ (انمره)

۱۳ با توجه به نمودار شاخص بهای کالاها و خدمات که در زیر آمده است جدول را کامل کنید: (۲ نمره)



	۱۳۹۰ (سال پایه)	۱۳۹۱ آبان	۱۳۹۲ خرداد
هزینه پوشاک و کفش (هزار تومان)	۳۰۰		
هزینه مسکن، آب برق و ... (هزار تومان)	۷۵۰		

۱۴ با توجه به نمودار زیر، تعداد مشتریان را در ساعت ۱۰ صبح درون یابی کنید. اگر تعداد دقیق مشتریان در ساعت ۱۰ برابر ۲۵۰ باشد. خطای درون یابی را به دست آورید. (۱/۵ نمره)



آزمون خرداد شماره ۴ زمان ۱۲۰ دقیقه

۱ اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش گزاره‌های زیر را بدون رسم جدول تعیین کنید. (۱/۵ نمره)

الف) $(p \vee q) \Leftrightarrow (p \wedge q) \equiv ?$

ب) $\sim(\sim q \wedge \sim r) \Rightarrow (r \Rightarrow p) \equiv ?$

۲ گزاره‌های فارسی زیر را به نمادهای ریاضی تبدیل کنید. (۱/۵ نمره)

الف) نصف عددی صحیح برابر است با ۴ برابر مکعب آن عدد.

ب) ۲ درصد قیمت فروش، برابر سود حاصل از فروش است.

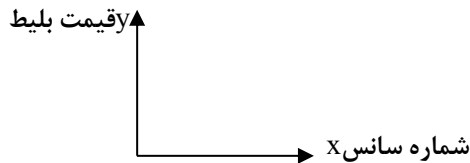
پ) معکوس مجموع دو عدد حقیقی، بزرگ‌تر از مجموع معکوس تک تک آن اعداد است.

۳ با فرض $x \neq 1$ در کدام قسمت از محاسبات اشتباه رخ داده است؟ (هدف، یافتن y است). (۱ نمره)

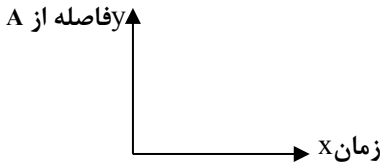
$$x = \frac{x-y}{z-y} \xrightarrow[\text{وسطین}]{\text{طرفین}} xz - xy = x - y \xrightarrow[\text{y ها از بقیه}]{\text{جدا کردن}} xz - x = xy - y \xrightarrow{\text{فاکتورگیری}} x(z-1) = y(x-1)$$

$$\xrightarrow[\text{تقسیم دو طرف بر (x-1)}]{\text{حذف x ها}} \frac{x(1-z)}{1-x} = y \xrightarrow[\text{از صورت و مخرج}]{\text{از طرفین}} \frac{z-1}{-1} = y$$

۴ برای هر تابع زیر یک ضابطه مناسب بنویسید و نمودارش را رسم کنید؛ سپس نوع تابع را مشخص کنید. (۲نمره)
الف) بلیط یک سینما در ۴ سانس اول ۳۰۰۰ تومان در ۳ سانس بعدی ۴۰۰۰ تومان و در سانس آخر ۸۰۰۰ تومان است.



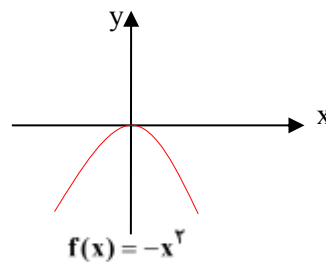
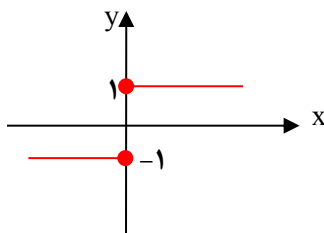
ب) موتورسواری با سرعت ثابت از نقطه A شروع به حرکت کرده تا پس از ۱۰ دقیقه به نقطه B به فاصله ۱۰۰ متری A می‌رسد. سپس با سرعت بیشتری پس از ۳۰ دقیقه به نقطه A برمی‌گردد. (نمودار به صورت تقریبی رسم شود).



۵ در تابع ثابت $f(x) = K$ که K عددی حقیقی است، به سؤالات زیر پاسخ دهید. (۱نمره)
الف) مقادیر $f(a+b)$ و $f(b), f(a)$ را تعیین کنید.
ب) اگر در این تابع تساوی $f(a+b) = f(a) \times f(b)$ برقرار باشد، K چه مقادیری را اختیار می‌کند؟ a و b هم دو عدد حقیقی اند.

۶ اگر $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x}$ و $g(x) = |5x + 2|$ و $h(x) = \{(1, 2), (3, 5), (0, 11)\}$ باشند، آنگاه مقادیر $(f \circ g)(1), (f \circ g)(2), (g \circ f)(1), (g \circ f)(2)$ را به دست آورید. (۲نمره)

۷ با توجه به نمودارهای زیر، نمودار تابع $f \circ g$ را رسم کنید. (۵/۲ نمره)



۸ یک شرکت هلدینگ دارای دو کارخانه A و B است. اگر توابع درآمد و هزینه برای تولید x تن شکلات در کارخانه A به ترتیب $(-x^2 + 10x)$ و $(4x + 2)$ در کارخانه B به ترتیب $(-2x^2 + 8x)$ و $(2x - 30)$ واحد باشد. (هر واحد معادل یک میلیون تومان است): (۵/۲ نمره)

الف) تابع سود این شرکت هلدینگ را به دست آورید

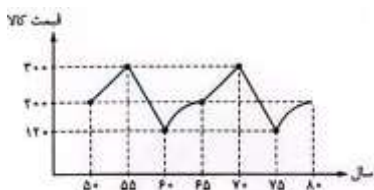
ب) این شرکت چه مقدار شکلات تولید کند تا سودش ماکسیمم شود؟

پ) بیشترین مقدار سود شرکت را بیابید.

۹ شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی را تعریف کنید. اگر این شاخص افزایش یابد قدرت خرید مردم کم می شود یا زیاد؟ (انمره)

۱۰ خانواده ای ۴ نفره در یکی از کشورهای در حال توسعه زندگی می کند. با توجه به تعریف خط فقر جهانی (بین المللی) حداقل درآمد ماهانه این خانواده در ماه (۳۰ روز) چند تومان باشد تا این خانواده زیر خط فقر نباشد؟ (۵/انمره)

۱۱ با توجه به نمودار سری زمانی زیر که هر یک از قسمت های آن به صورت متناوب تکرار می شوند، به سؤالات زیر پاسخ دهید: (۵/انمره)



الف) بیشترین و کمترین قیمت مربوط به کدام سال ها است؟

ب) دوره تناوب این نمودار چند سال است؟

پ) قیمت کالا را در سالهای ۱۳۴۰ و ۱۳۹۰ تخمین بزنید.

۱۲ در یک پیتزافروشی تعداد پیتزاهای فروخته شده به صورت جدول زیر است: (۲/انمره)

یکشنبه	جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	پنجشنبه	سه شنبه	یکشنبه	روز
۸	۱۶	۱۴	۲	۱۲	۱۰	۴	۶	تعداد پیتزا

هفته اول

هفته دوم

هفته سوم

الف) نمودار سری زمانی آن را رسم کنید.

ب) تعداد پیتزاهای فروخته شده در روز دوشنبه از هفته اول را تخمین بزنید. (درون یابی کنید).

پ) تعداد پیتزاهایی که در روز سه شنبه از هفته سوم به فروش خواهد رفت را برون یابی کنید.

ت) اگر تعداد واقعی پیتزاهای فروخته شده در روز دوشنبه از هفته اول ۱۰ باشد مقدار خطا را در قسمت (ب) به دست آورید.



برای خرید نسخه چاپی یا تدریس ویدئویی این جزوه به سایت و یا کانال تلگرامی «آموزشگاه مجازی احمدی» مراجعه کنید.

برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد این جزوات و پکیج ها به شماره ۰۹۱۲۳۷۰۸۴۷۶ در تلگرام یا واتساپ و یا به صورت SMS پیام بدهید.

Ahmadi63amoozesh.com
@ahmadi63amoozesh

فصل اول

آمار و احتمال

شمارش

درس ۱

بخش اول: اصل جمع، اصل ضرب و جایگشت

♦ اصل جمع:

اگر بتوان عملی را به m طریق و عمل دیگری را به n طریق انجام داد و این دو عمل را نتوان با هم انجام داد، در این صورت به « $m+n$ » طریق می‌توان عمل اول «یا» عمل دوم را انجام داد.

$m+n \rightarrow$ اصل جمع $\rightarrow$ «عمل B» یا «عمل A»
 $\downarrow$
 تعداد راه‌های انجام عمل A
 $\downarrow$
 تعداد راه‌های انجام عمل B

مثال

علی برای رفتن به مدرسه می‌تواند از یکی از ۳ خط اتوبوس یا ۲ خط مترو استفاده کند. تعداد کل حالت‌هایی که علی می‌تواند به مدرسه برود برابر است با:

فعالیت



فعالیت ۱ فرض کنید در کتابخانهٔ مدرسه ۳۰ کتاب متفاوت دربارهٔ روان‌شناسی و ۲۵ کتاب متفاوت با موضوع تعلیم و تربیت اسلامی وجود دارد. اگر دانش‌آموزی فرصت داشته باشد فقط یک کتاب با موضوع روان‌شناسی یا تعلیم و تربیت اسلامی مطالعه کند، برای این کار چند انتخاب دارد؟

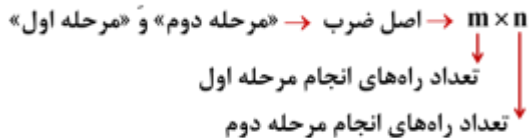
فعالیت ۲ خانم فاطمی پرستار بیمارستان حضرت زینب (س) است. او می‌تواند به‌صورت «رایگان» (استفاده از سرویس بیمارستان یا پیاده‌روی) یا با «پرداخت هزینه» (استفاده از تاکسی، اتوبوس یا مترو) به محل کارش برود. خانم فاطمی برای رسیدن به محل کارش چند انتخاب دارد؟ همهٔ حالت‌های ممکن را که او می‌تواند به‌صورت رایگان «یا» با پرداخت هزینه به محل کارش برود، در یک مجموعه بنویسید:

$$A = \{ \dots, \dots, \dots, \text{پیاده‌روی} \}$$

فعالیت ۳ شما به چند طریق می‌توانید فقط یک خودکار یا یک مداد یا یک روان‌نویس را از بین چهار خودکار با چهار رنگ مختلف و پنج مداد با رنگ‌های متفاوت و سه روان‌نویس با رنگ‌های متمایز انتخاب کنید؟

♦ اصل ضرب:

اگر عملی طی دو مرحله اول و دوم انجام پذیرد بطوریکه مرحله اول به m طریق «و» مرحله دوم به n طریق قابل انجام باشد، در کل آن عمل به « $m \times n$ » طریق قابل انجام است.

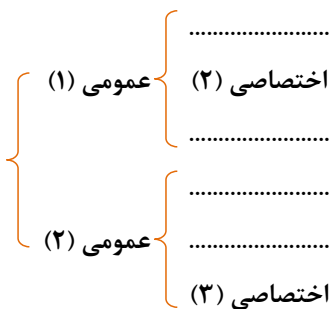


مثال

علی برای شرکت در یک مهمانی ۳ پیراهن و ۲ شلوار دارد. او به چند طریق می‌تواند یک دست پیراهن و شلوار برای مهمانی بپوشد؟

فعالیت

نشاط ۱ فرض کنید دانشجویی می‌خواهد از بین دو درس عمومی ارائه شده، یک درس عمومی و از میان سه درس اختصاصی ارائه شده، یک درس را انتخاب کند. او به چند طریق می‌تواند یک درس عمومی «و» و یک درس اختصاصی خود را انتخاب کند؟
با کامل کردن نمودار زیر به سؤال بالا پاسخ دهید:



انتخاب درس عمومی به دو طریق امکان‌پذیر است و هرکدام که انتخاب شود برای انتخاب درس اختصاصی راه انتخاب وجود دارد. پس در کل، این کار به $\dots \times \dots = \dots$ طریق امکان‌پذیر است.

نکته: اصل جمع به بیش از دو عمل و اصل ضرب به بیش از دو مرحله نیز قابل تعمیم هستند.

$$m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_k$$

تعداد راههای انجام یکی از k عمل:

$$m_1 \times m_2 \times m_3 \times \dots \times m_k$$

انجام k مرحله‌ی یک عمل:

مثال

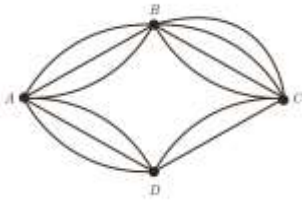
مدیر عامل یک شرکت برای تصمیم‌گیری درباره‌ی توسعه‌ی شرکت، ۱۵ نفر از سهام‌داران و هیئت‌امنا را در دو گروه A و B دسته‌بندی می‌کند. ۷ نفر از آنها در گروه A و ۸ نفر در گروه B قرار می‌گیرند. اعضای گروه A باید درباره‌ی نتایج مساعد احتمالی و اعضای گروه B درباره‌ی نتایج نامساعد احتمالی تحقیق کنند.

(الف) مدیرعامل به چند طریق می‌تواند فقط با یک نفر از این ۱۵ نفر مشورت کند؟

(ب) اگر مدیرعامل بخواهد از هر دو گروه مشورت بگیرد به شرط آنکه از هر گروه ۱ نفر نتیجه‌ی تحقیقاتش را با او در میان بگذارد، به چند طریق می‌تواند این کار را انجام دهد؟

فعالیت

فعالیت ۱ مطابق شکل زیر، میان چهار شهر A، B، C و D راه‌هایی وجود دارد؛ مشخص کنید که به چند طریق می‌توان:



الف) از شهر A به شهر C و از طریق شهر B سفر کرد؟

ب) از شهر A به شهر C سفر کرد؟

پ) از شهر B به شهر D سفر کرد؟

مثال

در کیسه A تعداد ۴ مهره و در کیسه B تعداد ۳ مهره و در کیسه C تعداد ۲ مهره موجود است. به چند طریق می‌توان:

الف) از یکی از کیسه‌ها یک مهره خارج کرد؟

ب) از هر یک از کیسه‌ها یک مهره خارج کنیم؟

♦ **آشنایی با نماد فاکتوریل:**

$$n! = n(n-1)(n-2)(n-3) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

$$2! = 2 \times 1 = 2$$

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

مثال

ساده کنید:

الف) $\frac{10!}{7!} =$

ب) $\frac{8!}{3! \times 2! \times 5!} =$

پ) $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} =$

♦ **جایگشت:**

هر حالت از کنار هم قرار گرفتن n شیء متمایز را یک جایگشت n تایی از آن شیء می‌گوییم و برابر است با $n!$.

$n! =$ تعداد جایگشت‌های n شیء متمایز

مثال

به چند طریق ۴ نفر می‌توانند در یک ردیف چهارتایی کنار هم بنشینند؟

مثال

به چند طریق می‌توان ۵ نفر در یک همایش سخنرانی کنند؟

مثال

با ارقام ۱ و ۲ و ۳ و ۴ چند عدد چهاررقمی می‌توان ساخت؟ (بدون تکرار ارقام)

مثال

به چند طریق می‌توان ۴ کتاب ادبیات و ۳ کتاب عربی متمایز را در یک قفسه کنار هم چید بطوریکه؛

الف) هیچ محدودیتی نباشد؟

ب) ابتدا کتاب‌های ادبیات و سپس کتاب‌های عربی قرار گیرند؟

پ) کتاب‌های ادبیات کنار هم و کتاب‌های عربی نیز کنار هم باشند؟

(ت) فقط کتاب‌های عربی کنار هم باشند.

(ث) فقط کتاب‌های ادبیات کنار هم باشند.

(ج) کتاب‌های ادبیات و عربی یک در میان قرار گیرند.

مثال

به چند طریق می‌توان ۴ کتاب ادبیات و ۴ کتاب عربی متمایز را در یک قفسه کنار هم چید بطوریکه هیچ‌یک از کتاب‌های هم موضوع کنار هم نباشند؟

نکته: در محاسبه جایگشت یکی در میان اگر تعداد اشیاء غیرهمنوع برابر بود، حاصلضرب جایگشت‌ها ضربدر ۲ می‌شود. اما اگر اشیاء غیرهمنوع، یک واحد اختلاف داشتند، فقط جایگشت‌ها در هم ضرب می‌شوند.

مثال

با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و بدون تکرار ارقام؛

(الف) چند عدد ۶ رقمی می‌توان ساخت؟

(ب) چند عدد چهاررقمی زوج می‌توان ساخت؟

(پ) چند عدد چهاررقمی مضرب ۵ می‌توان نوشت؟

نکته: در محاسبه تعداد اعداد «زوج» یا «مضرب ۵» به کمک ارقامی که «صفر» نیز در آنها وجود دارد، بایستی مسئله را به دو مرحله تقسیم کرده و تعداد اعداد هر مرحله را جداگانه محاسبه کرده و در پایان، جواب‌های دو مرحله را با هم جمع کنیم؛
مرحله اول: رقم «صفر» در یکان قرار داشته باشد.
مرحله دوم: رقم «صفر» در یکان قرار نداشته باشد.

تست اصل جمع، اصل ضرب و جایگشت

تست ۳۶۳ از شهر A به شهر B چهار راه و از شهر B به شهر C پنج راه وجود دارد. به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر C و از طریق شهر B رفت و برگشت بطوریکه در مسیر برگشت از راه‌هایی که در مسیر رفت استفاده کرده‌ایم عبور نکنیم؟

(۱) ۱۲۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۲۴۰ (۴) ۳۶۰

تست ۳۶۴ یک دانش‌آموز به چند طریق می‌تواند به همه ۱۰ سؤال یک آزمون ۴ گزینه‌ای پاسخ دهد؟

(۱) ۲۱۰ (۲) ۲۲۰ (۳) ۱۰۴ (۴) ۳۲۰

تست ۳۶۵ کدام تساوی نادرست است؟

$$\frac{n!}{(n-1)!} = n^2 - n \quad (۲) \quad \frac{8!}{3!2!5!} = 28 \quad (۱)$$

$$\sqrt{0!} + \sqrt{1!} + \sqrt{4!} + 1 = 7 \quad (۳) \quad (3!)! - 2! = 718 \quad (۴)$$

تست ۳۶۶ مجموع ریشه‌های معادله $(x^2 - 12)! = 24$ کدام است؟

(۱) ۸ (۲) -۸ (۳) ۱۶ (۴) صفر

تست ۳۶۷ با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و بدون تکرار ارقام، چند عدد پنج رقمی می‌توان ساخت؟

(۱) ۶۰۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۲۴۰ (۴) ۳۶۰

تست ۳۶۸ با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ و بدون تکرار ارقام، چند عدد ۴ رقمی زوج می‌توان ساخت؟

(۱) ۱۲۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۴۲۰ (۴) ۴۸۰

تست ۳۶۹ با ارقام ۷, ۶, ۵, ۴, ۳, ۲, ۰ و بدون تکرار ارقام، چند عدد ۳ رقمی فرد می توان نوشت؟

- (۱) ۹۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۱۲۳ (۴) ۷۵

تست ۳۷۰ ۳ سرباز و ۴ افسر به چند طریق می توانند کنار هم قرار گیرند بطوریکه افسرها حتماً در کنار هم باشند؟

- (۱) $2 \times 4!$ (۲) $3! \times 3!$ (۳) $4! \times 4!$ (۴) $4! \times 3!$

تست ۳۷۱ تعداد جایگشت های حروف banana بطوریکه حروف یکسان کنار هم باشند کدام است؟

- (۱) ۷۲۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۲۴ (۴) ۶

تست ۳۷۲ به چند طریق می توان با حروف کلمه «دشتستان» کلمه هفت حرفی ساخت بطوریکه حرف «ت» حرف اول و آخر باشند؟

- (۱) ۷۲۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۲۴۰ (۴) ۵۴۰

بخش دوم: تبدیل و ترکیب

* در این درس با مفاهیم اصلی بصورت تشریحی و نکات تستی زیر آشنا می شوید:

- ۱- تبدیل ۲- ترکیب

♦ تبدیل (جایگشت) r شیء از میان n شیء:

تعداد حالت های انتخاب و چینش r شیء از میان n شیء متمایز (ترتیب اشیاء مهم است و با جابه جایی هریک، حالت جدیدی به وجود می آید) که برابر است با:

$$P(n, r) = (n)_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

مثال

با ارقام ۶, ۵, ۴, ۳, ۲, ۱ و بدون تکرار ارقام چند عدد ۳ رقمی می توان نوشت؟

مثال

با حروف کلمه break چند کلمه ۴ حرفی با معنی و بی معنی می توان ساخت؟

فعالیت

فعالیت ۱ فرض کنید بخواهیم تعداد اعداد ۴ رقمی را که با ارقام ۱ تا ۷ می توان نوشت، حساب کنیم. در این صورت، داریم:

(تکرار ارقام مجاز نیست.)

فعالیت ۲ به چند طریق می توانیم سه کتاب را از بین ۵ کتاب متمایز، انتخاب کنیم و در یک ردیف بچینیم؟

♦ ترکیب r شیء از میان n شیء:

تعداد حالت های انتخاب r شیء از میان n شیء متمایز (فقط انتخاب مهم است و ترتیب اشیاء مهم نیست و جابه جایی اشیاء حالت جدیدی تولید نمی کند) که برابر است با:

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{P(n, r)}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

مثال

به چند طریق می توان از میان ۶ کتاب تعداد ۳ کتاب انتخاب کرد و خرید؟

مثال

به چند طریق می‌توان از میان ۹ نفر یک تیم ۶ نفره فوتبال تشکیل داد؟

مثال

در جعبه‌ای ۵ مهره سفید و ۳ مهره سیاه موجود است. به چند طریق می‌توان از این جعبه؛

(الف) ۳ مهره خارج کرد؟

(ب) ۳ مهره سفید و ۲ مهره سیاه خارج کرد؟

نتیجه: روابط زیر را برای سرعت و سهولت در محاسبات به خاطر بسپارید:

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$$

$$\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$$

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2 \times 1}$$

$$\binom{n}{3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \times 2 \times 1}$$

$$\binom{n}{4} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$$

مثال

یک مجموعه ۸ عضوی؛

(الف) چند زیرمجموعه ۵ عضوی دارد؟

(ب) چند زیرمجموعه حداقل ۲ عضوی دارد؟

مثال

با رئوس یک ۶ ضلعی؛

(الف) چند پاره خط می‌توان ساخت؟

(ب) چند پاره خط جهت‌دار می‌توان ساخت؟

(پ) چند مثلث می‌توان ساخت؟

مثال

از میان ۵ دانش‌آموز پایه دهم و ۴ دانش‌آموز پایه یازدهم به چند طریق می‌توان یک کمیته ۶ نفره تشکیل داد بطوریکه؛

(الف) از هر دو پایه به تعداد مساوی شرکت کرده باشند؟

(ب) حداقل ۴ نفر پایه دهم شرکت کرده باشند؟

(پ) فرد مورد نظر a حتماً در کمیته حضور داشته باشد و فرد مورد نظر b در کمیته حضور نداشته باشد؟

تست تبدیل و ترکیب

تست ۳۷۳ اگر تعداد تبدیل‌های n شیء از ۵ شیء با تعداد تبدیل‌های ۱-n شیء برابر باشند، تعداد تبدیل‌های

۳ شیء از n شیء کدام است؟

(۴) ۶۰

(۳) ۴۰

(۲) ۲۰

(۱) ۱۰

تست ۳۷۴ به چند طریق می‌توان ۳ کتاب متمایز را به ۶ نفر هدیه داد بطوریکه به هر نفر بیش از یک کتاب نرسد؟

(۴) ۳۶۰

(۳) ۲۴۰

(۲) ۱۲۰

(۱) ۶۰

$$\frac{P(n+1, r+1)}{P(n, r)}$$

تست ۳۷۵ حاصل عبارت روبه‌رو کدام است؟

(۱) n (۲) $n+1$ (۳) $\frac{1}{n}$ (۴) $\frac{1}{n+1}$

تست ۳۷۶ اگر $P(n, 2) - C(n, 2) = 36$ باشد، n کدام است؟

(۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۶

تست ۳۷۷ مجموعه $\{a, b, c, d, e, f\}$ چند زیرمجموعه ۴ عضوی دارد که شامل b بوده و فاقد e, f باشد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

تست ۳۷۸ به چند طریق می‌توان از یک کیسه شامل ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه تعداد ۴ مهره انتخاب کرد بطوریکه از هر

رنگ به تعداد یکسان خارج شده باشد؟

(۱) ۲۰ (۲) ۳۰ (۳) ۶۰ (۴) ۹۰

تست ۳۷۹ با ۱۰ نقطه روی محیط دایره چند مثلث می‌توان ساخت؟

(۱) ۶۰ (۲) ۹۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۸۰

تست ۳۸۰ به چند طریق می‌توان از میان ۵ دانشجو و ۴ دانش آموز یک کمیته ۶ نفره تشکیل داد بطوریکه در این کمیته

حداکثر ۳ دانش آموز حضور داشته باشد؟

(۱) ۴۴ (۲) ۵۴ (۳) ۶۴ (۴) ۷۴

تست ۳۸۱ از جعبه‌ای شامل ۴ لامپ سفید و ۳ لامپ زرد به چند طریق می‌توان ۳ لامپ خارج کرد بطوریکه حداقل ۲ لامپ

سفید باشد؟

(۱) ۲۲ (۲) ۳۰ (۳) ۴۲ (۴) ۱۰۵

تست ۳۸۲ از هر یک از مدارس A, B, C, D, E چهار نفر به یک همایش دعوت شده‌اند. به چند طریق می‌توان ۳ نفر از میان

آنها انتخاب کرد بطوریکه هیچ کدام هم‌مدرسه‌ای نباشند؟

(۱) ۱۶۰ (۲) ۳۲۰ (۳) ۴۸۰ (۴) ۶۴۰

تمرین

تمرین ۱ می‌خواهیم از بین ۱۰ دانش آموز کلاس دهم و ۱۱ دانش آموز کلاس یازدهم و ۱۲ دانش آموز کلاس دوازدهم یک

دانش آموز انتخاب کنیم؛ به چند طریق می‌توانیم این دانش آموز را انتخاب کنیم؟

تمرین ۲ بین پنج شهر A, B, C, D, E مطابق شکل زیر راه‌هایی وجود دارد که همه دو طرفه‌اند. مشخص کنید به چند

طریق می‌توان:

(الف) از شهر A به شهر C مسافرت کرد؟

(ب) از شهر A به شهر C و از طریق شهر B مسافرت رفت و برگشت انجام داد؟

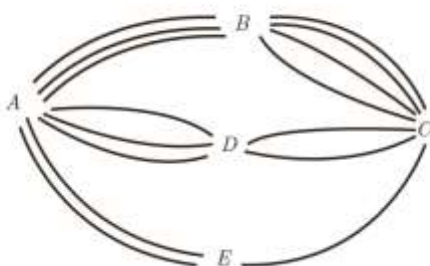
(پ) از شهر D بدون عبور از شهر E به شهر A مسافرت کرد؟

تمرین ۳ با حروف کلمه «ولایت» و بدون تکرار حروف: (بامعنی یا بی‌معنی)

(الف) چند کلمه ۵ حرفی می‌توان نوشت؟

(ب) چند کلمه ۳ حرفی می‌توان نوشت که به «ی» ختم شوند؟

(پ) چند کلمه ۵ حرفی می‌توان نوشت که با «و» شروع و به «ل» ختم شوند؟



تمرین ۴ یک دوره بازی فوتبال بین ۱۰ تیم فوتبال، به‌صورت رفت و برگشت انجام می‌شود. اگر همه تیم‌ها با هم بازی

داشته باشند، در پایان دوره چند بازی انجام شده است؟

تمرین ۵ یک کارخانه خودروسازی خودروهایی در ۷ رنگ، با ۲ حجم موتور و ۳ نوع مختلف جلو داشبورد تولید می‌کند.

یک خریدار برای خرید یک خودرو از این کارخانه چند انتخاب دارد؟

تمرین ۶ مجموعه $A = \{1, 2, 4, 6, 8, 9\}$ مفروض است؛

(الف) با ارقام موجود در این مجموعه چند عدد ۵ رقمی و زوج (بدون تکرار ارقام) می‌توان ساخت؟

(ب) چند عدد ۵ رقمی و بزرگ‌تر از ۸۰۰۰۰ می‌توان نوشت؟

(پ) مجموعه A چند زیرمجموعه سه عضوی دارد؟

(ت) مجموعه A چند زیرمجموعه سه عضوی و شامل ۸ رقم دارد؟

تمرین ۷ روی محیط یک دایره ۱۲ نقطه وجود دارد. مشخص کنید:

(الف) با این دوازده نقطه، چه تعداد مثلث می‌توان تشکیل داد؟

(ب) چه تعداد وتر می‌توان تشکیل داد؟

تمرین ۸ می‌خواهیم از بین ۵ دانش‌آموز پایه یازدهم و ۶ دانش‌آموز پایه دوازدهم افرادی را انتخاب کنیم و یک تیم ۶

نفره والیبال تشکیل دهیم. مشخص کنید به چند طریق می‌توانیم این تیم را تشکیل بدهیم؛ هرگاه بخواهیم:

(الف) به تعداد مساوی دانش‌آموز پایه یازدهم و دوازدهم در تیم حضور داشته باشند.

(ب) کاپیتان تیم فرد مشخصی از پایه دوازدهم باشد.

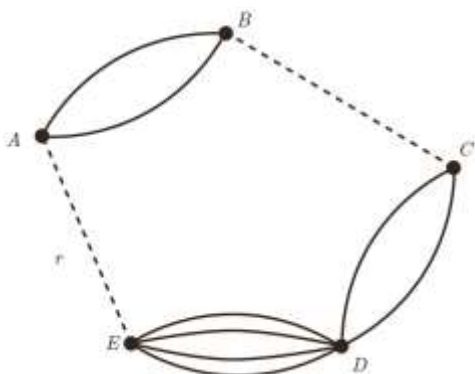
(پ) حداقل ۴ نفر از اعضای تیم، دانش‌آموز پایه دوازدهم باشند.

(ت) فقط ۲ نفر از اعضای تیم از پایه یازدهم باشند.

تمرین ۹ مسئله‌ای طرح کنید که پاسخ آن به‌صورت $(3^2 + 3 \times 4 + 3 \times 3 + 2)$ باشد.

تمرین ۱۰ تعداد راه‌ها یا جاده‌ها از شهر B به C و از شهر A به E را طوری تعریف کنید که با توجه به شکل زیر بتوان به

۲۰ طریق از شهر A به شهر D سفر کرد.



احتمال

درس ۲

بخش اول: فضای نمونه‌ای و پیشامد تصادفی

♦ آزمایش یا پدیده‌های قطعی:

به آزمایش‌هایی که نتیجه آنها قبل از اجرای آزمایش بطور قطع مشخص باشد، آزمایش یا پدیده‌های قطعی می‌گوییم.

مثال: وجود دانش‌آموز با سن بیشتر از ۱۰ سال در پایه دوازدهم.

خروج مهره سفید از کیسه‌ای که درون آن ۷ مهره سفید وجود دارد.

♦ آزمایش یا پدیده‌های تصادفی:

به آزمایش‌هایی که نتیجه آنها قبل از اجرای آزمایش بطور قطع مشخص نباشد، آزمایش یا پدیده‌های تصادفی می‌گوییم.

مثال: نتیجه حاصل از پرتاب یک سکه یا یک تاس.

پیش‌بینی نتیجه بازی فوتبال بین دو تیم قبل از بازی.

نکته: در پدیده‌های تصادفی از همه نتایج ممکن اطلاع داریم، اما از این که کدام یک قطعاً رخ می‌دهد اطمینان نداریم.

مثال: در پرتاب سکه می‌دانیم یا پشت می‌آید یا رو اما دقیقاً اطمینان نداریم که کدام یک رخ می‌دهد.

♦ برآمد:

به هریک از نتایج ممکن برای یک آزمایش تصادفی برآمد می‌گوییم.

مثال: در پرتاب یک سکه برآمدها می‌توانند «پشت» یا «رو» باشند.

در پرتاب یک تاس برآمدها عبارتند از: ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶

♦ فضای نمونه‌ای:

مجموعه همه برآمدهای ممکن در یک آزمایش تصادفی را با S نمایش داده و فضای نمونه‌ای می‌نامیم.

مثال

- فضای نمونه‌ای پرتاب یک سکه:

- فضای نمونه‌ای پرتاب یک تاس:

- فضای نمونه‌ای پرتاب ۲ سکه با هم (یا یک سکه دو بار):

- فضای نمونه‌ای پرتاب ۲ تاس با هم (یا یک تاس دو بار):

- فضای نمونه‌ای پرتاب یک سکه و یک تاس با هم:

- فضای نمونه‌ای ترکیب جنسیت فرزندان یک خانواده:

یک فرزندی

دو فرزندی

سه فرزندی

- فضای نمونه‌ای اعداد طبیعی یک رقمی:

فعالیت

فعالیت ۱ برای تعیین فضای نمونه پرتاب دو تاس آبی و قرمز، جدول زیر را کامل کنید. سپس به کمک اصل ضرب، درستی تعداد کل حالات موجود در جدول را بررسی کنید.

		۱	۲	۳	۴	۵	۶
							
۱		(۱, ۱)	(۱, ۲)				(۱, ۶)
۲		(۲, ۱)	(۲, ۲)				
۳				(۳, ۳)		(۳, ۵)	
۴					(۴, ۴)		
۵				(۵, ۳)			
۶							(۶, ۶)

فعالیت ۲ سه دوست با نام‌های علی، پارسا و محمد در یک ردیف کنار هم می‌نشینند. فضای نمونه این آزمایش تصادفی را مشخص کنید. چگونه می‌توان تعداد همه برآمدهای این آزمایش تصادفی را بدون شمردن، مشخص کرد؟

فعالیت ۳ در کیسه‌ای ۳ مهره قرمز، ۴ مهره آبی و ۴ مهره سبز وجود دارد. به طور تصادفی سه مهره را هم‌زمان از کیسه خارج می‌کنیم. تعداد اعضای فضای نمونه این پدیده تصادفی را مشخص کنید.

پیشامد

به هر زیرمجموعه از فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی، پیشامد می‌گوییم.

مثال

در پرتاب یک تاس؛

(الف) پیشامد رخداد اعداد زوج:

(ب) پیشامد رخداد اعداد مضرب ۳:

(پ) پیشامد رخداد اعداد بزرگتر از ۷:

(ت) پیشامد رخداد اعدادی طبیعی:

نکته: پیشامد تهی ($\emptyset$) را پیشامد غیرممکن و پیشامد S را پیشامد حتمی می‌گوییم. در پیشامد غیرممکن هیچیک از اعضای فضای نمونه‌ای رخ نمی‌دهند و در پیشامد حتمی همه اعضای فضای نمونه‌ای رخ می‌دهند.

مثال

در پرتاب دو تاس پیشامدهای زیر را مشخص کنید.

(الف) برآمدها مشابه باشند.

(ب) مجموع برآمدها برابر ۷ شود.

(پ) مجموع برآمدها برابر ۱۳ شود.

(ت) حاصلضرب برآمدها کمتر از ۳۷ شود.

مثال

در یک خانواده ۳ فرزندی، پیشامدهای زیر را مشخص کنید.

(الف) همه فرزندان از یک جنس باشند.

(ب) حداقل یکی از فرزندان، پسر باشد.

(پ) حداکثر یک فرزند، دختر باشد.

مثال

در پرتاب یک سکه و یک تاس با هم، پیشامدهای زیر را مشخص کنید.

(الف) سکه رو و تاس زوج بیاید.

(ب) سکه پشت یا تاس فرد بیاید.

فعالیت

فعالیت ۱ سکه‌ای را یک‌بار پرتاب می‌کنیم؛ می‌دانیم $S = \{پ, ر\}$. تمام پیشامدهای ممکن برای این فضای نمونه را بنویسید.

فعالیت ۲ مریم، ملیکا و سوگند پول‌هایشان را روی هم گذاشتند و یک رمان دربارهٔ دفاع مقدس از نمایشگاه کتاب مدرسه خریدند. سپس، اسامی خود را روی سه کارت متمایز نوشتند و داخل کیسه‌ای انداختند. آنها با هم قرار گذاشتند که یک کارت را به طور تصادفی از کیسه خارج کنند و نام هرکسی که روی آن کارت بود، ابتدا کتاب را به منزل ببرد و مطالعه کند. فضای نمونهٔ این پدیدهٔ تصادفی را بنویسید. سپس، تمام زیرمجموعه‌های یک عضوی S را مشخص کنید.

اگر قرار باشد دو نفر از آنها بعد از مطالعهٔ کتاب، با هم خلاصهٔ آن را در کلاس ارائه کنند، پیشامدهای ممکن را بنویسید.

فعالیت ۳ تاسی را پرتاب می‌کنیم. اگر پس از نشستن تاس روی زمین، عدد ۲ نمایان شود، به نظر شما در این آزمایش تصادفی کدام یک از پیشامدهای زیر رخ داده‌اند؟

(الف) $A = \{۳, ۲, ۵\}$

(ب) $B = \{۲\}$

(پ) $C = \{۲, ۴, ۶\}$

برای اینکه یک پیشامد رخ دهد، کافی است یکی از برآمدهای آن در آزمایش تصادفی به وقوع بپیوندد.

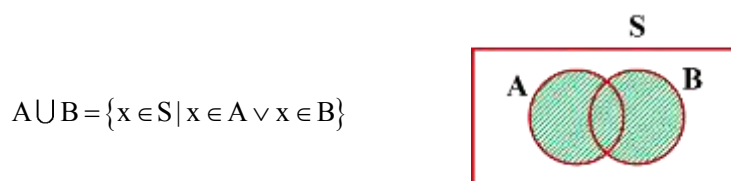
فعالیت ۴ در یک برنامهٔ کوهنوردی، ۵ دانش‌آموز سال دهم، ۶ دانش‌آموز سال یازدهم و ۴ دانش‌آموز سال دوازدهم شرکت دارند. قرار است یک گروه پیشتاز ۳ نفره از بین آنها برای صعود انتخاب کنیم. تعداد عضوهای پیشامدهای زیر را مشخص کنید.

(الف) سه نفر دانش‌آموز پیشتاز از سه پایه مختلف باشند.

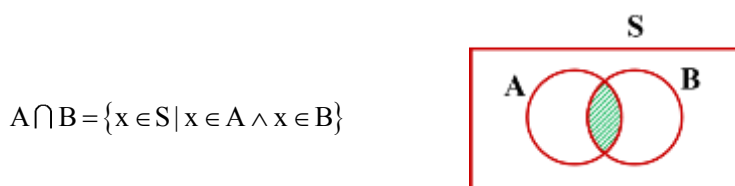
(ب) حداقل ۲ دانش‌آموز در این گروه پیشتاز از دانش‌آموزان سال یازدهم باشند.

◆ اعمال روی پیشامدها:

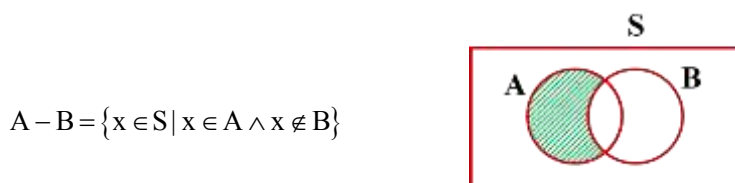
۱- اجتماع دو پیشامد: حداقل یکی از دو پیشامد A یا B رخ دهند.



۲- اشتراک دو پیشامد: پیشامدهای A و B با هم رخ دهند.



۳- تفاضل دو پیشامد: فقط پیشامد A رخ دهد یعنی پیشامد A رخ دهد ولی پیشامد B رخ ندهد.



۴- متمم یک پیشامد: پیشامد A رخ ندهد.



نکته: $A \cap A' = \emptyset$ و $A \cup A' = S$

مثال

اگر A, B, C سه پیشامد در فضای نمونه‌ای S باشند، برای هریک از پیشامدهای زیر، یک عبارت مجموعه‌ای نوشته و نمودار آن را رسم کنید:

(الف) A یا B رخ دهند ولی C رخ ندهد.

(ب) A و B رخ دهند ولی C رخ ندهد.

(پ) فقط A رخ دهد.

♦ دو پیشامد ناسازگار:

دو پیشامد A و B را ناسازگار گوئیم هرگاه هیچ اشتراکی نداشته باشند.



نکته: در دو پیشامد ناسازگار داریم: $A - B = A$ و $B - A = B$

مثال

در پرتاب یک تاس پیشامدهای A: رخداد عدد مضرب ۳ و B: رخداد عدد کوچکتر از ۳، ناسازگارند زیرا:

مثال

در پرتاب دو تاس پیشامدهای A: مجموع دو تاس ۵ و B: تاس‌ها مشابه، ناسازگارند زیرا:

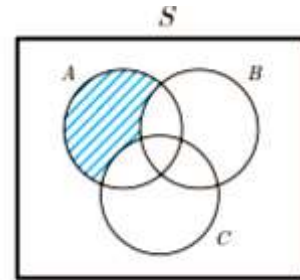
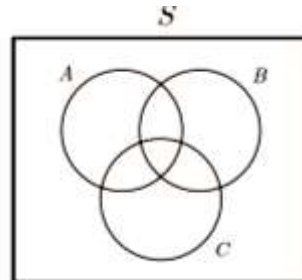
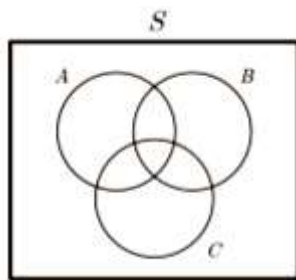
فعالیت

فعالیت ۱ تاسی را پرتاب می‌کنیم؛ هریک از پیشامدهای زیر را با اعضا مشخص کنید.

- پیشامد اینکه عدد رو آمده زوج و اول باشد.
- پیشامد اینکه عدد رو آمده زوج یا اول باشد.
- پیشامد اینکه عدد رو آمده زوج باشد ولی اول نباشد.
- پیشامد اینکه عدد رو آمده اول باشد ولی زوج نباشد.
- پیشامد اینکه عدد رو آمده اول نباشد.

فعالیت ۲ فرض کنید A و B و C سه پیشامد در فضای نمونه S باشند. هریک از پیشامدهای زیر را روی نمودار ون سایه

بزنید. سپس، عبارت مجموعه‌ای مربوط به هر پیشامد را مانند نمونه بنویسید.



$A - (B \cup C)$

- فقط پیشامد A رخ دهد و پیشامدهای A و B رخ دهند
- پیشامدهای B یا A رخ دهند ولی پیشامد C رخ ندهد.
- پیشامدهای B یا C رخ ندهد.

فعالیت ۳ خانواده‌ای صاحب ۳ فرزند است. پیشامدهای زیر را مشخص کنید.

(الف) پیشامد A اینکه همه فرزندان خانواده دارای یک جنسیت باشند.

(ب) پیشامد B اینکه دو فرزند خانواده پسر و یک فرزند دختر باشند.

(ج) پیشامد C اینکه حداقل دو فرزند این خانواده دختر باشند.

با توجه به پیشامدهای A و B و C به سؤالات زیر پاسخ دهید:

- آیا پیشامدهای A و B ناسازگارند؟

- آیا پیشامدهای C و B ناسازگارند؟

- آیا پیشامدهای C و A ناسازگارند؟

فعالیت ۴ دو پیشامد ناسازگار از یک آزمایش تصادفی را بنویسید.



برای خرید نسخه چاپی یا تدریس ویدئویی این جزوه به سایت و یا کانال تلگرامی

«آموزشگاه مجازی احمدی» مراجعه کنید.

برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد این جزوات و پکیج‌ها به شماره ۰۹۱۲۳۷۰۸۴۷۶ در تلگرام یا واتساپ و یا به

صورت SMS پیام بدهید.



Ahmadi63amoozesh.com

@ahmadi63amoozesh

تست فضای نمونه‌ای و پیشامد تصادفی

تست ۳۸۳ کدام گزینه پدیده تصادفی نیست؟

- (۱) انتخاب یک مهره از میان ۴ مهره آبی و ۵ مهره قرمز
- (۲) جنسیت فرزند چهارم یک خانواده قبل از تولد
- (۳) پرتاب سکه برای آغاز مسابقه فوتبال توسط داور
- (۴) انتخاب یک کتاب ادبیات از میان ۲۰ کتاب ادبیات یک قفسه کتابخانه

تست ۳۸۴ کدام گزینه در مورد فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی درست نیست؟

- (۱) احتمال وقوع حداقل یکی از برآمدهای آن صفر است.
- (۲) احتمال وقوع حداکثر یکی از پیشامدهای آن صفر است.
- (۳) اجتماع تمام برآمدهای ممکن برابر فضای نمونه‌ای است.
- (۴) مجموعه تمام نتایج ممکن یک آزمایش تصادفی است.

تست ۳۸۵ در کدام گزینه تعداد اعضای فضای نمونه‌ای از بقیه کمتر است؟

- (۱) پرتاب ۲ تاس و ۲ سکه با هم
- (۲) انتخاب ۳ مهره از کیسه‌ای شامل ۲ مهره آبی و ۴ مهره قرمز
- (۳) ساختن کلمه ۴ حرفی با حروف کلمه break
- (۴) ساختن اعداد ۳ رقمی بدون تکرار ارقام، با ارقام ۵, ۴, ۳, ۲, ۱

تست ۳۸۶ در پرتاب دو تاس با هم پیشامد آنکه مجموع برآمدهای دو تاس برابر ۱۰ شود، چند عضو دارد؟

- (۱) ۳
- (۲) ۴
- (۳) ۵
- (۴) ۶

تست ۳۸۷ نمودار ون شکل مقابل بیانگر کدام پیشامد است؟

- (۱) $(A \cup B) \cap C$
- (۲) $(A \cap B) \cap C$
- (۳) $(A \cup C) - B$
- (۴) $(A \cap C) - B$

تست ۳۸۸ در پرتاب یک تاس برای پیشامدهای A: برآمدن عدد بزرگتر از ۴ و B: برآمدن حداکثر ۳ و C: برآمدن ۳ یا ۴ کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) A و B ناسازگارند.
- (۲) A و C سازگارند.
- (۳) B و C ناسازگارند.
- (۴) $A \cap B$ و A سازگارند.

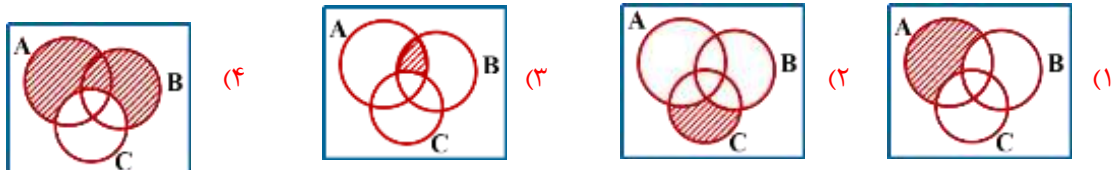
تست ۳۸۹ خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است. پیشامد آنکه تعداد دختران خانواده بیشتر از تعداد پسرانه باشد چند عضو دارد؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۴
- (۴) ۵

تست ۳۹۰ در پرتاب دو تاس کدام پیشامد بیشترین تعداد عضو را دارد؟

- (۱) اعداد رو شده برابر باشند.
- (۲) مجموع اعداد رو شده ۸ باشند.
- (۳) هر دو برآمد مربع کامل باشند.
- (۴) حاصل ضرب برآمدها کمتر از ۷ باشد.

تست ۳۹۱ کدام شکل پیشامدی را نشان می‌دهد که در آن پیشامد A و B رخ داده‌اند، اما پیشامد C رخ نداده است؟



تست ۳۹۲ یک سکه و یک تاس را با هم می‌اندازیم. پیشامد آنکه سکه رو یا تاس بزرگتر از ۳ باشد چند عضو دارد؟

- (۱) ۳
- (۲) ۶
- (۳) ۹
- (۴) ۱۱

بخش دوم: محاسبه احتمال یک پیشامد

در این درس با مفاهیم اصلی بصورت تشریحی و نکات تستی زیر آشنا می‌شوید:

♦ ۱- احتمال یک پیشامد

احتمال یک پیشامد: اگر A پیشامدی در فضای نمونه‌ای S باشد، آنگاه احتمال رخداد پیشامد A را با $P(A)$ نمایش داده و برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$n(A)$: تعداد اعضای پیشامد A

$n(S)$: تعداد اعضای فضای نمونه‌ای

$$P(\text{پشت}) =$$

$$P(\text{رو}) =$$

در پرتاب یک سکه:

$$P(۱) = P(۲) = \dots = P(۶) =$$

در پرتاب یک تاس:

در پرتاب یک تاس احتمال پیشامدهای زیر را حساب کنید.

(الف) رخداد اعداد زوج:

(ب) رخداد اعداد مضرب ۳:

در پرتاب دو سکه با هم احتمال پیشامدهای زیر را حساب کنید:

(الف) حداقل یک پشت رخ دهد.

(ب) دو برآمد یکسان باشد.

در پرتاب یک سکه و یک تاس با هم احتمال پیشامدهای زیر را حساب کنید.

(الف) سکه رو و تاس اول بیاید.

(ب) سکه پشت یا تاس مضرب ۳ بیاید.

فعالیت

فعالیت ۱ یک سکه و یک تاس را با هم پرتاب می‌کنیم؛ مطلوب است محاسبه احتمال اینکه:

(الف) تاس زوج بیاید.

(ب) سکه پشت بیاید.

(پ) تاس زوج یا سکه رو بیاید.

(ت) تاس فرد و سکه پشت بیاید.

فعالیت ۲ یک تاکسی دارای ۵ سرنشین است؛ مطلوب است محاسبه احتمال اینکه:

(الف) هر پنج نفر آنها در ماه فروردین متولد شده باشند.

(ب) هر پنج نفر آنها در یک ماه از سال متولد شده باشند.

(پ) تولد هیچ دوتای آنها در یک ماه نباشد.

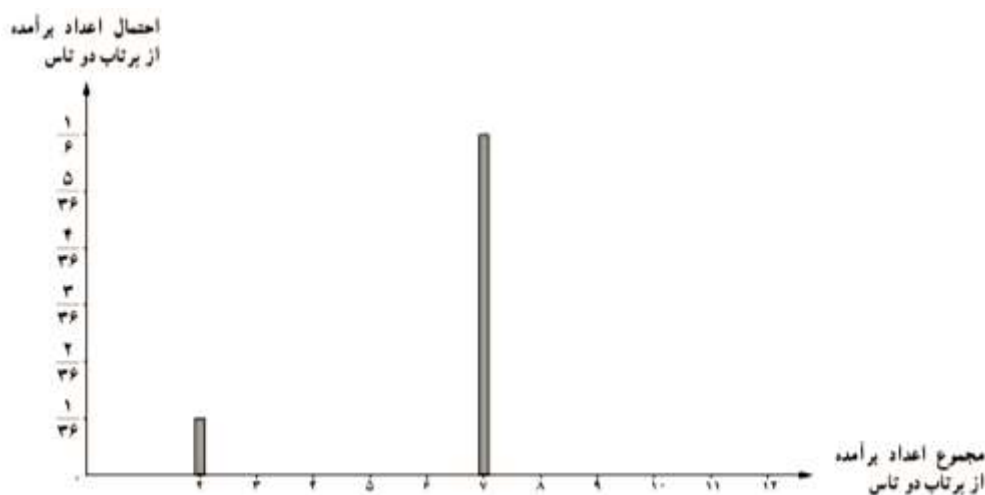
فعالیت ۳ در یک بازی ۱۱ نفره، به هر شخصی یکی از شماره‌های ۲، ۳، ۴، ... و ۱۲ را نسبت می‌دهیم. سپس با پرتاب دو تاس و مجموع اعداد برآمده از آنها، نفر برنده مشخص می‌شود.

الف) احتمال برنده شدن چه شماره‌ای نسبت به بقیه بیشتر است.

ب) احتمال برنده شدن کدام شماره‌ها از همه کمتر است؟

پ) آیا کسی که احتمال برنده شدنش کمتر است، ممکن است در این مسابقه برنده شود؟ چرا؟

ت) در شکل زیر دستگاه مختصاتی رسم شده و روی محور افقی، مجموع اعداد برآمده از دو تاس و روی محور عمودی، احتمال متنظر با هر یک از آنها نوشته شده است. نمودار میله‌ای زیر را کامل کنید.



♦ اصول و قوانین احتمال:

۱) $0 \leq P(A) \leq 1$

۲) $P(\emptyset) = 0$

۳) $P(S) = 1$

۴) $A \subseteq B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$

۵) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

۶) $P(A') = 1 - P(A)$

اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند:

فعالیت

در جعبه‌ای ۳ مداد و ۵ خودکار وجود دارد. از این جعبه به طور تصادفی یک شیء خارج می‌کنیم. مطلوب است محاسبه:

الف) احتمال این را بیابید که شیء انتخابی مداد باشد؛ $P(A)$

ب) احتمال این را بیابید که شیء انتخابی خودکار باشد؛ $P(B)$

پ) احتمال این را بیابید که شیء انتخابی شده مداد نباشد؛ $P(A')$

ت) پاسخ‌های قسمت‌های ب و پ را با هم مقایسه کنید؛ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

ث) حاصل $P(A) + P(A')$ را پیدا کنید.

فعالیت ۱ احتمال اینکه فردا بارانی باشد برابر با $\frac{1}{10}$ است. مطلوب است محاسبه احتمال اینکه فردا بارانی نباشد.

نکته ۲ احتمال اینکه کیارش فردا به مدرسه نرود برابر با $\frac{1}{10}$ است. مطلوب است محاسبه احتمال اینکه فردا کیارش به مدرسه برود.

نکته ۳ احتمال اینکه ریحانه امشب سریال شبکه یک سیما را تماشا نکند برابر با $\frac{32}{49}$ است، مطلوب است محاسبه احتمال اینکه ریحانه امشب سریال را تماشا کند.

مثال

کیسه‌ای شامل ۴ مهره قرمز، ۴ مهره آبی و ۲ مهره زرد است. از این کیسه ۳ مهره به تصادف خارج می‌کنیم. مطلوب است احتمال آنکه؛

(الف) هر سه مهره هم‌رنگ باشند.

(ب) سه مهره از سه رنگ متفاوت باشند.

(پ) حداقل ۲ مهره قرمز باشد.

(ت) حداکثر ۲ مهره آبی باشد.

(ث) ۳ مهره آبی نباشد.

مثال

در یک فروشگاه ورزشی تعدادی پیراهن ورزشی شامل ۴ پیراهن قرمز، ۴ پیراهن آبی و ۲ پیراهن زرد در یک رخت‌آویز قرار دارند. شخصی درخواست می‌کند که فروشنده به طور تصادفی ۳ پیراهن انتخاب کند و برای او بفرستد.

(الف) احتمال این را که ۳ پیراهن از یک رنگ باشند، محاسبه کنید.

(ب) احتمال این را که رنگ ۳ پیراهن متفاوت باشد، محاسبه کنید.

(پ) احتمال این را که حداقل ۲ پیراهن قرمز باشند، محاسبه کنید.

(ت) احتمال این را که حداکثر ۲ پیراهن آبی باشند، محاسبه کنید.

(ث) احتمال این را که رنگ ۳ پیراهن آبی نباشد، محاسبه کنید.

(ج) جواب‌های قسمت‌های ت و ث را مقایسه کنید؛ چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

تست احتمال یک پیشامد

تست ۳۹۳ در پرتاب یک تاس احتمال وقوع کدام پیشامد بیشتر است؟

(۱) برآمد اعداد زوج (۲) برآمد اعداد حداقل ۵ (۳) برآمد اعداد حداکثر ۴ (۴) برآمد اعداد اول

تست ۳۹۴ یک تاس و دو سکه را با هم پرتاب می‌کنیم. چقدر احتمال دارد که تاس عدد فرد و سکه‌ها متفاوت ظاهر شوند؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{3}{5}$

تست ۳۹۵ تاسی را دو بار پرتاب می‌کنیم. با چه احتمالی مجموع برآمدها حداقل ۹ می‌شود؟

(۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{5}{18}$

تست ۳۹۶ سکه‌ای را ۵ بار پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال حداقل ۳ بار «رو» ظاهر می‌شود؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{5}$

تست ۳۹۷ از میان اعداد یک رقمی طبیعی دو عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه مجموع دو عدد زوج باشد کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{5}{36}$ (۴) $\frac{11}{36}$

تست ۳۹۸ بهزاد و فرزاد و شیرزاد و مهرزاد روی یک نیمکت بطور تصادفی نشسته‌اند. با چه احتمالی فرزاد و مهرزاد کنار هم و بهزاد و شیرزاد هم کنار هم می‌نشینند؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{5}$

تست ۳۹۹ در پرتاب ۲ تاس با هم با کدام احتمال حاصل ضرب دو عدد ظاهر شده بزرگتر یا مساوی ۲۵ است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{9}$

تست ۴۰۰ در پرتاب دو تاس با هم با چه احتمالی حداقل یکی از اعداد رو شده فرد است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{6}$ (۴) $\frac{5}{9}$

تست ۴۰۱ از کیسه‌ای شامل ۴ مهره آبی و ۳ مهره قرمز تعداد ۳ مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی حداقل ۲ مهره قرمز خواهد بود؟

- (۱) $\frac{11}{35}$ (۲) $\frac{12}{35}$ (۳) $\frac{13}{35}$ (۴) $\frac{14}{35}$

تست ۴۰۲ از میان ۴ نفر با چه احتمالی همه آنها در یک فصل سال متولد شده‌اند؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{16}$ (۳) $\frac{1}{64}$ (۴) $\frac{1}{256}$

تمرین

تمرین ۱ کدامیک از پدیده‌های زیر آزمایش تصادفی و کدامیک آزمایش قطعی است؟

(الف) نام ۲۰ دانش‌آموز را روی ۲۰ کارت می‌نویسیم و پس از مخلوط کردن کارت‌ها، به طور تصادفی یک کارت بیرون می‌کشیم تا نام یکی از دانش‌آموزها استخراج شود.

(ب) مقداری آب را حرارت می‌دهیم تا به بخار تبدیل شود.

(پ) نتیجه یک آزمون چهار جوابی، که نیمی از سؤالات آن را شانسی پاسخ داده‌ایم.

(ت) در یک بازی ساده دو نفره، یکی از دو نفر مراحل زیر را انجام می‌دهد.

- عددی را انتخاب می‌کند.
- سه واحد به آن عدد می‌افزاید.
- سپس حاصل را دو برابر می‌کند.
- از عدد حاصل ۲ واحد کم می‌کند.
- نتیجه به دست آمده را نصف می‌کند.
- از حاصل به دست آمده، عدد اولیه را کم می‌کند.
- در مرحله آخر، فرد دوم به جای شخص محاسبه‌کننده پاسخ را اعلام می‌کند.

تمرین ۲ سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم. اگر رو ظاهر شد، آن گاه تاس را می‌ریزیم. در غیر این صورت، یک بار دیگر سکه را می‌اندازیم.

الف) فضای نمونه این آزمایش تصادفی را مشخص کنید.

ب) پیشامد A را که در آن عدد ظاهر شده روی تاس زوج باشد یا سکه پشت بیاید، با اعضا مشخص کنید.

تمرین ۳ هریک از اعداد فرد طبیعی کوچک‌تر از ۲۰ را روی یک کارت می‌نویسیم و پس از مخلوط کردن کارت‌ها به طور

تصادفی یک کارت را بر می‌داریم؛ مطلوب است تعیین:

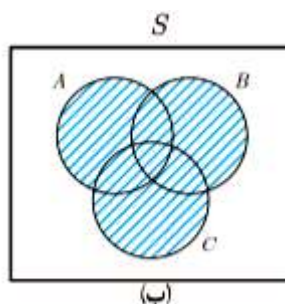
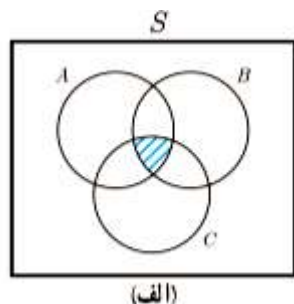
الف) فضای نمونه این آزمایش تصادفی

ب) پیشامد A که در آن روی کارت مضرب ۳ باشد.

پ) پیشامد B که در آن عدد روی کارت، مجذور کامل باشد.

ت) پیشامدهای $A \cap B$ و $A - B$ را با اعضا مشخص کنید.

تمرین ۴ برای هریک از پیشامدهای زیر یک عبارت توصیفی و یک عبارت مجموعه‌ای بنویسید.



تمرین ۵ هریک از اعداد دو رقمی را که با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ می‌توان نوشت، روی کارت‌هایی می‌نویسیم و پس از مخلوط

کردن کارت‌ها یک کارت را به طور تصادفی خارج می‌کنیم.

الف) فضای نمونه این آزمایش تصادفی را مشخص کنید.

ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت مضرب ۶ باشد.

پ) پیشامد B که در آن عدد روی کارت اول باشد.

تمرین ۶ خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است.

الف) فضای نمونه مناسب برای ترکیب جنسیت فرزندان این خانواده چیست؟

ب) پیشامد A که در آن هر سه فرزند از یک جنس باشند.

پ) پیشامد B که در آن فقط یک فرزند دختر باشد.

ت) پیشامد C که در آن حداقل ۲ فرزند پسر باشند.

ث) پیشامد D که در آن حداکثر یک فرزند پسر باشد.

تمرین ۷ خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است.

- (الف) فضای نمونه مناسب برای ترکیب جنسیت فرزندان این خانواده چند عضو دارد؟
 (ب) پیشامد A را مشخص کنید؛ طوری که در آن دو فرزند سوم و چهارم دختر باشند.
 (پ) پیشامد C که در آن تعداد فرزندان دختر بیشتر از تعداد فرزندان پسر باشد.
 (ت) آیا پیشامدهای A و C ناسازگارند؟

تمرین ۸ از جعبه‌ای که شامل ۱۲ سیب سالم و ۵ سیب لکه‌دار است، ۳ سیب را به طور تصادفی برمی‌داریم. مطلوب است محاسبه احتمال اینکه:

- (الف) هر سه سیب سالم باشند.
 (ب) دو سیب سالم و یک سیب لکه‌دار باشد.
 (پ) تعداد سیب‌های سالم از تعداد سیب‌های لکه‌دار بیشتر باشد.

تمرین ۹ عقربه دستگاه چرخنده زیر، پس از به حرکت در آمدن روی یکی از ۸ ناحیه می‌ایستد و عددی را نشان می‌دهد. چقدر احتمال دارد که:

- (الف) عقربه روی یک عدد اول بایستد.
 (ب) عقربه یک عدد اول یا فرد را نشان دهد.
 (پ) عقربه روی یک عدد مضرب ۳ بایستد.



تمرین ۱۰ هفت پرچم مختلف را به هفت میله پرچم نصب کرده‌ایم و روی میله‌ها شماره‌های ۱ تا ۷ را حک کرده‌ایم. چنانچه این پرچم‌ها به طور تصادفی کنار هم قرار گیرند، مطلوب است محاسبه اینکه میله پرچم‌ها با شماره‌های غیر اول در مکان‌های زوج باشند.

تمرین ۱۱ یازده بازیکن فوتبال تیم مدرسه شما به طور تصادفی کنار یکدیگر قرار می‌گیرند تا عکسی یادگاری بیندازند. چنانچه دروازه‌بان و کاپیتان تیم دو نفر متفاوت باشند، مطلوب است محاسبه احتمال اینکه در عکس دقیقاً ۴ نفر بین دروازه‌بان و کاپیتان حضور داشته باشند؟

تمرین ۱۲ در یک پارک جنگلی حفاظت شده، ۲۰ قوچ وحشی البرز مرکزی وجود دارد؛ ۵ تا از آنها را می‌گیرند و پس از نشان‌دار کردن، رهایشان می‌کنند. بعد از مدتی، محیط‌بانان به طور تصادفی ۷ تا از آنها را می‌گیرند و می‌خواهند تعداد قوچ‌های نشان‌دار را بشمارند. مطلوب است محاسبه احتمال اینکه حداکثر ۲ قوچ نشان‌دار باشند.

تمرین ۱۳ انجمن اولیا و مربیان یک دبیرستان ۱۰ نفر عضو دارد. به یک برنامه خاص، ۵ نفر رأی موافق، ۳ نفر رأی مخالف و ۲ نفر رأی ممتنع داده‌اند. از بین آنها به طور تصادفی ۳ نفر انتخاب می‌کنیم. مطلوب است محاسبه احتمال اینکه:

(الف) حداقل ۲ نفر از افراد انتخابی موافق برنامه باشند.
 (ب) نظر هیچ دو نفری از آنها مانند هم نباشد.

چرخه آمار در حل مسائل

درس ۳

چرخه آمار در زندگی روزمره



مثال

می‌خواهیم بررسی کنیم:

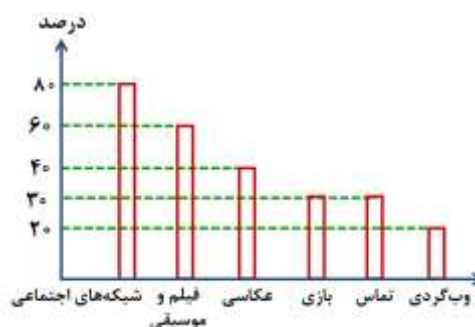
«دانش‌آموزان پایه دوازدهم یک مدرسه به طور متوسط روزانه چه مدت و برای چه فعالیت‌هایی از تلفن هوشمند استفاده می‌کنند.» - روند کار:

- ۱- طراحی پرسش‌نامه
- ۲- انتخاب ۲۰ نفر از دانش‌آموزان به عنوان نمونه
- ۳- دادن پرسش‌نامه‌ها به اعضای نمونه برای تکمیل کردن
- ۴- استخراج داده‌های خام از پرسش‌نامه‌ها
- ۵- محاسبه فراوانی مطلق، نسبی و درصد فراوانی نسبی داده‌ها و رسم نمودار برای آنها
- ۶- محاسبه میانگین داده‌ها و تعیین مد داده‌ها
- ۷- محاسبه میانه، چارک اول، چارک سوم و دامنه میان چارکی داده‌ها و رسم نمودار جعبه‌ای داده‌ها
- ۸- تحلیل داده‌ها، با استفاده از نمودار میله‌ای و نمودار جعبه‌ای

نکته: معمولاً در بررسی‌های آماری به کمک طراحی و تکمیل پرسش‌نامه، برخی پرسش‌نامه‌ها به دلایل مختلف داده‌های قابل قبولی ندارد و یا حتی در برخی سؤالات بدون پاسخ (سفید) هستند. در این گونه موارد در حین فرایند تحلیل و بررسی این پرسش‌نامه‌ها را از چرخه خارج می‌کنیم. به این عمل پاک‌سازی می‌گوییم.

مثال

فرض کنید نمودار میله‌ای زیر برای مثال قبل در یک مدرسه به دست آمده باشد؛



- پیش:** اگر میانه استفاده از تلفن هوشمند ۷۰ دقیقه و چارک‌های اول و سوم به ترتیب ۶۵ و ۱۰۰ باشند؛
- الف)** چند درصد دانش‌آموزان به طور متوسط بیش از ۱۰۰ دقیقه در روز با تلفن همراه خود کار می‌کنند؟
- ب)** بیشترین و کمترین فراوانی مربوط به کدام فعالیت‌هاست؟
- پ)** چرا در نمودار میله‌ای مجموعه درصد فراوانی‌ها از ۱۰۰ بیشتر می‌شود؟
- ت)** چارک‌ها، میانه و دامنه میان چارکی را چگونه تفسیر می‌کنید؟
- ث)** از این بررسی آماری چه نتایجی می‌توان گرفت؟

چرخه آمار در حل مسائل



ترتیب گام	نام گام	توضیح گام
		راهی برای رسیدن به پاسخ مسئله پیدا می‌کنیم. به نمونه‌گیری، شیوه اندازه‌گیری متغیر و چگونگی توصیف نتایج می‌اندیشیم.
		به تفسیر نتایج به دست آمده می‌پردازیم و پاسخی برای پرسش اصلی پیدا می‌کنیم.
۱	بیان مسئله	مسئله‌ای را که در دنیای واقعی وجود دارد به صورت یک مسئله شفاف و دقیق آماری مطرح می‌کنیم. با استفاده از شاخص‌ها، نمودارها و مفاهیمی که آموخته‌ایم نتایج را متناسب با هدف‌های کارمان، نوع متغیرها و ویژگی‌های داده‌ها گزارش می‌کنیم.
		به گردآوری داده‌ها می‌پردازیم و تا حد ممکن از درستی آن‌ها مطمئن می‌شویم.

چرا «چرخه»؟

- ۱- پیدا کردن پاسخ برای پرسش اصلی به کمک گام‌های مختلف حل مساله
- ۲- شکل‌گیری مساله‌ای جدیدتر پس از اجرای تمامی گام‌ها و روشن تر شدن ابعاد مختلف مساله بر اساس نتیجه و تجربه
- ۳- بازبینی چندین باره مساله برای پیدا کردن پاسخ پرسش اصلی تا رسیدن به یک جمع بندی منطقی
- ۴- بررسی بیشتر گام‌های حل مساله

♦ گام اول: بیان مسئله

- ۱- طرح پرسش دقیق و شفاف (مهمترین گام رسیدن به پاسخ)
- ۲- درک مسئله
- ۳- تعریف و بیان مسئله بطور دقیق
- ۴- محدود کردن جامعه با توجه به اهداف، بودجه، زمان و دیگر شرایط
- ۵- مشخص کردن هدف مطالعه

مثال

به جهت برنامه‌ریزی برای فعالیت بدنی دانش‌آموزان شهر تهران بیان مسئله با توجه به پارامترهای «سن»، «محل سکونت»، «الگوهای فرهنگی فعالیت بدنی» و «توانایی‌ها و ناتوانایی‌های جسمانی» به صورت زیر مناسب است:

«بررسی متوسط فعالیت بدنی هفتگی در هوای آزاد در میان دانش‌آموزان ۱۳ تا ۱۵ ساله در یکی از مدارس شهر تهران»

♦ گام دوم: طرح و برنامه‌ریزی

- ۱- اندازه‌گیری یا سنجش (اولین قدم برای یافتن داده‌ها و بررسی متغیر مورد نظر)
- ۲- تبدیل اطلاعات توصیفی (کیفی) به اطلاعات کمی (عددی) تا حد ممکن
- ۳- انتخاب معیار اندازه‌گیری مناسب
- ۴- حضور افراد متخصص در گروه هدایت‌کننده پژوهش
- ۵- توافق و تصمیم‌گیری درباره چگونگی اندازه‌گیری متغیرهای مورد مطالعه، اندازه نمونه، چگونگی نمونه‌گیری و همچنین شیوه تحلیل داده‌ها
- ۶- هر چه پراکندگی متغیر مورد بررسی در جامعه بیشتر باشد یا اندازه جامعه (تعداد اعضای جامعه) بزرگتر باشد، برای حصول اطمینان از وجود تنوع در نمونه، به اندازه نمونه (تعداد اعضای نمونه) بزرگتری نیاز داریم.

مثال

در بررسی میزان ساعت استفاده از تلفن‌های هوشمند توسط دانش‌آموزان تصمیم‌گیری در مورد اینکه زمان استفاده با چه واحدی پرسیده شود از مراحل طرح برنامه‌ریزی است.

♦ گام سوم: گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها

- ۱- امکان وجود اشتباه در مراحل اندازه‌گیری، گردآوری، ثبت یا وارد کردن داده‌ها در نرم افزار
- ۲- تصحیح اشتباهات با بررسی دقیق داده‌ها
- ۳- حذف داده‌های دورافتاده یا نامناسب

مثال

در جدول زیر، حداقل در چند مورد لازم است داده‌ها ویرایش و اصلاح شوند؟
(زن = ۱، مرد = ۲، ضمناً فرض بر این است که سن تمام افراد درست ثبت شده است)

سن فرد	جنسیت	گروه خونی	وزن (کیلوگرم)	مدت زمان تماشای تلویزیون در ۲۴ ساعت
۱۸	۱	A	۸۲	۱۰
۱	۳	AB	۹۳/۵	۰
۳۵	۲	O ⁺	۲/۵	۲
۹۰	۲	B	۴۵	۱۴
۲۲	۱	O ⁻⁺	۶۲	۲۵

◆ گام چهارم: تحلیل داده‌ها

- ۱- تحلیل داده‌ها و ارائه نتایج ۲- گزارش معیارهای مرکزی و پراکندگی ۳- ارائه نمودارهای آماری

◆ یادآوری:

انواع فراوانی

- فراوانی مطلق
- فراوانی نسبی
- درصد فراوانی نسبی

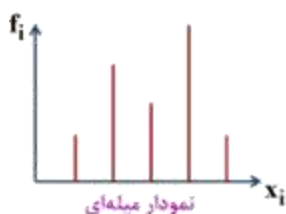
- انواع نمودارهای آماری
- ۱- نمودار میله‌ای ← متغیرهای کیفی و نسبتی
 - ۲- نمودار بافت نگاشت ← متغیرهای کمی و فاصله‌ای
 - ۳- نمودار دایره‌ای ← متغیرهای کیفی و نسبتی
 - ۴- نمودار نقطه‌ای ← متغیرهای کیفی و نسبی
 - ۵- نمودار خط شکسته
 - ۶- نمودار جعبه‌ای ← نمایش میانه و چارک‌ها
 - ۷- نمودار پراکنش نگاشت ← نمایش همزمان ۲ متغیر
 - ۸- نمودار حبابی ← نمایش همزمان ۳ متغیر
 - ۹- نمودار راداری ← نمایش همزمان چند متغیر

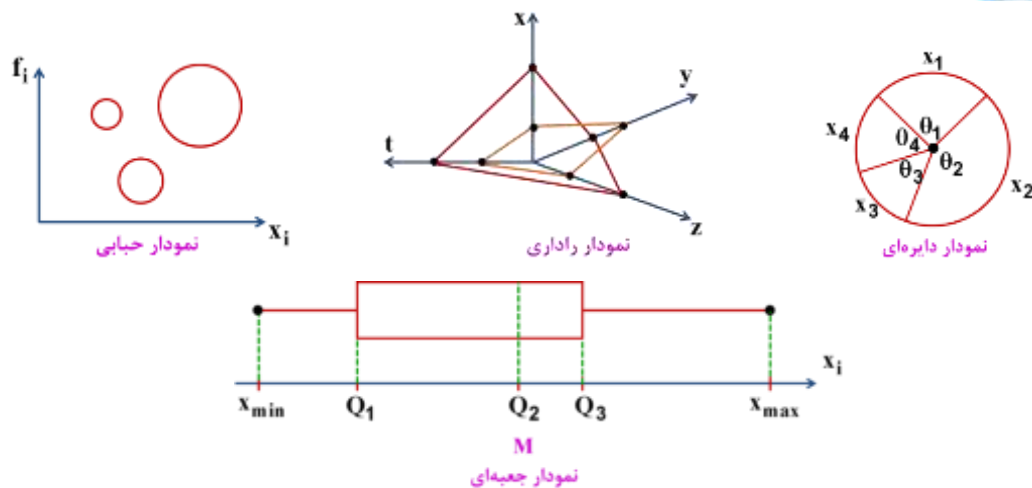
انواع متغیرهای تصادفی:

- کمی ←
 - فاصله‌ای
 - نسبتی
- کیفی ←
 - اسمی
 - ترتیبی

- شاخص‌های مرکزی
- ۱- میانگین: مجموع داده‌ها تقسیم بر تعداد داده‌ها
 - ۲- میانه: داده وسط داده‌های مرتب شده صعودی
 - ۳- مَد: داده‌ای که بیشترین فراوانی را دارد.

- شاخص‌های پراکندگی
- ۱- دامنه تغییرات
 - ۲- انحراف از میانگین
 - ۳- واریانس
 - ۴- انحراف معیار
 - ۵- دامنه میان چارکی





◆ نکات:

- (۱) در بررسی‌هایی که داده‌دورافتاده داریم، معیارهای میانگین و انحراف معیار مناسب نیستند زیرا تأثیر زیادی روی این دو معیار خواهند گذاشت، در این گونه موارد، شاخص‌های میانه و دامنه میان چارکی را محاسبه می‌کنیم و از نمودار جعبه‌ای استفاده می‌کنیم.
- (۲) داده‌هایی که بین آنها داده دور افتاده وجود ندارد و میانگین و انحراف معیار شاخص‌های مناسبی هستند، نموداری کاربرد دارد که بلندی مستطیل آن نشان دهنده میانگین و بلندی میله خطای آن نشان دهنده انحراف معیار باشد.



(۳) برای توصیف داده‌های کیفی (اسمی و ترتیبی) گزارش درصد، باید همیشه با گزارش تعداد همراه باشد.

(۴) برای توصیف داده‌های کمی باید هم معیارهای مرکزی و هم معیارهای پراکندگی بطور همزمان گزارش شوند.

مثال

حقوق کارکنان دو شرکت در جدول زیر آمده است. در مطالعه آماری هریک، کدام شاخصهای مرکزی و پراکندگی و چه نموداری مناسب است؟

	حقوق کارمندان								
شرکت اول	۱	۱/۵	۱/۲	۱/۷	۱/۴	۱/۹	۳	۱/۱	۱/۸
شرکت دوم	۰/۷	۱	۸	۱۲/۱	۰/۸	۱/۶	۱۰/۱	۰/۹	۰/۸

◆ گام پنجم: بحث و نتیجه‌گیری

- ۱- تفسیر نتایج برای یافتن پاسخ مسئله اصلی
- ۲- توجه به محدودیت‌ها
- ۳- تعمیم نتایج حاصل از چرخه به جامعه آماری

◆ نکات:

- ۱- نتایج به دست آمده در مورد جامعه آماری قطعی نیستند و فقط حدود پارامترها را نشان می‌دهند، زیرا با نمونه‌گیری مجدد اعداد متفاوتی به دست خواهد آمد.
- ۲- از جامعه‌ای به اندازه N تعداد $\left(\begin{matrix} N \\ n \end{matrix}\right)$ نمونه n تایی می‌توانیم در نظر بگیریم و یک چرخه آمار را در آن بررسی کنیم.

♦ یکپارچگی چرخه آمار در حل مسائل:

- ۱- تأکید روی کار گروهی و همکاری کارشناسان زمینه پژوهش مورد بررسی.
- ۲- همکاری و همیاری کلیه افراد مرتبط با پروژه
- ۳- مطلع و باخبر بودن همه افراد از کلیه موضوعات وابسته به پژوهش از آمارگیر گرفته تا نمونه‌بردار و کسی که داده‌ها را تحلیل می‌کند.
- ۴- به کارگیری تجربه و اطلاعات اهالی منطقه در پژوهش‌های منطقه‌ای
- ۵- اجازه نقد معیارهای گزارش شده و توجه به نقدها
- ۶- ایجاد تردید و پرسش از تمامی مراحل پروژه و عیب‌یابی برای حصول نتیجه بهتر و دقیق‌تر

بررسی مطالب مهم متن کتاب

♦ گام‌های چرخه آمار در حل مسائل

پیش از هر چیز خوب است بدانیم «چرا فرایند حل مسئله را «چرخه» می‌نامیم». همان‌طور که در مثال «استفاده از تلفن هوشمند» دیدیم، گام‌های مختلف حل مسئله به ما کمک می‌کنند که برای پرسش اصلی پاسخی پیدا کنیم، اما اغلب پس از اجرای تمامی گام‌ها با روشن‌تر شدن ابعاد مختلف مسئله و براساس نتایج و تجربه به دست آمده، یک مسئله جدید دقیق‌تر شکل می‌گیرد. در واقع، برای پیدا کردن پاسخ پرسش اصلی تا رسیدن به یک جمع‌بندی منطقی، یک مسئله چندین بار بازیابی می‌شود. در این بخش، گام‌های چرخه حل مسئله را بیشتر بررسی می‌کنیم.

♦ گام ۱ (بیان مسئله)

طرح یک پرسش دقیق و شفاف مهم‌ترین گام رسیدن به پاسخ است. بنابراین، پیش از هر چیز باید مسئله به درستی درک شود و سپس به طور دقیق تعریف و بیان گردد؛ یعنی با توجه به اهداف، بودجه، زمان و دیگر شرایط موجود، جامعه آماری را محدود و هدف مطالعه را مشخص کنیم.

♦ گام ۲ (طرح و برنامه‌ریزی)

اندازه‌گیری یا سنجش، اولین قدم برای یافتن داده‌ها و بررسی متغیر مورد نظر است. در اندازه‌گیری، در واقع سعی می‌کنیم اطلاعات توصیفی (کیفی) را تا حد ممکن به اطلاعات کمی (عددی) تبدیل کنیم. انتخاب معیار اندازه‌گیری مناسب برای متغیرهایی مانند قد، وزن و دما آسان است؛ زیرا با ابزارهایی آشنا می‌توانیم توصیف‌هایی مانند قد بلند، وزن مناسب یا هوای گرم را به کمیتی قابل فهم برای همه تبدیل کنیم. البته اندازه‌گیری همیشه این قدر هم آسان نیست. فرض کنید در مطالعه‌ای می‌خواهیم میزان «خوشحالی» افراد را اندازه‌گیری کنیم. چه پرسش‌هایی می‌تواند برای اندازه‌گیری این متغیر به ما کمک کند؟ آیا اندازه‌گیری دارایی‌ها، تحصیلات، دستاوردها، تعداد دوستان و ... لزوماً مشخص می‌کند که هر فرد چقدر خوشحال است؟ احتمالاً این طور نیست. با توجه به اهمیت اندازه‌گیری می‌توانیم بفهمیم که حضور افراد متخصص در گروه هدایت‌کننده پژوهش چقدر مهم است. متخصصان، ابزارهای اندازه‌گیری یا پرسش‌نامه‌ها را طوری طراحی می‌کنند که با آنها بتوانیم همان متغیری را که مورد نظر است، اندازه بگیریم. بدون مشورت با این افراد، ممکن است به جای «خوشحالی» مثلاً «رفاه» یا به جای «هوش» مثلاً «حافظه» اندازه‌گیری شود.

در مرحله طرح و برنامه‌ریزی علاوه بر توافق درباره چگونگی اندازه‌گیری متغیرهای مورد نظر، درباره اندازه نمونه، چگونگی نمونه‌گیری و همچنین شیوه تحلیل داده‌ها تصمیم‌گیری می‌شود.



تعداد اعضای جامعه را اندازه جامعه و تعداد اعضای نمونه را اندازه نمونه می‌نامیم. هر چه پراکندگی متغیر مورد بررسی در جامعه بیشتر باشد، برای حصول اطمینان از وجود تنوع در نمونه، به اندازه نمونه بزرگ‌تری نیاز داریم.

◆ گام ۳ (گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها)

در هر مطالعه ممکن است در مرحله اندازه‌گیری، گردآوری یا ثبت داده‌ها و یا وارد کردن داده‌ها در نرم‌افزار اشتباهی رخ دهد. با بررسی دقیق داده‌ها می‌توان برخی از این اشتباه‌ها را تصحیح کرد.



◆ گام ۴ (تحلیل داده‌ها)

در این مرحله، داده‌ها را تحلیل می‌کنیم و نتایج را ارائه می‌دهیم. منظور از تحلیل داده‌ها در واقع صرفاً گزارش معیارها و ارائه نمودارها و دیگر نتایج آماری است. تفسیر این نتایج و نتیجه‌گیری از آنها در گام بعد انجام خواهد شد.

◆ یادآوری:

همان‌طور که می‌دانید، برای توصیف داده‌های کمی باید هم‌معیار گرایش به مرکز و هم‌معیار پراکندگی گزارش شود معیارهای گرایش به مرکز مانند میانگین و میانه به ما کمک می‌کنند بدانیم داده‌ها چگونه متمرکز شده‌اند. به یاد دارید که اگر داده دور افتاده باشیم، میانگین و انحراف معیار، معیارهای مناسبی برای توصیف داده‌ها نخواهند بود و باید از میانه و دامنه‌های میان چارکی استفاده کنیم. چرا؟

مثال

با توجه به داده‌ها جدول زیر کامل شده است.

متغیر	داده‌ها	معیارهای گرایش مرکز		معیارهای پراکندگی			دامنه تغییرات
		میانگین	میانه	IQR	SD(σ)		
سن (سال)	۱۵ ۱۶ ۱۷ ۱۸ ۱۵ ۱۹ ۱۷ ۱۸ ۱۶ ۱۷ ۱۵ ۱۹	۱۶/۸۳	۱۷	$18 - 15 / 5 = 2 / 5$	۱/۳۴		$19 - 15 = 4$
میزان تماشای تلویزیون	۷ ۸ ۶ ۳۰ ۴ ۵ ۴ ۲۹ ۴ ۶ ۷ ۶/۵	۹/۷۱	۶/۲۵	$7 / 5 - 4 / 5 = 3$	۸/۵۵		$30 - 4 = 26$

راهنمای جدول: میزان تماشای تلویزیون: متوسط ساعت‌های تماشای تلویزیون در هفته؛ IQR^* : دامنه میان چارکی؛ SD^{**} : انحراف معیار.

با توجه به جدول بالا، به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

(الف) کدام معیار گرایش به مرکز و کدام معیار پراکندگی برای توصیف داده‌های متغیر «سن» مناسب‌اند؟ چرا؟

پاسخ: با توجه به توزیع داده‌ها، برای متغیر «سن»، میانگین و انحراف استاندارد (انحراف معیار) معیارهای مناسبی هستند، چون داده دور افتاده مشاهده نمی‌کنیم.

ب) کدام معیار گرایش به مرکز و کدام معیار پراکندگی، برای توصیف داده‌های «ساعت‌های تماشای تلویزیون» مناسب‌اند؟ چرا؟
پاسخ: میانه و دامنه میان چارکی، معیارهای گرایش به مرکز و پراکندگی مناسبی هستند؛ زیرا چند داده دور افتاده وجود دارد.

پ) انحراف کدام داده‌ها از میانگین، باعث بزرگ شدن انحراف معیار متغیر «ساعت‌های تماشای تلویزیون» شده است؟ چگونه؟
پاسخ: داده‌های ۲۹ و ۳۰ فاصله زیادی از میانگین دارند و مجذور این فاصله‌ها باعث بزرگ شدن واریانس و به تبع آن بزرگ شدن انحراف استاندارد (انحراف معیار) شده است.

ت) اگر برای توصیف داده‌های متغیر «ساعت‌های تماشای تلویزیون» فقط میانگین گزارش می‌شد، خوانندگانی که به داده‌های خام دسترسی نداشتند چگونه گمراه می‌شدند؟

پاسخ: در واقع میانگین (۹/۷۱)، نماینده مناسبی برای داده‌های «میزان تماشای تلویزیون» نیست و به سمت داده‌های دور افتاده رفته است.

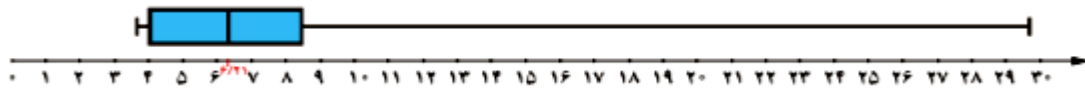
در داده‌هایی که میانگین و انحراف معیار شاخص‌های مناسبی برای توصیف هستند (هنگامی که داده دور افتاده نداشته باشیم)، می‌توانیم از نموداری استفاده کنیم که بلندی مستطیل آن نشان‌دهنده میانگین باشد و میله خطی آن، به اندازه انحراف معیار، روی مستطیل بالا آمده باشد.

ث) با توجه به داده‌های جدول کار در کلاس در صفحه قبل، کدامیک از نمودارهای زیر نشان‌دهنده میانگین و انحراف معیار سن است؟ نمودار الف یا ب؟

پاسخ: نمودار الف



اگر داده‌های دوره افتاده داشته باشیم، نمی‌توانیم فقط به نمایش میانگین و انحراف معیار بسنده کنیم؛ زیرا گزارش میانگین می‌تواند گمراه‌کننده باشد. در این گونه موارد باید از نمودار جعبه‌ای استفاده کنیم. برای داده‌های «ساعت‌های تماشای تلویزیون» در مثال بالا، با استفاده از مقدار چارک‌های اول، دوم (میانه) و سوم، ابعاد جعبه (به ترتیب ابتدا، خط میانی و انتها) را روی محور زیر مشخص کنید. سپس، با توجه به کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین داده‌ها، نمودار جعبه‌ای را رسم کنید.



الف) کدام نمودار بهتر نشان می‌دهد که داده‌ها کجا متراکم‌تر و کجا پراکنده‌ترند: نمودار نمایش‌دهنده میانگین و انحراف معیار یا نمودار جعبه‌ای؟

پاسخ: نمودار جعبه‌ای

ب) اگر از الگوی توزیع داده‌ها و وجود داده‌های دورافتاده اطلاعی نداشته باشیم، کدام نمودار برای نمایش اطلاعات متغیرهای کمی مطمئن‌تر است؟

پاسخ: مطمئن‌ترین نمودار برای متغیر کمی، نمودار جعبه‌ای است.

کار در کلاس

گرم‌خبر ۱ دو مدرسه متوسطه دوم، که تعداد دانش‌آموزانشان تقریباً برابر بود، در سال گذشته با تغییر برنامه‌ها و کادر

آموزشی‌شان، وضعیت قبولی دانش‌آموزان خود را در ۱۵ دانشگاه برتر کشور بهبود دادند. مدرسه اول قبولی‌هایش ۲۰۰ درصد افزایش داشت و مدرسه دوم ۲۰ درصد، فرض می‌کنیم اولیا برای انتخاب مدرسه فرزندان خود محدودیتی ندارند.

(الف) در این مسئله، متغیر «قبولی در ۱۵ دانشگاه برتر کشور» (قبول شدن / قبول نشدن) چه نوع متغیری است؟ کمی یا کیفی؟
(ب) با توجه به این اطلاعات، کدام مدرسه را به اولیا پیشنهاد می‌کنید؟

(پ) افزایش ۲۰۰ درصدی و ۲۰ درصد به چه معناست؟ توضیح دهید.

(ت) فرض کنید در مدرسه اول، تعداد قبولی‌ها قبلاً ۱ نفر بوده و با تغییر کادر آموزشی ۳ نفر شده است (۲۰۰٪ افزایش) و در مدرسه دوم، تعداد قبولی‌ها ۷۰ نفر بوده و با تغییر کادر آموزشی ۸۴ نفر شده است (۲۰٪ افزایش). اکنون کدام مدرسه را پیشنهاد می‌کنید؟

(ث) در گزارش متغیرهای کیفی، ارائه درصد بدون مشخص کردن تعداد، چگونه می‌تواند گمراه‌کننده باشد؟
برای توصیف داده‌های کیفی (اسمی یا ترتیبی) گزارش درصد باید همیشه با گزارش تعداد همراه باشد.

◆ **گام ۵ (بحث و نتیجه‌گیری)**

پس از تحلیل داده‌ها، باید بتوانیم با تفسیر نتایج، پاسخی برای مسئله اصلی پیدا کنیم. در تفسیر نتایج، توجه به محدودیت‌های مطالعه‌ای که انجام داده‌ایم بسیار مهم است. روش کار و محدودیت‌های آن باید چنان صادقانه گزارش شود که اگر افراد دیگری تصمیم به انجام دادن مطالعه‌ای در همان زمینه داشتند، با مشکلاتی مشابه مواجه نشوند. پیشنهادهای ما می‌تواند به این افراد کمک کند. اگر ضمن توجه به تمامی نکات نمونه‌گیری، داده‌ها را با روش‌های مناسبی تحلیل کرده باشیم، **در بهترین حالت** می‌توانیم نتایج را فقط به جامعه آماری مورد بررسی تعمیم دهیم؛ توجه کنید که اگر تمامی افراد جامعه آماری را بررسی نکرده‌ایم، نتایج ما **قطعی نیستند**؛ چون در نمونه‌گیری دیگری از همین جامعه، افراد دیگری در نمونه قرار می‌گیرند و نتایج متفاوتی به دست خواهد آمد.
(از جامعه‌ای با اندازه N به چند طریق می‌توانیم نمونه‌هایی با اندازه n داشته باشیم؟)

◆ **یکپارچگی چرخه آمار در حل مسائل**



همان‌طور که دیدید، در تمامی گام‌های حل مسئله مرتبط با آمار، لازم است مسئله مورد بررسی، متغیرها و عوامل مرتبط با آنها را خوب بشناسیم. این امر، بدون کار گروهی و همکاری کارشناسان زمینه پژوهش مورد بررسی، ممکن نیست. مثلاً اگر آمارگیران از اهداف کلی مطالعه باخبر نباشند یا فردی که داده‌ها را تحلیل می‌کند، ویژگی‌های جامعه آماری با موضوع مورد بررسی را به خوبی شناسد، حتی اگر هر فرد به‌صورت جداگانه کار خود را خیلی خوب انجام دهد، نتیجه نهایی لزوماً مطلوب نخواهد بود.

باید توجه داشته باشیم که اگر مطالعه در منطقه‌ای انجام می‌شود که ویژگی‌های آن را به خوبی نمی‌شناسیم، در تمام گام‌ها به دانش اهالی منطقه اولویت دهیم.

کیفیت اجرای هریک از گام‌های چرخه آمار، گام‌های دیگر را به شدت تحت تأثیر قرار می‌دهد. مثلاً برای نقد معیارهای گزارش شده در یک مطالعه، نه تنها می‌توانیم چرایی گزارش میانگین یا میانه و یا گزارش نشدن شاخص پراکندگی را نقد کنیم، بلکه باید درباره چگونگی نمونه‌گیری، شیوه اندازه‌گیری، نوع ورود داده‌ها و تمامی موارد گام‌های دیگر چرخه نیز تردید و پرسش داشته باشیم.

نصیحت ۲ هریک از موارد زیر اجرای نادرست کدام گام است و بر کدام گام‌های دیگر اثر می‌گذارد؟ چگونه؟

(الف) مسئله به‌صورتی بیان شده است که اجراکنندگان برداشت‌های متفاوتی از اهداف پژوهش دارند.

(ب) اندازه‌گیری وزن افراد نمونه با دو واحد متفاوت (کیلوگرم و پوند) انجام شده است.

(پ) تمامی داده‌های دورافتاده حذف شده‌اند.

(ت) براساس توزیع داده‌ها، میانه معیار گرایش به مرکز مناسبی بود. اما چون مقدار میانه با آنچه انتظار می‌رفت متفاوت بود، میانگین داده‌ها گزارش شد.

(ث) نتایج را فقط افراد متخصص آمار تفسیر کرده‌اند.



تست چرخه آمار در حل مسائل

تست ۴۰۳ کدام یک از گام‌های چرخه آمار در حل مسائل نیست؟

- (۱) بحث و نتیجه‌گیری
(۲) گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها
(۳) شناخت محدودیت‌های جامعه
(۴) طرح و برنامه‌ریزی

تست ۴۰۴ کدام یک جزء فرایند بیان مسئله نیست؟

- (۱) طرح پرسش دقیق و شفاف
(۲) درک مسئله
(۳) محدود کردن جامعه با توجه به اهداف
(۴) ارائه نمودارهای آماری

تست ۴۰۵ کدام مورد جزء گام سوم چرخه آمار در حل مسائل محسوب می‌شود؟

- (۱) حذف داده‌های دورافتاده و نامناسب
(۲) تحلیل معیارها، شاخص‌ها و نمودارهای آماری
(۳) توافق و تصمیم‌گیری در مورد نحوه اندازه‌گیری متغیرها
(۴) درک مسئله

تست ۴۰۶ در بررسی «میزان ساعت استفاده از تلفن‌های هوشمند توسط دانش‌آموزان» تصمیم‌گیری در مورد این که زمان

استفاده با چه واحدی پرسیده شود از مراحل کدام گام است؟

- (۱) بیان مسئله
(۲) طرح و برنامه‌ریزی
(۳) گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها
(۴) تحلیل داده‌ها

تست ۴۰۷ «طراحی و تکمیل پرسش‌نامه» جزء مراحل کدام گام چرخه آمار در حل مسائل است؟

- (۱) بیان مسئله
(۲) طرح و برنامه‌ریزی
(۳) گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها
(۴) تحلیل داده‌ها

تست ۴۰۸ طرح و برنامه‌ریزی در علم آمار شامل کدام مورد زیر نمی‌شود؟

- (۱) تنظیم پرسش‌نامه
(۲) روش انتخاب نمونه
(۳) حذف داده‌های دورافتاده
(۴) انتخاب واحد اندازه‌گیری مناسب

تست ۴۰۹ در جدول داده‌های زیر در چند مورد باید عملیات پاک‌سازی صورت پذیرد؟

۱: مرد		۲: زن	
شماره	سن	جنسیت	گروه خونی
۱	۳۲	۱	O ⁺
۲	۴۵	۴	A
۳	۱۹	۲	AB
۴	۳	۱	B
۵	۹۰	۲	O ⁻

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

تست ۴۱۰ در مورد گام دوم چرخه آمار در حل مسائل کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) اندازه‌گیری اولین قدم برای یافتن داده‌هاست که در گام دوم درباره نحوه و واحد اندازه‌گیری تصمیم‌گیری می‌کنیم.
(۲) سعی می‌کنیم اطلاعات کیفی را تا حد ممکن به مقادیر کمی تبدیل کنیم.
(۳) از افراد آمارگیر استفاده می‌کنیم و نیازی به افراد متخصص نیست.
(۴) اگر پرسش‌نامه به درستی تنظیم نشود ممکن است مفاهیم و معانی اصطلاحات بررسی درک نشود.

تست ۴۱۱ در مورد گام اول چرخه آمار در حل مسائل کدام مورد نادرست است؟

- (۱) طرح یک پرسش دقیق و شفاف مهم‌ترین گام رسیدن به پاسخ است.
 - (۲) هر مسئله باید به درستی درک شود و سپس دقیق تعریف و بیان شود.
 - (۳) با توجه به اهداف، زمان، بودجه و دیگر شرایط موجود جامعه آماری را محدود می‌کنیم و هدف را مشخص می‌کنیم.
 - (۴) نمونه‌گیری در این گام باید کاملاً تصادفی انجام شود تا شانس همه اعضا برای حضور در نمونه یکسان باشد.
- تست ۴۱۲** برای بررسی قبولی‌های یک شهر در کنکور سراسری پارسال به سازمان سنجش مراجعه می‌کنیم. این کار کدام گام چرخه آمار در حل مسائل به شمار می‌آید؟

- (۱) اول
- (۲) دوم
- (۳) سوم
- (۴) چهارم

تست ۴۱۳ محاسبات آماری شاخص‌های مرکزی و پراکندگی و رسم نمودارها در کدام گام از چرخه آمار در حل مسائل انجام می‌شود؟

- (۱) طرح و برنامه‌ریزی
- (۲) گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها
- (۳) بحث و نتیجه‌گیری
- (۴) تحلیل داده‌ها

تست ۴۱۴ «توجه به محدودیت‌ها» و «تعمیم نتایج حاصل از چرخه به جامعه» جزء کدام گام از چرخه آمار در حل مسائل است؟

- (۱) تحلیل داده‌ها
- (۲) گردآوری و پاک‌سازی داده‌ها
- (۳) بحث و نتیجه‌گیری
- (۴) طرح و برنامه‌ریزی

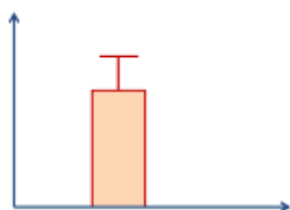
تست ۴۱۵ در بررسی‌هایی که داده دورافتاده داریم از کدام نمودار آماری استفاده می‌شود؟

- (۱) میله‌ای
- (۲) بافت نگاشت
- (۳) دایره‌ای
- (۴) جعبه‌ای

تست ۴۱۶ می‌خواهیم داده‌های روبه‌رو را تحلیل کنیم، کدام مورد نادرست است؟
۱۱, ۱۳, ۱۷, ۱۲, ۱۸, ۲۰, ۲۴, ۲۵, ۳۸, ۱۴۰۰

- (۱) بهتر است از میانه استفاده شود.
- (۲) بهتر است از انحراف معیار استفاده شود.
- (۳) نمودار دایره‌ای برای این بررسی مناسب نیست.
- (۴) یافتن چارک‌های این داده جزء تحلیل داده‌ها محسوب می‌شود.

تست ۴۱۷ در نمودار شکل زیر «ارتفاع میله» و «ارتفاع مستطیل» به ترتیب بیانگر چه شاخص‌هایی هستند؟



- (۱) میانگین - انحراف معیار
- (۲) انحراف معیار - میانگین
- (۳) واریانس - میانگین
- (۴) میانگین - واریانس

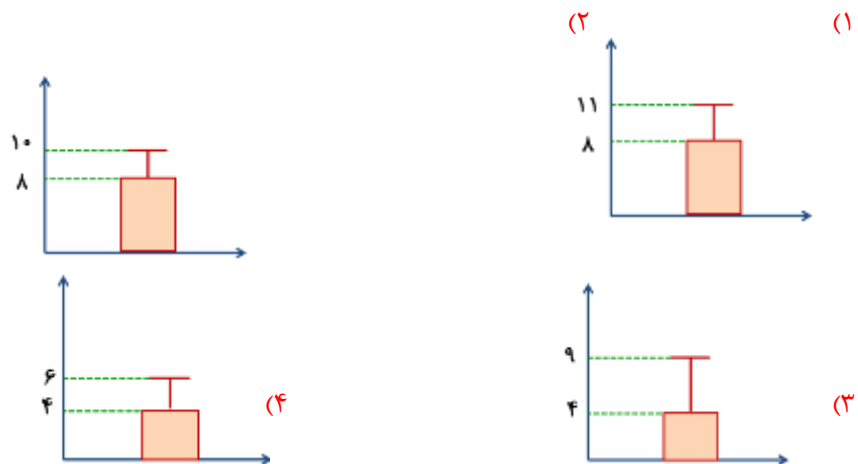
تست ۴۱۸ از یک جامعه آماری به اندازه ۵۰ چند نمونه ۲۰ تایی می توان انتخاب کرد؟

$$(۱) ۵۰! \times ۲۰! \quad (۲) P(۵۰, ۲۰) \quad (۳) \binom{۵۰}{۲۰} \quad (۴) \frac{۵۰!}{۲۰!}$$

تست ۴۱۹ کدام یک از ملزومات یکپارچگی چرخه آمار در حل مسائل محسوب نمی شود؟

- (۱) همکاری و همیاری کلیه افراد مرتبط با پروژه
 - (۲) محاسبه میانه و چارک های اول و سوم و دامنه چارکی برای تفسیر بهتر
 - (۳) به کارگیری تجربه و اطلاعات اهالی منطقه در پژوهش های منطقه ای
 - (۴) ایجاد تردید و پرسش از تمامی مراحل پروژه و عیب یابی
- تست ۴۲۰ در گام تحلیل داده ها برای توصیف داده های کیفی، گزارش کدام گزینه باید انجام شود؟

- (۱) درصد فراوانی و فراوانی نسبی
 - (۲) فراوانی مطلق و فراوانی نسبی
 - (۳) نمودارهای فراوانی مطلق و درصد فراوانی نسبی
 - (۴) نمودارهای فراوانی نسبی و درصد فراوانی نسبی
- تست ۴۲۱ برای داده های ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷ کدام نمودار مناسب رسم شده است؟



تست ۴۲۲ روش انتخاب نمونه تصادفی، ارائه نمودارها و جدول ها و بررسی ایده های جدید به ترتیب از راست به چپ متعلق

به کدام گام های چرخه آمار در حل مسائل هستند؟

$$(۱) ۵ - ۳ - ۱ \quad (۲) ۴ - ۳ - ۲ \quad (۳) ۵ - ۲ - ۱ \quad (۴) ۵ - ۴ - ۲$$



برای خرید نسخه چاپی یا تدریس ویدئویی این جزوه به سایت و

یا کانال تلگرامی «آموزشگاه مجازی احمدی» مراجعه کنید.

برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد این جزوات و پکیج ها به شماره ۰۹۱۲۳۷۰۸۴۷۶

در تلگرام یا واتساپ و یا به صورت SMS پیام بدهید.



Ahmadi63amoozesh.com

@ahmadi63amoozesh

فصل دوم

الگوهای خطی

مدل سازی و دنباله

درس ۱

مدل سازی

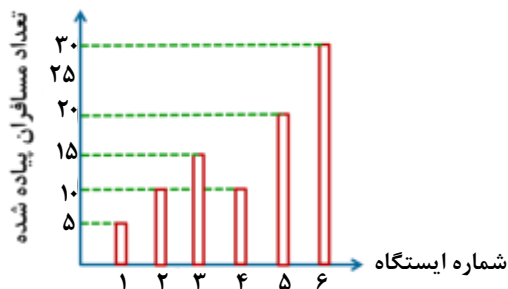
بیان یک سری مسائل از دنیای واقعی به زبان ریاضی به کمک یک رابطه یا تابع ریاضی. در حقیقت شبیه سازی دنیای واقعی در دنیای ریاضی.

مثال

بیان تعداد کتابهای موجود در یک کتابخانه ۵ قفسه ای با رابطه ریاضی $f(n) = 5n + 1$ که در آن n شماره قفسه است.

اپریش

نمودار میله ای روبرو تعداد مسافران پیاده شده در ۶ ایستگاه را نشان می دهد. تعداد مسافران پیاده شده را بر حسب شماره ایستگاهها مدل سازی کنید.



نکته: تعیین رابطه یا تابع ریاضی از مسائل دنیای واقعی معمولاً کار دشواری است و نیازمند دقت، خلاقیت و تسلط به محاسبات ریاضی است.

نکته: دامنه روابط یا توابعی که وابسته به مراحل یا گامهای مسائل دنیای واقعی است، زیرمجموعه ای از اعداد طبیعی است که از ۱ شروع می شوند.

* **نمونه هایی از مسائل دنیای واقعی که بر مبنای مراحل و گامهای آنها مدلسازی می شوند:** ($D_f \subseteq \mathbb{N}$)

- تعداد گل های زده شده در جام جهانی ۲۰۱۸ از روز اول تا آخرین روز.
- تعداد شرکت کنندگان سالیانه مراسم اربعین حسینی از اولین سال برپایی مراسم.
- تعداد شرکت کنندگان سالیانه کنکور سراسری در رشته انسانی از اولین سال برگزاری.
- تعداد معلمین هر یک از مناطق ۱ تا ۲۲ شهر تهران.

* نمونه‌هایی از مسائل دنیای واقعی که دامنه آن‌ها زیر مجموعه‌ای از اعداد حقیقی است:

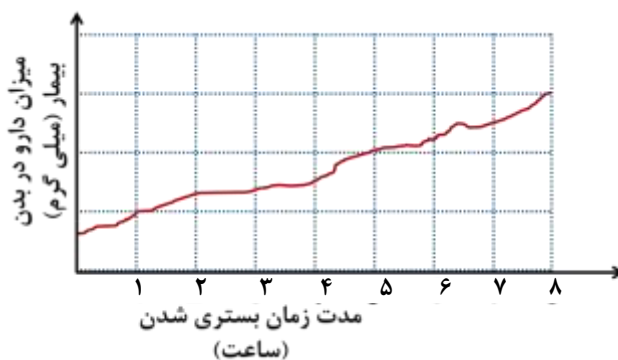
- دمای خانه در هر لحظه از شبانه روز.
- مساحت دایره‌ای به شعاع R .
- سرعت لحظه‌ای یک دوندۀ دو ماراتن.
- اعداد ضربان قلب یک بازیکن فوتبال در هر لحظه از بازی.

* تحلیل رفتار توابع با دامنه اعداد حقیقی در مجموعه اعداد طبیعی به کمک سری‌های زمانی:

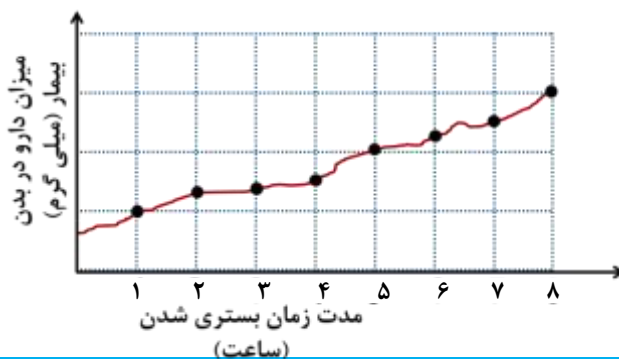
تحلیل رفتار توابع در بسیاری از مسائل واقعی (به ویژه مسائل وابسته به زمان) برای تابع در هر لحظه از نظر عملی امکان‌پذیر نیست. در این حالت با انتخاب نقاطی با فاصله زمانی یکسان و تشکیل یک سری زمانی، رفتار تابع را به طور تقریبی بررسی می‌کنیم.

مثال

نمودار زیر نمودار واقعی میزان دارو در بدن بیمار در هشت ساعت اول از زمان بستری شدن را نشان می‌دهد.



با تشکیل سری زمانی بر حسب هر بار آزمایش، میزان دارو در هر آزمایش در بدن بیمار را در نمودار بصورت زیر مشخص کرده و بین دو نقطه را بررسی می‌کنیم.



تست مدل‌سازی

ت۴۲۳ دامنه کدام مدل‌سازی زیر مجموعه‌ای از اعداد طبیعی است؟

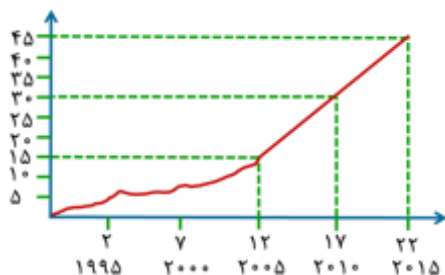
- (۱) دمای خانه در هر لحظه
- (۲) سرعت لحظه‌ای یک دوندۀ دو ماراتن
- (۳) مساحت دایره‌ای به شعاع R
- (۴) تعداد شرکت کنندگان سالیانۀ کنکور سراسری رشته انسانی

ت۴۲۴ دامنه کدام یک از مدل‌های ریاضی زیر نادرست نوشته شده است؟

- (۱) میزان مصرف ماهیانه آب در یک واحد مسکونی: $\mathbb{N}$
- (۲) تغییرات سطح دریاچه ارومیه در بیست سال اخیر: $\mathbb{R}$
- (۳) حجم مکعبی به ضلع a : $\mathbb{R}$
- (۴) میزان ساعت استفاده دانش‌آموزان یک مدرسه از فضای مجازی: $\mathbb{N}$

سوال ۴۲۵: نمودار مقابل درصد جمعیتی از جهان را نشان می‌دهد که از سال ۱۹۹۴ تا سال ۲۰۱۵ از اینترنت استفاده کرده‌اند.

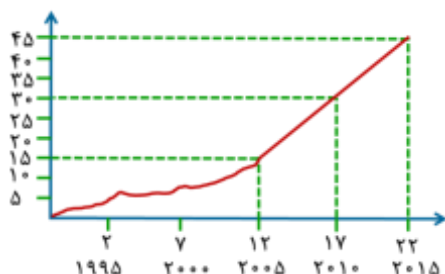
اگر $f(n)$ درصد استفاده کنندگان از اینترنت در سال n اُم باشد، با توجه به نمودار مقدار $f(7)$ تقریباً کدام است؟



- (۱) ۷
- (۲) ۸
- (۳) ۹
- (۴) ۱۰

سوال ۴۲۶: نمودار مقابل درصد جمعیتی از جهان را نشان می‌دهد که از سال ۱۹۹۴ تا سال ۲۰۱۵ از اینترنت استفاده کرده‌اند.

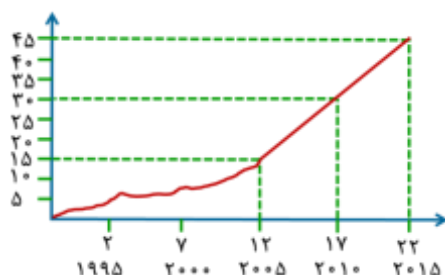
اگر $f(n)$ درصد استفاده کنندگان از اینترنت در سال n اُم باشد، تابع مدل ریاضی $f(n)$ درصد استفاده از اینترنت بر حسب n امین سال از بدو گسترش از سال ۲۰۰۵ تا ۲۰۱۵ کدام است؟



- (۱) $3n + 21$
- (۲) $3n - 21$
- (۳) $2n - 9$
- (۴) $2n + 1$

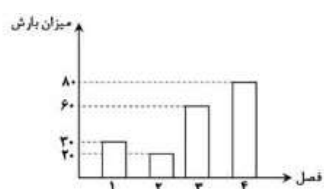
سوال ۴۲۷: نمودار مقابل درصد جمعیتی از جهان را نشان می‌دهد که از سال ۱۹۹۴ تا سال ۲۰۱۵ از اینترنت استفاده کرده‌اند.

اگر $f(n)$ درصد استفاده کنندگان از اینترنت در سال n اُم باشد، در چه سالی تقریباً ۲۰ درصد جمعیت جهان از اینترنت استفاده کرده‌اند؟



- (۱) ۲۰۰۵
- (۲) ۲۰۰۶
- (۳) ۲۰۰۷
- (۴) ۲۰۰۸

سوال ۴۲۸: نمودار میله‌ای بارش باران در ۴ فصل سال گذشته، به صورت زیر است تابع مدل نمودار، کدام است؟



$$f(n) = \begin{cases} 40 - 10n & n = 1, 2 \\ 20n & n = 3, 4 \end{cases} \quad (۲) \quad f(n) = \begin{cases} 40n - 10 & n = 1, 2 \\ 20n & n = 3, 4 \end{cases} \quad (۱)$$

$$f(n) = \begin{cases} 20n + 10 & n = 1, 2 \\ 30n + 30 & n = 3, 4 \end{cases} \quad (۴) \quad f(n) = \begin{cases} 20n & n = 1, 2 \\ 20n & n = 3, 4 \end{cases} \quad (۳)$$

پاسخ:

نکته: بسیاری از مسائل دنیای واقعی را می‌توان به کمک یک ضابطه یک تابع، مدل سازی کرد.

با توجه به اطلاعات مسئله داریم:

$$\left. \begin{aligned} f(1) &= 20 \\ f(2) &= 20 \\ f(3) &= 60 \\ f(4) &= 80 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{فقط در گزینه ۲ صدق می‌کنند.}$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

دنباله

مدلی از نمایش اعداد حقیقی است که در آن تعدادی عدد حقیقی به دنبال هم قرار می‌گیرند.

$$1, 3, 5, 7, 9, \dots$$

$$4, 7, 10, 13, \dots$$

$$0/2, 0/6, 1/8, 5/4, \dots$$

$$\frac{1}{5}, \frac{1}{25}, \frac{1}{125}, \frac{1}{625}, \dots$$

♦ جمله عمومی دنباله:

ضابطه تابعی که ورودی آن شماره جمله و خروجی آن خود جمله باشد را جمله عمومی دنباله نامیده و با a_n نمایش می‌دهیم.

$$a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n$$

$$\begin{cases} a_n : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \\ a_n = f(n) \end{cases}$$

مثال

$$a_n = 2n ; a_1 = 2, \dots$$

$$a_n = \sqrt{n^2 + 1} ; a_1 = \sqrt{2}, \dots$$

$$a_n = \frac{1}{n} ; a_1 = 1, \dots$$

$$a_n = n^2 - n ; a_1 = 0, \dots$$

مثال

دنباله با جمله عمومی $a_n = 5n + 3$ را در نظر بگیرید.

الف) جمله هشتم را بدست آورید.

ب) جمله چندم برابر ۷۸ است؟

♦ رابطه بازگشتی:

رابطه‌ای است که در آن جمله عمومی دنباله بر حسب جمله قبلی نوشته می‌شود و اغلب جملات اول یا دوم آن مشخص است.

$$1, 3, 9, 27, \dots$$

$$۱) a_n = 3^{n-1}$$

$$۲) \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = 3a_{n-1} \end{cases}$$

$$۳) \begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = 3a_n - 1 \end{cases}$$

$$۴) \begin{cases} a_1 = 1, a_2 = 2 \\ a_{n+1} = a_n + 2a_{n-1} \end{cases}$$

$$۵) \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = a_{n-1} + 2n - 1 \end{cases}$$

مثال

در دنباله بازگشتی زیر جمله پنجم را حساب کنید.

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = 2a_{n-1} + 1 \end{cases}$$

مثال

پنج جمله اول دنباله بازگشتی زیر را برای $a_1 = 11$ بنویسید.

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{2}a_n & n \text{ زوج} \\ 3a_n + 1 & n \text{ فرد} \end{cases}$$

مثال

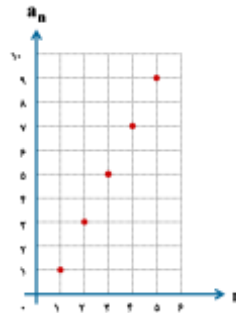
پنج جمله اول دنباله بازگشتی زیر را برای $a_1 = 25$ بنویسید.

$$a_{n+1} = \begin{cases} 3a_n + 1 & n \text{ زوج} \\ \frac{1}{2}a_n & n \text{ فرد} \end{cases}$$

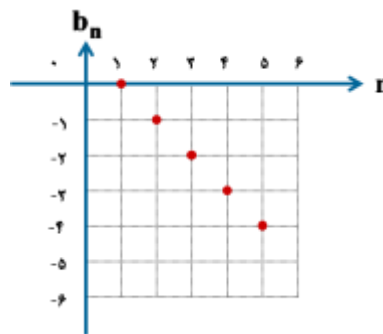
♦ رسم دنباله‌ها:

با توجه به تعریف دنباله به عنوان تابعی با دامنه اعداد طبیعی، نمودار آنها را نیز می‌توان رسم کرد. بدین منظور جملات ابتدایی دنباله را نوشته و نقاط را به صورت (n, a_n) را روی محور مختصات در جهت طول‌های مثبت نمایش می‌دهیم.

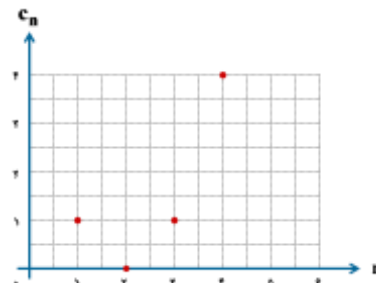
$$a_n = 2n - 1 \quad 1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots$$



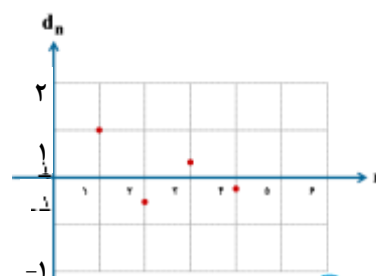
$$b_n = 1 - n \quad 0, -1, -2, -3, -4, \dots$$



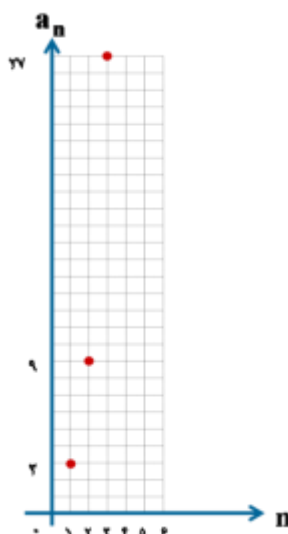
$$c_n = (n - 2)^2 \quad 1, 0, 1, 4, \dots$$



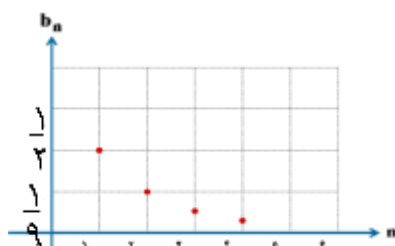
$$d_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n} \quad 1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \dots$$



$$e_n = 3^n \quad 3, 9, 27, 81, \dots$$



$$f_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n \quad \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}, \dots$$



مثال

برای هر یک از دنباله‌های زیر، فرم بازگشتی نوشته و نمودار آنها را رسم کنید:

$$a_n = 3^{3-n}$$

$$a_n = 2n + 1$$

$$a_n = 2n + 2$$

مثال

نمودار دنباله زیر را برای $n \leq 5$ رسم کنید:

$$a_{n+1} = \frac{1}{a_n}, \quad a_1 = 2$$

مثال

نمودار دنباله زیر را برای پنج جمله اول رسم کنید:

$$a_n = \begin{cases} 1 & n \text{ زوج} \\ \frac{1}{n} & n \text{ فرد} \end{cases}$$

تست دنباله و رسم دنباله‌ها

تست ۴۲۹ در دنباله $a_n = n^2 - 2n$ جمله پنجم کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) صفر

تست ۴۳۰ در دنباله $a_n = 5 - 3n$ جمله چندم برابر ۲۸- است؟

- (۱) نهم (۲) دهم (۳) یازدهم (۴) دوازدهم

تست ۴۳۱ در دنباله زیر اختلاف جمله هفتم و دهم کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۶ (۳) ۵۱ (۴) ۷۶
- $$a_n = \begin{cases} n^2 - 2 & n \text{ فرد} \\ 3n + 1 & n \text{ زوج} \end{cases}$$

تست ۴۳۲ در دنباله بازگشتی $a_{n+1} = \frac{1}{3}a_n$ اگر $a_1 = 81$ باشد، جمله چهارم کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۹ (۴) $\frac{1}{9}$

تست ۴۳۳ در دنباله بازگشتی $a_{n+1} = a_n + 5$ اگر $a_1 = 2$ باشد، حاصل $a_{13} - a_{12}$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۲۵ (۴) ۵

تست ۴۳۴ در دنباله اعداد $a_{n+1} = a_n + 2n + 1$, $a_1 = 1$ جمله بیست و سوم کدام است؟

- (۱) ۵۷۶ (۲) ۲۸۴ (۳) ۵۱۷ (۴) ۵۲۹

تست ۴۳۵ در دنباله $a_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$ حاصل $a_7 - a_4$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{81}$ (۲) $-\frac{2}{81}$ (۳) $\frac{8}{81}$ (۴) $-\frac{8}{81}$

تست ۴۳۶ رابطه بازگشتی مربوط به دنباله $a_n = 3n + 2$ کدام است؟

- (۱) $a_{n+1} = a_n + 2$, $a_1 = 5$ (۲) $a_{n+1} = a_n + 3$, $a_1 = 5$
(۳) $a_{n+1} = 3a_n + 1$, $a_1 = 5$ (۴) $a_{n+1} = 2a_n + 1$, $a_1 = 5$

تست ۴۳۷ در دنباله $a_n = \frac{(-1)^n}{n^2}$ حاصل $a_7 + a_4$ کدام است؟

- (۱) $\frac{13}{36}$ (۲) $\frac{1}{36}$ (۳) $\frac{5}{36}$ (۴) $\frac{11}{36}$

تست ۴۳۸ مجموع ۵ جمله ابتدایی یک دنباله با ضابطه بازگشتی زیر کدام است؟

- (۱) $\frac{4095}{1024}$ (۲) $\frac{1023}{256}$ (۳) $\frac{511}{128}$ (۴) $\frac{127}{32}$
- $$\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_n = \frac{1}{4}a_{n-1} \end{cases}$$

تست ۴۳۹ در دنباله‌ای با جمله n ام a_n , $a_{n+1} = a_n + (n+1)$ و $a_1 = 1$ است. جمله هشتم کدام است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۳۵ (۳) ۳۲ (۴) ۳۸

تست ۴۴۰ کدام جمله دنباله‌های $a_n = 2n^2 + 1$ و $b_n = 4n + 7$ با هم برابر است؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

$$t_n = \frac{(-1)^n}{n-2}$$

سوال ۴۴۱ مجموع جملات سوم و ششم یک دنباله با جمله عمومی مقابل کدام است؟

(۴) ۲

(۳) -۲

(۲) $\frac{3}{4}$

(۱) $-\frac{3}{4}$

$$a_n = \frac{n^2 - 12}{4n}$$

سوال ۴۴۲ کدام جمله دنباله مقابل برابر با یک است؟

(۴) ششم

(۳) پنجم

(۲) چهارم

(۱) دوم

سوال ۴۴۳ در دنباله اعداد $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 1$ جمله دهم کدام است؟

(۴) ۱۰۲۳

(۳) ۱۰۱۵

(۲) ۹۸۷

(۱) ۹۷۹

$$a_n = (-1)^{n+1} \frac{n}{n+1}$$

سوال ۴۴۴ حاصل ضرب ۱۰ جمله اول دنباله با جمله عمومی مقابل کدام است؟

(۴) $-\frac{1}{11}$

(۳) $\frac{1}{11}$

(۲) $-\frac{1}{10}$

(۱) $\frac{1}{10}$

سوال ۴۴۵ اگر F_n جمله n ام یک دنباله باشد، با توجه به تساوی زیر، آنگاه بزرگترین عدد دورقمی این دنباله کدام است؟

$$F_1 = F_2 = 1, F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

(۴) ۹۷

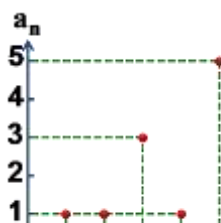
(۳) ۹۳

(۲) ۸۹

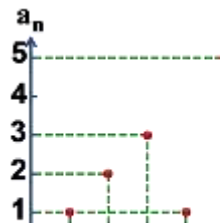
(۱) ۹۱

$$a_n = \begin{cases} 1 & n \text{ زوج} \\ n & n \text{ فرد} \end{cases}$$

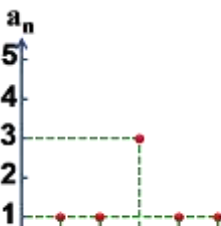
سوال ۴۴۶ نمودار دنباله مقابل کدام است؟



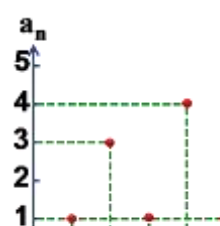
(۲)



(۱)

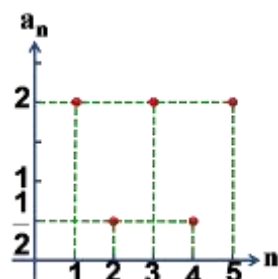


(۴)



(۳)

سوال ۴۴۷ فرمول بازگشتی دنباله نمودار زیر کدام است؟



(۱) $a_1 = 2, a_{n+1} = \frac{1}{a_n}$

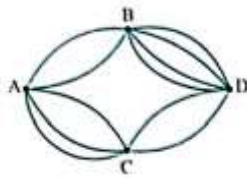
(۲) $a_1 = 2, a_{n+1} = 2a_n$

(۳) $a_1 = 2, a_{n+1} = \frac{2}{a_n}$

(۴) $a_1 = 2, a_{n+1} = a_n - \frac{2}{a_n}$



آزمون دیماه شماره ۱ زمان: ۱۲۰ دقیقه



۱ با توجه به شکل زیر به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر D رفت؟ (۷۵/نمره)

۲ با توجه به ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ به سؤالات زیر پاسخ دهید: (تکرار ارقام در این سؤال مجاز نیست).

(الف) چند عدد چهار رقمی می‌توان نوشت؟ (۵/نمره)

(ب) چند عدد چهار رقمی با یکان ۲ می‌توان نوشت؟ (۵/نمره)

(پ) چند عدد چهار رقمی مضرب ۵ می‌توان نوشت؟ (۷۵/نمره)

۳ روی محیط یک دایره ۱۰ نقطه وجود دارد.

(الف) چند وتر متمایز می‌توان با این نقاط تشکیل داد؟ (۵/نمره)

(ب) چند مثلث متمایز می‌توان با این نقاط تشکیل داد؟ (۵/نمره)

۴ در یک دوره بازی فوتبال بین ۱۶ تیم که بازی‌ها به صورت رفت و برگشت انجام می‌شود اگر تیم‌ها با هم بازی داشته باشند، در پایان دوره چند بازی انجام خواهد شد؟ (۵/نمره)

۵ از بین ۱۰ نفر دانش آموز پایه یازدهم و ۱۵ نفر دانش آموز پایه دوازدهم یک مدرسه:

(الف) به چند طریق می‌توانیم دو نفر انتخاب کنیم؟ (۵/نمره)

(ب) به چند طریق می‌توانیم دو نفر یکی برای امور ورزشی و دیگری برای امور آموزشی انتخاب کنیم؟ (۵/نمره)

(پ) به چند طریق می‌توانیم سه نفر انتخاب کنیم به طوری که دو نفر پایه یازدهم و یک نفر از پایه دوازدهم انتخاب شود؟ (نمره)

۶ سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم اگر «رو» ظاهر شد. آن گاه تاس را می‌ریزیم در غیر این صورت یک بار دیگر سکه را می‌اندازیم.

(الف) فضای نمونه‌این آزمایش تصادفی را با اعضایش مشخص کنید. (۷۵/نمره)

(ب) پیشامد این که عدد ظاهر شده روی تاس فرد یا سکه پشت بیاید را با اعضایش مشخص کنید. (۵/نمره)

۷ اگر A، B و C سه پیشامد از فضای نمونه S باشند پیشامدهای زیر را با نماد مجموعه‌ها نشان داده و سپس نمودار ون آنها را رسم کنید.

(الف) پیشامدهای A و B رخ دهند ولی پیشامد C اتفاق نیفتد. (۷۵/نمره)

(ب) پیشامدهای A یا B رخ دهند ولی پیشامد C اتفاق نیفتد. (۷۵/نمره)

۸ از جعبه‌ای شامل ۷ مهره قرمز و ۵ مهره آبی، سه مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم. مطلوب است احتمال این که:

(الف) هر سه مهره آبی باشد. (۷۵/نمره)

(ب) دو مهره قرمز و یک مهره آبی باشد. (نمره)

(پ) حداقل یک مهره قرمز باشد. (با محاسبه $P(A')$) (۵/نمره)

۹ از خانواده ای دارای ۴ فرزند است:

الف) فضای نمونه جنسیت فرزندان این خانواده دارای چند عضو است؟ (۲۵/نمره)

ب) احتمال این که فرزند سوم و چهارم این خانواده دختر باشد را مشخص کنید (نوشتن اعضای پیشامد الزامی است).

(۷۵/نمره)

۱۰ مشخص کنید در بررسی کدام یک از موارد زیر اندازه نمونه بزرگتری لازم است؟ پاسخ خود را توضیح دهید. (۷۵/نمره)

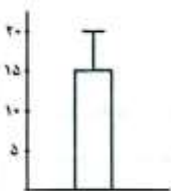
الف) سن دانش آموزان کلاس شما

ب) معدل سال گذشته دانش آموزان کلاس شما

۱۱ کدام شاخص مرکزی و پراکندگی برای توصیف داده‌های زیر مناسب‌تر است؟ دلیل خود را توضیح دهید. (نمره)

۲,۳,۴ / ۵,۳,۲ / ۵,۵,۳,۱,۶,۴,۳

۱۲ با توجه به نمودار زیر، میانگین و انحراف معیار داده‌ها را مشخص کنید. (۵/نمره)



۱۳ هر یک از موارد زیر اجرای نادرست کدام گام است؟

الف) مسئله به صورتی بیان شده است که اجراکنندگان برداشت‌های متفاوتی از اهداف پژوهش دارند. (۲۵/نمره)

ب) اندازه گیری وزن افراد نمونه با دو واحد متفاوت (کیلوگرم و پوند) انجام شده است. (۲۵/نمره)

پ) تمامی داده‌های دورافتاده حذف شده است. (۲۵/نمره)

۱۴ با توجه به دنباله $1, 3, 5, 7, \dots$ به سؤالات زیر پاسخ دهید:

الف) نمودار مختصاتی این دنباله را رسم کنید. (۵/نمره)

ب) نمایش تابعی این دنباله را مشخص کنید. (۵/نمره)

پ) فرمول بازگشتی این دنباله را مشخص کنید. (۵/نمره)

ت) جمله چندم این دنباله برابر ۲۹۹ است؟ (۵/نمره)

۱۵ سه جمله اول هر یک از دنباله‌های زیر را مشخص کنید:

الف) $a_n = 3n + 5$ (۵/نمره)

ب)
$$\begin{cases} a_{n+1} = 3a_n \\ a_1 = 4 \end{cases}$$
 (۵/نمره)

پ) $a_n = \sqrt{n}$ (۵/نمره)

۱۶ دنباله زیر را به صورت دنباله دو ضابطه‌ای نمایش دهید: (۵/نمره)

$$a_{n+1} = \frac{1}{a_n} \quad a_1 = 2$$

آزمون دیمه شماره ۲ زمان ۱۲۰ دقیقه

۱ جاهای خالی را با عبارتهای مناسب کامل کنید.

(الف) بنا بر قرار داد حاصل 0 برابر است. (۲۵/نمره)(ب) به هر عضو از فضای نمونه S یک و به هر زیر مجموعه از آن یک می گویند. (۵/نمره)(پ) اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه، باشند به طوری که $A \cap B \neq \emptyset$ در این صورت دو پیشامد A و B را دو پیشامد می گویند. (۲۵/نمره)

(ت) هر چه پراکندگی متغیر مورد بررسی در جامعه بیشتر باشد به اندازه نمونه نیاز داریم. (۲۵/نمره)

(ث) یک دنباله تابعی است که دامنه آن است. (۲۵/نمره)

۲ در یک رستوران ۵ نوع غذا و ۴ نوع دسر وجود دارد.

(الف) به چند طریق می توان یک نوع غذا و یک نوع دسر سفارش داد؟ (۲۵/نمره)

(ب) به چند طریق میتوان یک نوع غذا یا یک نوع دسر سفارش داد؟ (۲۵/نمره)

۳ با حروف کلمه «علوم» و بدون تکرار حروف: (کلمات بامعنی و بی معنی)

(الف) چند کلمه ۴ حرفی می توان نوشت؟ (۵/نمره)

(ب) چند کلمه ۴ حرفی می توان نوشت که به «م» ختم شوند؟ (۵/نمره)

(پ) چند کلمه ۴ حرفی میتوان نوشت که «ل» و «م» کنار هم باشند؟ (۵/نمره)

۴ مجموعه $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ مفروض است:(الف) مجموعه A چند زیر مجموعه سه عضوی دارد؟ (۵/نمره)(ب) مجموعه A چند زیر مجموعه سه عضوی شامل عضو f دارد؟ (۵/نمره)(پ) مجموعه A چند زیر مجموعه سه عضوی شامل عضو a و فاقد عضو b دارد؟ (۵/نمره)

۵ می خواهیم از بین ۶ نفر کارمند مرد و ۵ نفر کارمند زن یک تیم ۴ نفره بازرسی تشکیل دهیم. مشخص کنید به چند

طریق می توان این تیم را تشکیل داد هرگاه:

(الف) بدون هیچ شرطی این تیم انتخاب شود. (۵/نمره)

(ب) فقط یک نفر مرد در این تیم باشد. (۵/نمره)

(پ) به تعداد مساوی زن و مرد در این تیم حضور داشته باشند. (۵/نمره)

(ت) حداقل ۳ نفر مرد در این تیم حضور داشته باشند. (نمره)

۶ سکه ای را سه بار پرتاب می کنیم:

(الف) فضای نمونه ای این پدیده تضادفی را با اعضایش مشخص کنید. (۵/نمره)

(ب) پیشامد A که سکه بار اول «رو» بیاید را با اعضایش مشخص کنید. (۲۵/نمره)(پ) پیشامد B که سکه بار دوم و سوم «پشت» بیاید را مشخص کنید. (۲۵/نمره)(ت) پیشامدهای $A \cup B$ و $A - B$ را به صورت عبارت کلامی مشخص کنید و اعضایشان را بنویسید. (نمره)

۷ سه کتاب ادبیات A_1, A_2, A_3 و چهار کتاب منطق M_1, M_2, M_3, M_4 را می‌خواهیم به طور تصادفی در یک ردیف کتابخانه بچینیم.

الف) فضای نمونه‌ای این پدیده تصادفی چند عضو دارد؟ (۲۵/نمره)

ب) مطلوب است احتمال این که کتاب‌های ادبیات در کنار هم باشند. (۷۵/نمره)

۸ در یک مهمانی ۵ نفر حضور دارند. مطلوب است احتمال آن که: (محاسبه دقیق جواب‌ها لازم نیست.)

الف) هر ۵ نفر در ماه بهمن متولد شده باشند. (۵/نمره)

ب) هر ۵ نفر در یک ماه خاص متولد شده باشند. (۵/نمره)

پ) تولد هیچ دوتای آنها در یک ماه نباشد. (۵/نمره)

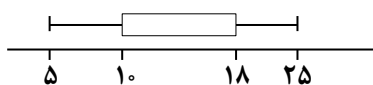
۹ احتمال قبولی پرهام در کنکور ۴۲٪ است. احتمال این که پرهام در کنکور قبول نشود را محاسبه کنید. (۵/نمره)

۱۰ با توجه به گام‌های چرخه آمار در حل مسائل، مشخص کنید توضیح داده شده مربوط به کدام یک از مراحل این چرخه است:

الف) با استفاده از شاخص‌ها، نمودارها و مفاهیمی که آموخته‌ایم نتایج را متناسب با هدف‌های کارمان، نوع متغیرها و ویژگی‌های داده‌ها گزارش می‌کنیم. (۵/نمره)

ب) به تفسیر نتایج به دست آمده می‌پردازیم و پاسخی برای پرسش اصلی پیدا می‌کنیم. (۵/نمره)

۱۱ با توجه به نمودار جعبه‌ای زیر، دامنه تغییرات و دامنه میان چارکی داده‌ها را مشخص کنید. (۱۱/نمره)



۱۲ برای مسئله زیر مشخص کنید نمونه انتخابی مناسب است یا خیر؟ دلیل خود را توضیح دهید. (۷۵/نمره)

مسئله: بررسی میزان رضایت شغلی در بین کارمندان یک کارگاه شبانه روزی

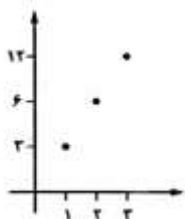
نمونه: انتخاب تصادفی تعدادی از کارمندان شیفت روز

۱۳ با توجه به نمودار مختصاتی دنباله روبه رو به سوالات پاسخ دهید:

الف) جملات این دنباله را مشخص کنید. (۲۵/نمره)

ب) نمایش تابعی این دنباله را بنویسید. (۵/نمره)

پ) فرمول بازگشتی این دنباله را بنویسید. (۵/نمره)



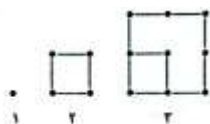
۱۴ اگر $a_n = 5$, $b_n = 1 - (-1)^n$ و $c_n = \frac{1}{n^2}$ در این صورت حاصل $a_n + b_n - c_n$ را به دست آورید. (۷۵/نمره)

۱۵ چهار جمله اول دنباله‌های زیر را مشخص کنید:

الف) $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ $a_1 = a_2 = 2$ (۷۵/نمره)

ب) $a_n = \begin{cases} \frac{1}{n} & \text{زوج } n \\ 2n+1 & \text{فرد } n \end{cases}$ (۵/نمره)

۱۶ با توجه به الگوی مربوط به تعداد رأس‌های هر شکل، به سوالات زیر پاسخ دهید:



الف) نمایش تابعی این دنباله را مشخص کنید (۵/نمره)

ب) فرمول بازگشتی این دنباله را مشخص کنید. (۷۵/نمره)

دنباله حسابی

درس ۲

دنباله حسابی

دنباله‌ای از اعداد که از جمله دوم به بعد هر جمله از جمع جمله قبل با یک مقدار ثابت به دست می‌آید. این مقدار ثابت را با d نمایش داده و اختلاف مشترک دنباله می‌نامیم. اگر جمله اول دنباله حسابی a_1 باشد، خواهیم داشت:

پرسش: جدول زیر را کامل کنید.

فرم بازگشتی	جمله عمومی	پنج جمله اول	اختلاف مشترک	جمله اول
	$a_n = a_1 + (n-1)d$	$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots$	d	a_1
	$a_n = 2 + 3(n-1)$	$2, 5, 8, 11, 14$	3	2
		$4, 1, -2, -5, -8$		
			$-\frac{1}{2}$	4
	$a_n = -3 + 5(n-1)$			

نکات

۱- با داشتن جمله عمومی دنباله حسابی می‌توانیم هر جمله از آن را حساب کنیم و برعکس.

$$a_n = 5n - 3 \quad : a_{21} =$$

$$a_n = 4 - 7n \quad : a_n = -59 \Rightarrow n = ?$$

۲- اگر a, b, c سه جمله متوالی دنباله حسابی باشند آنگاه داریم:

$$2b = a + c \quad \text{یا} \quad b = \frac{a+c}{2}$$

مثال: $4, 10, 16, 22, 28, 34, \dots$

مثال: $x, x+2, 3x+1$ دنباله حسابی $\rightarrow x = ?$

۳- اگر دو جمله a_m, a_n از دنباله حسابی را داشته باشیم به کمک فرمول $d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$ می‌توانیم اختلاف مشترک دنباله و پس از آن جمله اول دنباله را به دست آورده و جمله عمومی دنباله را بنویسیم.

$$a_5 = 12, a_{10} = 47$$

۴- هر دنباله حسابی یک تابع خطی است که شیب خط، همان اختلاف مشترک جملات دنباله یعنی d است.

برعکس هر تابع خطی روی اعداد طبیعی، جملات یک دنباله حسابی را مشخص می‌کند.

$$a_n = 4 - n \Rightarrow$$

$$y = 2x - 1 \Rightarrow$$

معمده آموزشی

نمودار تابع خطی $y = 4 - x$ و دنباله حسابی $a_n = 4 - n$ را رسم کنید.

۵- اگر بین دو عدد a و b تعداد n عدد چنان قرار دهیم که همه $n+2$ عدد تشکیل یک دنباله حسابی بدهند، اختلاف

مشترک این دنباله از رابطه $d = \frac{b-a}{n+1}$ به دست می‌آید.

$۱۲, \square, \square, \square, \dots, \square, ۶۰$
تا ۵

پیش

بین دو عدد ۱۰ و ۱۸ سه عدد چنان قرار دهید که دنباله حسابی تشکیل دهند.

♦ مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی (عددی):

$$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, a_1 + 3d, \dots, a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$$

پیش

مجموع اعداد زیر را حساب کنید:

الف) $-1, 4, 9, \dots \Rightarrow S_{41} = ?$

ب) $a_{n+1} = a_n + 5, a_1 = -2 \Rightarrow S_{10} = ?$

تست دنباله حسابی

ت۴۴۸ اگر سه جمله متوالی یک دنباله حسابی $2k+2, 2k-4, 2k+2$ باشند، مقدار k کدام است؟

(۱) -10 (۲) 10 (۳) -12 (۴) 12

ت۴۴۹ جمله چندم یک دنباله حسابی با جملات $1, 2, 3, \dots, a+1, 4, -4$ برابر عدد ۲۰ است؟

(۱) هشتم (۲) نهم (۳) دهم (۴) یازدهم

ت۴۵۰ اگر در یک دنباله حسابی جمله دوم $\frac{1}{3}$ و جمله سوم $\frac{1}{4}$ باشد، جمله اول این دنباله کدام است؟

(۱) $\frac{5}{12}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{1}{2}$

ت۴۵۱ بین دو عدد ۲ و ۱۲ سه عدد قرار داده‌ایم که با این دو عدد تشکیل دنباله حسابی بدهند، جمله هفتم این دنباله کدام است؟ (جمله اول (۲) می‌باشد.)

(۱) 16 (۲) 17 (۳) $14/5$ (۴) $15/5$

ت۴۵۲ جمله بیستم دنباله حسابی $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{19}$ (۲) $\frac{1}{20}$ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{17}{3}$

ت۴۵۳ در یک دنباله حسابی مجموع چهار جمله اول ۳۶ و جمله ششم ۲۳ است، جمله سیزدهم این دنباله کدام است؟

(۱) 51 (۲) 50 (۳) 48 (۴) 45

ت۴۵۴ در یک دنباله حسابی مجموع دو جمله اول برابر $7/5$ و مجموع جملات سوم و چهارم برابر $5/5$ است، اختلاف مشترک این دنباله کدام است؟

(۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{4}$

ت۴۵۵ بین دو عدد ۱۷ و ۹۳، هجده واسطه حسابی درج کرده‌ایم، واسطه یازدهم کدام است؟ (جملات دنباله را به صورت

افزایشی در نظر بگیرید.)

(۱) 57 (۲) 61 (۳) 65 (۴) 53

تست ۴۵۶ مجموع اعداد ۱۵۱، -۵، -۱۱، -۱۷، -۲۳، کدام است؟

- (۱) ۱۸۱۰ (۲) ۲۶۱۰ (۳) ۳۸۴۰ (۴) ۱۹۲۰

تست ۴۵۷ در یک دنباله حسابی مجموع ۷ جمله اول مساوی ۱۸۲ و جمله هشتم برابر ۵۴ می باشد، جمله اول کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

تست ۴۵۸ در یک دنباله حسابی مجموع جملات سوم و پنجم، دو برابر مجموع جملات اول و دوم است. اگر جمله هفتم دنباله ۸ باشد، اختلاف مشترک این دنباله کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

تست ۴۵۹ مجموع جملات اول و سوم یک دنباله حسابی ۸ و حاصل ضرب جملات دوم و چهارم ۴۰ است. اختلاف مشترک دنباله حسابی کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

تست ۴۶۰ اگر S_n مجموع n جمله اول از دنباله حسابی و سه جمله اول دنباله S_n به صورت $1, \frac{3}{4}, \frac{3}{2}, \dots$ باشد، جمله چهارم این دنباله S_n کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{2}$ (۲) ۴ (۳) $\frac{9}{2}$ (۴) ۵

تست ۴۶۱ در یک دنباله حسابی جمله اول ۲ و $t_7 = 5t_3$ است. مجموع ۱۰ جمله اول این دنباله کدام است؟

- (۱) -۴۵ (۲) -۵۰ (۳) -۶۵ (۴) -۷۰

تست ۴۶۲ در یک دنباله حسابی جمله سوم برابر ۲۰ می باشد. اگر جمله اول ۲ برابر اختلاف مشترک باشد، جمله پانزدهم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۶۵ (۲) ۷۰ (۳) ۷۵ (۴) ۸۰

تست ۴۶۳ در یک دنباله حسابی، جمله هفتم و سیزدهم به ترتیب ۴۶ و ۸۲ می باشند. مجموع ۱۹ جمله اول این دنباله کدام است؟

- (۱) ۱۳۱۶ (۲) ۱۲۱۶ (۳) ۱۳۱۱ (۴) ۱۲۷۶

تمرین

تمرین ۱ با نوشتن جملات رابطه های بازگشتی، مشخص کنید کدام یک دنباله حسابی است:

الف) $a_{n+1} = \frac{1}{a_n} \quad a_1 = 2$

ب) $a_{n+1} = a_n + 5 \quad a_1 = 2$

ج) $a_{n+1} = 5a_n + 1 \quad a_1 = -1$

د) $a_{n+1} - a_n = n$

تمرین ۲ در یک دنباله حسابی، جمله اول برابر ۵- و اختلاف مشترک برابر ۸ است. کدام جمله دنباله برابر ۵۵۵ است؟

تمرین ۳ یازدهمین جمله یک دنباله حسابی ۵۲ و جمله نوزدهم آن ۹۲ است. جمله سی ام این دنباله را مشخص کنید.

۴۰۱ و و ۹ و ۵ و ۱

تمرین ۴ مجموع عددهای مقابل را به دست آورید.

۱۳ و و ۸۱ و ۸۵ و ۸۹

تمرین ۵ مجموع عددهای مقابل را به دست آورید.

کار در کلاس

کار در کلاس ۱ مجموع سی جمله اول اعداد فرد را به دست آورید.

$a_1 = 1 \quad a_n = a_1 + (n-1)d = \dots\dots$

$S_{30} = \dots\dots(a_1 + a_{30})$

فصل سوم

الگوهای غیرخطی

دنباله هندسی

درس ۱

دنباله هندسی

دنباله‌ای از اعداد که از جمله دوم به بعد هر جمله از ضرب جمله قبل در یک مقدار ثابت به دست می‌آید. این مقدار ثابت را با r نمایش داده و نسبت مشترک دنباله می‌نامیم. اگر جمله اول دنباله حسابی a_1 باشد، خواهیم داشت:

مثال

جدول زیر را کامل کنید.

جمله عمومی دنباله	ضابطه بازگشتی	پنج جمله اول	نسبت مشترک	جمله اول
$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$	$a_1, a_{n+1} = r \cdot a_n$	$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots$	r	a_1
$a_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$	$a_{n+1} = \frac{1}{3} a_n$ $a_1 = 1$	$1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}$	$r = \frac{1}{3}$	$a_1 = 1$
			$r = \frac{3}{2}$	$a_1 = \frac{1}{81}$
	$a_{n+1} = \left(-\frac{1}{4}\right) a_n$ $a_1 = 4$		$r = -\frac{1}{2}$	$a_1 = 4$
		$1, \frac{1}{5}, \frac{1}{25}, \frac{1}{125}, \frac{1}{625}$		
$a_n = 100 \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$				

نکات

۱- در هر دنباله هندسی با فرض $a_1 > 0$ $0 < r < 1 \Rightarrow$ دنباله کاهشی $r = 1 \Rightarrow$ دنباله ثابت $r > 1 \Rightarrow$ دنباله افزایشی

۲- با داشتن جمله عمومی دنباله هندسی می‌توانیم هر جمله از آن را حساب کنیم و برعکس:

$$a_n = 5\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$: a_7 = ?$$

$$a_n = 2\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

$$: a_n = \frac{2}{81} \Rightarrow n = ?$$

۳- اگر c, b, a سه جمله متوالی دنباله هندسی باشد، آنگاه داریم:

$$b^2 = ac \quad \text{یا} \quad b = \pm \sqrt{ac}$$

مثال: ۳, ۶, ۱۲, ۲۴, ۴۸, ۹۶, ...

مثال: $x, x+2, x+3 \xrightarrow{\text{دنباله هندسی}} x = ?$

۴- اگر دو جمله a_m و a_n از دنباله هندسی را داشته باشیم، به کمک فرمول $r^{m-n} = \frac{a_m}{a_n}$ می‌توانیم نسبت مشترک دنباله و پس از آن جمله اول دنباله را به دست آورده و جمله عمومی را بنویسیم.

$$a_3 = 27, \quad a_5 = 243$$

۵- اگر بین دو عدد a و b تعداد n عدد چنان قرار دهیم که همه $n+2$ عدد تشکیل دنباله هندسی بدهند، نسبت مشترک

$$\text{این دنباله از رابطه } r^{n+1} = \frac{b}{a} \text{ به دست می‌آید.}$$

$$4, \square, \square, \square, 324$$

مثال

بین دو عدد ۴ و ۱۲۸ چهار عدد چنان قرار دهید که دنباله هندسی تشکیل دهند.

۶- اگر هزینه استهلاک کالایی با قیمت اولیه v_1 در سال r درصد باشد، آنگاه ارزش کالا پس از n سال از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$v_n = v_1 \left(1 - \frac{r}{100}\right)^{n-1}$$

پیش

شخصی یک یخچال فریزر به قیمت ۹۶۰ هزار تومان خریده است. اگر هزینه استهلاک این یخچال هر سال ۱۰ درصد ارزش سال پیش باشد، ارزش یخچال پس از ۴ سال چقدر است؟

♦ مجموع n جمله اول یک دنباله هندسی:

$$a_1, a_1 r, a_1 r^2, a_1 r^3, \dots, a_n = a_1 r^{n-1} \quad S_n = a_1 \times \frac{1-r^n}{1-r}$$

پیش

مجموع عددهای زیر را حساب کنید.

$$\text{الف) } \frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{18}, \frac{1}{54}, \dots \quad S_5 = ?$$

$$\text{ب) } \frac{2}{5}, 2, 10, 50, \dots \quad S_6 = ?$$

تست دنباله هندسی

تست ۴۶۴ در دنباله هندسی $\frac{1}{3}, a, 12, \dots$ اگر تمام جملات دنباله مثبت باشد، نسبت مشترک کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۳۶

تست ۴۶۵ با اضافه کردن یک مقدار ثابت به سه عدد ۲۰، ۵۰ و ۱۰۰ این سه عدد به همین ترتیب تشکیل یک دنباله هندسی می‌دهند. نسبت مشترک این دنباله کدام گزینه است؟

- (۱) $\frac{15}{2}$ (۲) ۵ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{10}{3}$

تست ۴۶۶ در دنباله هندسی با جمله عمومی t_n می‌دانیم $t_5 = 3$ و $t_{11} = 192$ است. اگر نسبت مشترک دنباله، عددی مثبت باشد، جمله هفتم کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴) ۳۹

تست ۴۶۷ در یک دنباله هندسی، جمله سوم برابر ۴ و جمله هشتم نصف جمله ششم است. جمله پانزدهم دنباله چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{7}$ (۳) $\frac{1}{16}$ (۴) $\frac{1}{32}$

تست ۴۶۸ اگر $r = -\frac{1}{4}$ باشد، کدام یک از دنباله‌های زیر، یک دنباله کاهشی است؟

- (۱) $a_n = 2r^{n-1}$ (۲) $a_n = -4r^{n-1}$ (۳) $a_n = 0/1 \times r^{n-1}$ (۴) هیچ کدام

تست ۴۶۹ در یک دنباله هندسی کاهشی، مجموع جملات پنجم و ششم برابر ۲ و تفاضل جمله هفتم از پنجم برابر ۱ است. جمله هفتم آن کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{2}{3}$

تست ۴۷۰ در یک دنباله هندسی با نسبت مشترک مثبت، تفاضل جمله دوم از جمله چهارم برابر ۵ و تفاضل جمله چهارم از جمله ششم برابر ۱۲۵ است. جمله اول کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{24}$ (۲) $\frac{1}{20}$ (۳) ۲۴ (۴) ۱۰

تست ۴۷۱ بین اعداد ۸ و $\frac{81}{4}$ سه واسطه هندسی مثبت درج کرده‌ایم. جمله دوم این دنباله کدام است؟ (جملات دنباله افزایشی هستند.)

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

تست ۴۷۲ مقدار A کدام است؟

$$A = \frac{1}{7} + \frac{1}{14} + \frac{1}{28} + \dots + \frac{1}{7168}$$

- (۱) $\frac{1998}{7168}$ (۲) $\frac{2047}{7168}$ (۳) $\frac{2}{7}$ (۴) $\frac{3}{8}$

تست ۴۷۳ دنباله هندسی $\dots, b, a, 4$ غیرنزولی است. مجموع چند جمله اول آن برابر $\frac{21}{8}$ است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

تست ۴۷۴ هزینه استهلاک یک کالا هر سال معادل A درصد ارزش سال قبل آن است. اگر ارزش اولیه این کالا $۸۰۰/۰۰۰$ تومان و ارزش آن در سال دوم $۶۴۸/۰۰۰$ تومان باشد، جمله عمومی دنباله ارزش سالانه این کالا کدام است؟

(۱) $a_n = ۸۰۰/۰۰۰(۰/۱۹)^{n-1}$ (۲) $a_n = ۸۰۰/۰۰۰(۰/۸)^{n-1}$

(۳) $a_n = ۸۰۰/۰۰۰(۰/۸۱)^{n-1}$ (۴) $a_n = ۸۰۰/۰۰۰(۰/۹)^{n-1}$

تست ۴۷۵ در دنباله هندسی $p, p+۱, p+۳, \dots$ جمله هشتم کدام است؟

(۱) ۱۲۸ (۲) ۶۴ (۳) ۲۵۶ (۴) ۵۱۲

تست ۴۷۶ در یک دنباله هندسی افزایشی، تفاضل جمله‌های پنجم و اول برابر ۹ و مجموع دو جمله پنجم و هفتم برابر ۳۶ می‌باشد. جمله اول کدام است؟

(۱) ۲ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۳ (۴) $\sqrt{3}$

تست ۴۷۷ حاصل $۱+۴+۱۶+\dots+۴۰۹۶$ کدام است؟

(۱) ۶۱۹۰ (۲) ۵۹۱۶ (۳) ۵۴۶۱ (۴) ۶۲۳۶

تست ۴۷۸ اگر هزینه استهلاک یک خودرو هر سال معادل ۱۰ درصد ارزش سال پیش آن باشد و بیشترین کاهش ارزش آن در طی یک سال برابر با ۸ میلیون تومان باشد، ارزش این خودرو در سال سوم به چند میلیون تومان می‌رسد؟

(۱) $۶۴/۸$ (۲) $۵۴/۶$ (۳) $۶۸/۲$ (۴) $۵۶/۲$

تست ۴۷۹ اگر جملات چهارم، ششم و دوازدهم یک دنباله حسابی به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، نسبت مشترک دنباله هندسی کدام است؟

(۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۳

تست ۴۸۰ اعداد ۲^a ، $۴\sqrt{2}$ و ۲^b سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی‌اند، واسطه حسابی بین a و b کدام است؟

(۱) $۲/۵$ (۲) ۲ (۳) $۱/۵$ (۴) $\sqrt{2}$

تست ۴۸۱ در یک دنباله هندسی، مجموع جملات چهارم و پنجم برابر ۷- و مجموع جملات هفتم و هشتم ۵۶ است. مجموع جملات اول و سوم کدام است؟

(۱) -۴ (۲) $-\frac{۳۳}{۸}$ (۳) $-\frac{۱۷}{۴}$ (۴) $-\frac{۳۵}{۸}$



برای خرید نسخه چاپی یا تدریس ویدئویی این جزوه به سایت و یا کانال تلگرامی «آموزشگاه مجازی احمدی» مراجعه کنید.

برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد این جزوات و پکیج‌ها به شماره ۰۹۱۲۳۷۰۸۴۷۶ در تلگرام یا واتساپ و یا به صورت SMS پیام بدهید.



Ahmadi63amoozesh.com

@ahmadi63amoozesh

ریشه n ام و توان گویا

درس ۲

قوانین توان‌ها

$$۱) a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$۲) \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$۳) a^m \times b^m = (ab)^m$$

$$۴) \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$۵) (a^m)^n = a^{mn}$$

$$۶) a^0 = 1$$

$$۷) a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$۸) \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

مثال

$$(-36)^7 \div 9^7 =$$

$$(-4)^3 \times (-5)^3 =$$

$$\left(\frac{4}{7}\right)^5 \div \left(\frac{4}{7}\right)^4 =$$

$$(10^2)^4 =$$

$$(2/1)^6 \times \left(\frac{2}{1}\right)^2 \times \left(2\frac{1}{10}\right)^4 =$$

قوانین ریشه‌گیری

$a \geq 0$	n زوج باشد	$\sqrt[n]{a}$ و $-\sqrt[n]{a}$ ریشه n ام a
	n فرد باشد	$\sqrt[n]{a}$ ریشه n ام a
$a < 0$	n زوج باشد	ریشه ندارد
	n فرد باشد	$\sqrt[n]{a}$ ریشه n ام a

نکته: ریشه n ام عدد مثبت a با $\sqrt[n]{a}$ در حالتی که n زوج باشد تفاوت دارد.

مثال

$$= \text{ریشه چهارم } 81$$

$$\sqrt[4]{81} =$$

نکته: ریشه n ام عدد حقیقی a با $\sqrt[n]{a}$ در حالتی که n فرد باشد یکسان است.

مثال

$$= \text{ریشه پنجم } -32$$

$$\sqrt[5]{-32} =$$

تمرین جدول زیر را کامل کنید.

عدد (a)	۶۴	-۶۴
ریشه چهارم		
$\sqrt[4]{a}$		
ریشه پنجم		
$\sqrt[5]{a}$		
ریشه های ششم		
$\sqrt[6]{a}$		

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a| & n \text{ زوج} \\ a & n \text{ فرد} \end{cases}$$

$$\sqrt[4]{(-3)^4} =$$

$$\sqrt[7]{(-\frac{5}{8})^7} =$$

نکته:

قوانین توان های گویا

$$۱) a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$۳) a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}}$$

$$۲) a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$$

$$۴) a^{\frac{m}{n}} = (a^{\frac{1}{n}})^m = (a^m)^{\frac{1}{n}}$$

مثال

$$۵^{\frac{3}{4}} =$$

$$۶^{\frac{5}{9}} =$$

$$\sqrt[3]{25} =$$

$$۱۲^{-\frac{2}{11}} =$$

$$(0.001)^{\frac{14}{4}} =$$

$$\sqrt[12]{2/7} =$$

نکته: در ریاضیات، $a^{\frac{1}{n}}$ فقط برای $a > 0$ تعریف شده است و برای $a < 0$ تعریف نمی شود یعنی اعدادی مثل $(-2)^{\frac{1}{3}}$ و $(-1)^{\frac{1}{2}}$ معنا ندارند.

$$\sqrt[5]{-8} =$$

$$\sqrt[3]{-2} =$$

مثال

حاصل عبارات زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید:

$$\text{الف) } \left(\frac{a^{-\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{4}}} \right)^{-4} =$$

$$\text{ب) } (m^{\frac{3}{4}} n^{\frac{1}{2}})^2 (m^2 n^3)^{\frac{1}{2}} =$$

مثال

در هر مورد مقدار x را حساب کنید.

الف) $8^x \times 9^5 = 72^5$

ب) $\frac{x^5 \times 15^3}{3^2 \times 3^5 \times 3} = 5^8$

تست ریشه n م و توان گویا

تست ۴۸۲ حاصل عبارت $\frac{10 \times 2^8 + 2^9 + 2^{10}}{4^6 - 3 \times 4^5 + 2^{10}}$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{1}{4}$

تست ۴۸۳ ساده شده عبارت $\frac{2^3 \times 3^{-2}}{2^{-5} \times 3^4} \times \frac{6^7}{8^5}$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۶

تست ۴۸۴ ریشه چهارم $\frac{x^4}{16y^8}$ برابر است با ...

(۱) $\frac{x}{2y^2}$ (۲) $-\frac{x}{2y^2}$ (۳) $\frac{|x|}{2y^2}$ (۴) $|\frac{x}{2y}|$

تست ۴۸۵ چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست هستند؟

الف) $\sqrt[3]{0.027} = \sqrt[3]{0.0081}$ ب) $(\sqrt[4]{-2})^4 = \sqrt[4]{(-2)^4}$

پ) $\sqrt[4]{(-5)^4} = -5$ ت) $\sqrt[3]{-3} \times \sqrt[3]{-9} \times \sqrt[4]{(-3)^4} = 9$

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

تست ۴۸۶ اگر $-1 \leq x < 0$ باشد، حاصل $\sqrt{x^2} + \sqrt[3]{x^3} + \sqrt[6]{x^6} + \sqrt[7]{x^7}$ کدام است؟

(۱) $4x$ (۲) $-4x$ (۳) $2x$ (۴) صفر

تست ۴۸۷ حاصل عبارت مقابل برابر است با:

(۱) ۹ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{3}$

تست ۴۸۸ حاصل عبارت مقابل کدام است؟

(۱) $\frac{10^3}{4}$ (۲) $\frac{79}{3}$ (۳) $\frac{4}{10^3}$ (۴) $\frac{412}{300}$

تست ۴۸۹ در تساوی مقابل مقدار x کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{2}$ یا -2 (۲) $-\frac{1}{2}$ یا ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ یا ۲ (۴) $\frac{1}{2}$ یا -2

تست ۴۹۰ مقدار x در تساوی $\left(\frac{1}{8}\right)^{(x-2)} = 16^{(2x+1)} \times 4$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) صفر

تست ۴۹۱ اگر ساده شده عبارت زیر را به صورت یک عدد تواندار با پایه ۳ بنویسیم، توان این عدد چند است؟ $\frac{\sqrt[3]{9} \times 3^2}{\sqrt{27} \times 81}$

- (۱) $-\frac{17}{6}$ (۲) $\frac{17}{6}$ (۳) $\frac{15}{7}$ (۴) $-\frac{15}{7}$

تست ۴۹۲ اگر $\sqrt[3]{3^{x+5}} \times \sqrt[3]{2^{y+2}} = 6^{x+1}$ باشد، حاصل $x+y$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

تست ۴۹۳ در تساوی $\sqrt[3]{x^2} \div \sqrt[3]{125x} = \frac{1}{\sqrt[3]{25}}$ مقدار x کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) ۵ (۳) ۲۵ (۴) $\frac{25}{2}$

$$\frac{24^{\frac{2}{3}} \times 4^{\frac{7}{2}}}{32^2 \times 27^{\frac{1}{3}} \times 48^{\frac{1}{4}}}$$

تست ۴۹۴ ریشه بیست و سوم عبارت مقابل کدام است؟

- (۱) $\sqrt[12]{6}$ (۲) $\sqrt[12]{2}$ (۳) $\sqrt[12]{3}$ (۴) $\sqrt[12]{3}$

$$9^{x+4} = (36)^3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$$

تست ۴۹۵ از تساوی مقابل، عدد x کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{3}{4}$

$$\left(\frac{1}{25}\right)^{-3} \times (0.8)^4 \times (0.2)$$

تست ۴۹۶ حاصل عبارت مقابل کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) ۵

$$\sqrt[3]{0.36} \times \sqrt[3]{0.36^{\frac{x}{2}}} = \sqrt[3]{0.6^5}$$

تست ۴۹۷ در تساوی مقابل مجموع مقادیر x کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۵

تابع نمایی

درس ۳

تابع نمایی

هر تابع به صورت $y = a^x$ که در آن a یک عدد حقیقی مثبت و مخالف ۱ است، یک تابع نمایی نامیده می‌شود.

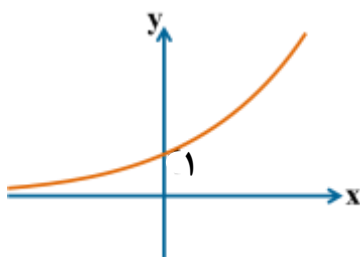
$$\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+ \\ f(x) = a^x \end{cases} \quad a > 0, a \neq 1$$

افزایشی (صعودی) $y = 2^x : \dots, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, 4, 8, \dots$

کاهشی (نزولی) $y = (\frac{1}{2})^x : \dots, 27, 9, 3, 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$

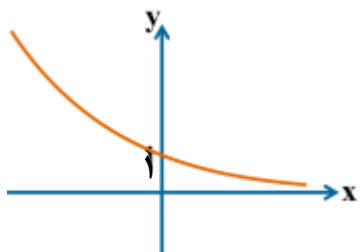
♦ تابع $y = a^x$ در حالت $a > 1$:

با افزایش x ، مقدار y به سرعت افزایش می‌یابد.

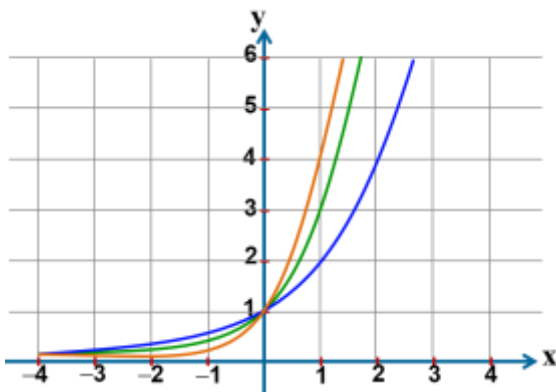


♦ تابع $y = a^x$ در حالت $0 < a < 1$:

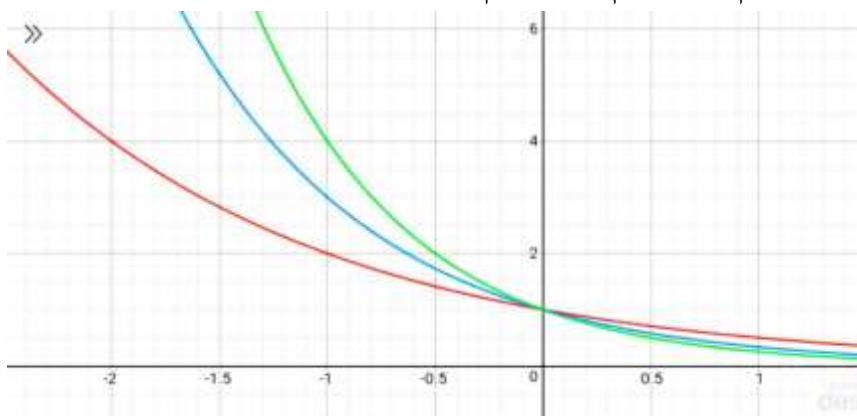
با افزایش x ، مقدار y به سرعت کاهش می‌یابد.



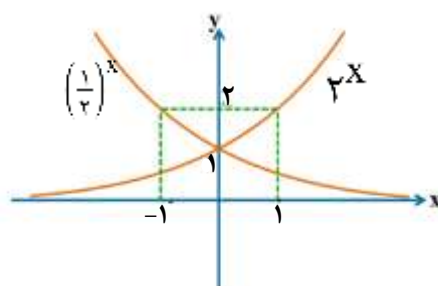
♦ مقایسه نمودار توابع $y = 2^x$ ، $y = 3^x$ و $y = 4^x$:



♦ مقایسه نمودار توابع $y = (\frac{1}{2})^x$ و $y = 2^x$:



♦ مقایسه نمودار توابع $y = 2^x$ و $y = (\frac{1}{2})^x$:



♦ تابع رشد و زوال:

برخی کمیت‌ها در ریاضیات، فیزیک، اقتصاد و دیگر علوم عقلی، افزایش یا کاهش بسیار سریع دارند که این افزایش سریع (رشد) یا کاهش سریع (زوال) بصورت نمایی صورت می‌پذیرد.

الف) تابع رشد نمایی:

$$f(t) = c(1+r)^t$$

زمان t
میزان رشد (برحسب اعشار)
مقدار اولیه c
مقدار نهایی $f(t)$

پیش

جمعیت شهری یک میلیون نفر است. اگر رشد جمعیت به صورت نمایی و با ضریب ثابت ۶ درصد در سال باشد، جمعیت این شهر پس از ده سال چند نفر خواهد بود؟

ب) تابع زوال نمایی:

$$f(t) = c(1-r)^t$$

زمان t
میزان زوال (برحسب اعشار)
مقدار اولیه c
مقدار نهایی $f(t)$

پیش

موش‌های یک شهر که در ابتدا حدود ۲۰/۰۰۰ تا بودند پس از طرح ضربتی وزارت بهداشت با نرخ ۱۲ درصد در سال رو به کاهش گرفتند. تعداد موش‌ها پس از ۵ سال چنداناست؟

تست تابع نمایی

تست ۴۹۸ کدام یک از توابع زیر یک تابع نمایی است؟

(۱) $y = \sqrt[3]{x}$ (۲) $y = (\frac{1}{x})^2$ (۳) $y = x^3$ (۴) $y = (\frac{1}{3})^x$

تست ۴۹۹ به ازای چه مقادیری از a ، تابع $f(x) = (1-2a)^x$ یک تابع نمایی است؟

(۱) $\{a \in \mathbb{R} \mid a < \frac{1}{2}\} - \{0\}$ (۲) $a \in \mathbb{R}$ (۳) $\{a \in \mathbb{R} \mid a < \frac{1}{2}\}$ (۴) $\{a \in \mathbb{R} \mid a > \frac{1}{2}\}$

تست ۵۰۰ در تابع نمایی $f(x) = 2^x$ کدام گزینه صحیح نیست؟

(۱) $f(0) = 1$ (۲) $f(2) = 4$ (۳) $f(-1) = -0.5$ (۴) $f(\frac{1}{2}) = \sqrt{2}$

تست ۵۰۱ در تابع نمایی $f(x) = a^x$ ، اگر $f(-2) = \frac{9}{16}$ حاصل $f(1) + f(-1)$ کدام است؟

(۱) $\frac{7}{12}$ (۲) $\frac{25}{12}$ (۳) $\frac{12}{7}$ (۴) $\frac{12}{25}$

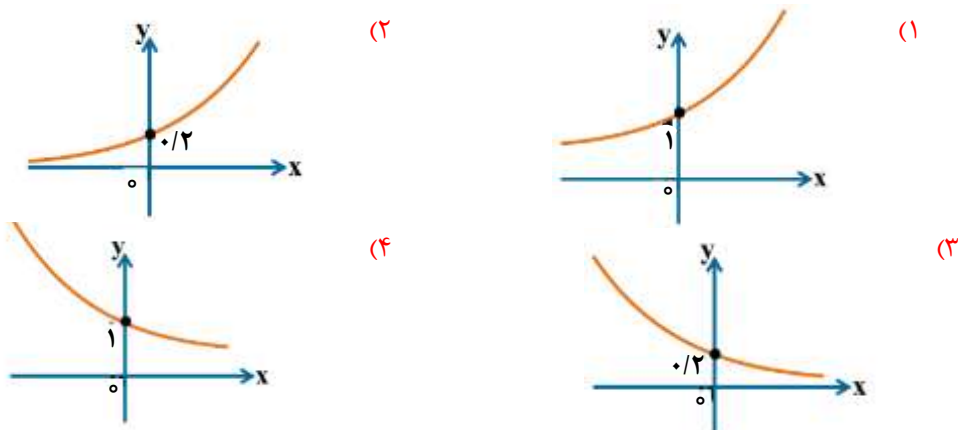
تست ۵۰۲ نمودار تابع $y = (\sqrt{3})^x$ از کدام نواحی محورهای مختصات می‌گذرد؟

(۱) اول و دوم (۲) دوم و سوم (۳) اول و چهارم (۴) اول و سوم

تست ۵۰۳ نمودار تابع $y = 3^x$ شبیه کدام گزینه است؟



تست ۵۰۴ نمودار تابع $f(x) = (0.2)^x$ شبیه کدام گزینه است؟



تست ۵۰۵ نمودار دو تابع $f(x) = x^2$ و $g(x) = 2^x$ به ازای $x > 0$ در دو نقطه متقاطع اند. معادله خطی که از این دو نقطه می‌گذرد، کدام است؟

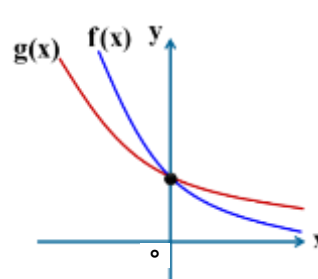
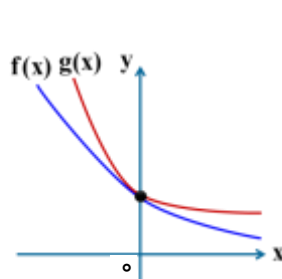
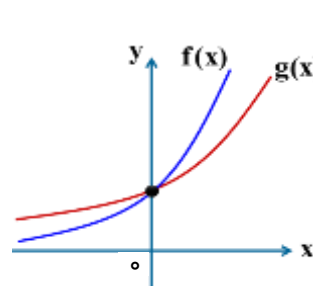
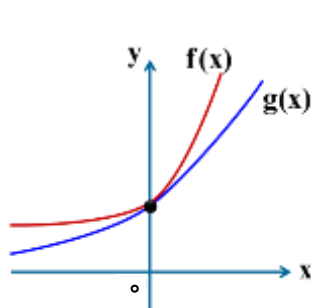
(۴) $y = 8x + 6$

(۳) $y = -6x + 8$

(۲) $y = 6x - 8$

(۱) $y = 6x + 8$

تست ۵۰۶ اگر $a > b > 0$ باشد، کدام گزینه نمودار توابع نمایی $f(x) = a^x$ و $g(x) = b^x$ را در یک دستگاه مختصات به درستی نشان می‌دهد؟



تست ۵۰۷ با توجه به جدول زیر، ضابطه تابع مربوط به آن کدام است؟

x	۲	۴	۵
y	۴	۱۶	۳۲

(۲) $y = 6x - 8$

(۱) $y = x^2$

(۴) $y = 4^x$

(۳) $y = 2^x$

$$f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^x & x \geq 0 \\ 3^x & x < 0 \end{cases}$$

تست ۵۰۸ در تابع مقابل حاصل $f(2) - f(-2)$ کدام است؟

(۴) $\frac{2}{9}$

(۳) صفر

(۲) $\frac{80}{9}$

(۱) $-\frac{80}{9}$

تست ۵۰۹ در تابع نمایی $f(x) = a^x$ اگر $f(1) - f(-1) = \frac{5}{6}$ باشد، حاصل $f(-2)$ کدام است؟

(۴) $\frac{2}{9}$

(۳) $\frac{9}{2}$

(۲) $\frac{4}{9}$

(۱) $\frac{9}{4}$

تست ۵۱۰ اگر جمعیت به طور نمایی با ضریب ثابت ۲ درصد در سال رشد کند، پس از ۵ سال $1/1$ برابر می‌شود. پس از چه

زمانی از زمان اولیه، این جمعیت دو برابر می‌شود؟ $(1/1)^7 = 2$

(۴) ۳۷

(۳) ۳۶

(۲) ۳۵

(۱) ۳۴

تست ۵۱۱ قیمت کالایی ۵۰۰۰ تومان است. با نرخ تورم ثابت سالانه ۲۰ درصد، بعد از چند سال قیمت کالا به ۱۵۰۰۰ تومان

می‌رسد؟ $(1/44)^3 = 3$

(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۳

(۱) ۲

تست ۵۱۲ اگر جمعیت یک کشور به طور نمایی و با ضریب ثابت ۰.۲٪ در سال کاهش پیدا کند، پس از چند سال جمعیت این

کشور ۰.۹ برابر می‌شود؟ $(0.98)^5 \approx 0.9$

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

تست ۵۱۳ جمعیت یک کشور با گذشت ۴۰ سال ۴ برابر شده است. یک جمعیت با همین رشد ثابت با گذشت ۶۰ سال چند

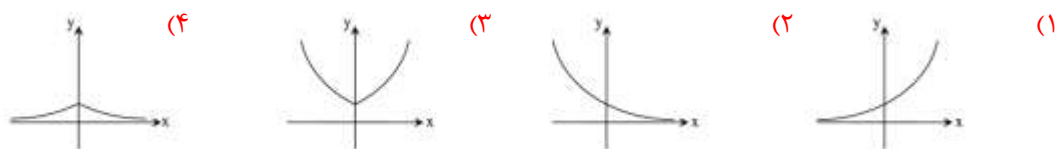
برابر خواهد شد؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۹

تست ۵۱۴ در تابع نمایی $y = (2a - 3)^x$ وقتی x بزرگ می‌شود مقدار y کم می‌شود. حدود a کدام است؟

- (۱) $1/5 < a < 4$ (۲) $1/5 < a < 2$ (۳) $1 < a < 2/5$ (۴) $1 < a < 4$

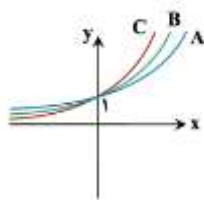
تست ۵۱۵ نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} (\sqrt{2})^x & x \leq 0 \\ (\frac{2}{5})^x & x > 0 \end{cases}$ به کدام صورت است؟



تست ۵۱۶ نمودار توابع $y = 2^x$ و $y = (\frac{1}{3})^x$ در نقطه $A(m, n)$ متقاطع اند. مقدار $m - n$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

تست ۵۱۷ کدام گزینه به ترتیب از راست به چپ، نمودار توابع $f(x) = 7^x$ ، $g(x) = 3^x$ و $h(x) = 4^x$ را در شکل مقابل



نمایش می‌دهد؟

- (۱) A و C ، B (۲) A ، C و B (۳) C و B ، A (۴) A و B ، C

تست ۵۱۸ چه تعداد از گزاره های زیر نادرست است؟

الف) دامنه تابع نمایی $y = a^x$ مجموعه اعداد حقیقی است.

ب) تابع نمایی $y = a^x$ به ازای $a = -1/0$ یک تابع کاهشی است.

پ) برد تابع نمایی $f(x) = a^x$ عبارت است از: $R_f = R$

ت) تابع $y = (\sqrt{2})^x$ یک تابع افزایشی است.

ث) نمودار تابع $y = (\sqrt{10})^x$ در ناحیه دوم صفحه مختصات، بالاتر از نمودار تابع $y = 3^x$ قرار دارد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

تست ۵۱۹ نمودار تابع $f(x) = \frac{3^x + 9^x}{9^x + 27^x}$ از کدام نواحی می‌گذرد؟

- (۱) اول و دوم (۲) دوم و چهارم (۳) اول و چهارم (۴) دوم و سوم

تست ۵۲۰ جمعیت کشوری امسال ۲۵,۰۰۰,۰۰۰ نفر است. اگر رشد جمعیت به صورت نمایی و با ضریب ثابت

۲۰ درصد در سال باشد، جمعیت این کشور ۳ سال بعد چند نفر است؟

- (۱) ۴۱,۰۰۰,۰۰۰ (۲) ۴۲,۵۰۰,۰۰۰ (۳) ۴۲,۸۷۵,۰۰۰ (۴) ۴۳,۲۰۰,۰۰۰

امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۱ (شماره ۱) زمان: ۱۲۰ دقیقه

۱ جاهای خالی را با عبارات مناسب تکمیل کنید. (۱ نمره)

(الف) اگر در داده‌ها داده دورافتاده داشته باشیم، معیار پراکندگی مناسب است.

(ب) داده‌ها را گردآوری می‌کنیم و تا حد ممکن از درستی آن‌ها مطمئن می‌شویم، گام چرخه آمار است.

(پ) در دنباله $....., -9, -4, -1$ ضابطه این دنباله می‌باشد.

(ت) جمله چهارم دنباله $a_n = \frac{1}{2}n - \frac{5}{2}$ ، برابر می‌باشد.

۲ مجموعه هشت عضو $\{1, 2, 3, ..., 8\}$ ، چند زیر مجموعه سه عضوی دارد؟ (۱ نمره)

۳ تاسی را پرتاب می‌کنیم، پیشامدهای زیر را مشخص کنید. (۱ نمره)

(الف) پیشامد اینکه عدد رو شده زوج و اول باشد.

(ب) پیشامد اینکه عدد رو شده اول باشد ولی زوج نباشد.

۴ از جعبه‌ای که شامل ۹ سیب سالم و ۲ سیب لکه دار است، ۴ سیب را به طور تصادفی برمی‌داریم. مطلوب است محاسبه احتمال اینکه سه سیب سالم و یک سیب لکه‌دار باشد. (۱ نمره)

۵ خانواده‌ای دارای ۲ فرزند است. (۱/۵ نمره)

(الف) فضای نمونه‌ای برای ترکیب جنسیت فرزندان این خانواده بنویسید.

(ب) احتمال آنکه هر دو فرزند از یک جنس باشد را به دست آورید.

(پ) احتمال آنکه حداکثر یک فرزند پسر باشد را به دست آورید.

۶ با توجه به دنباله‌های $b_n = (-\frac{1}{2})^{n-1}$, $c_n = \frac{1}{3n-1}$ حاصل عبارت $d_n = n^2 + 1$ را به دست آورید. (۱/۵ نمره)

۷ مجموع سی جمله اول اعداد فرد را به دست آورید. (۱/۵ نمره)

۸ یازدهمین جمله یک دنباله حسابی برابر ۵۲ و جمله نوزدهم آن برابر ۹۲ است. جمله بیست و ششم این دنباله حسابی را به دست آورید. (۲ نمره)

$$1, \frac{1}{5}, \frac{1}{25}, \dots$$

۹ با توجه به دنباله روبرو به سؤالات زیر پاسخ دهید. (۲ نمره)

(الف) نوع دنباله را مشخص کنید.

(ب) ضابطه بازگشتی دنباله را بنویسید.

(پ) جمله عمومی دنباله را بنویسید.

(ت) جمله یازدهم این دنباله را بنویسید.

۱۰ در یک دنباله هندسی جمله اول ۱۵۳۶ و نسبت مشترک دنباله $\frac{1}{4}$ است. (۲ نمره)

(الف) چندمین جمله دنباله برابر ۶ می باشد؟

(ب) مجموع ده جمله اول این دنباله را به دست آورید.

۱۱ عبارت توان دار را به صورت رادیکالی و عبارت رادیکالی را به صورت توان دار بنویسید. (۱ نمره)

(الف) $(\frac{0}{31})^{\frac{1}{2}}$

(ب) $\sqrt[3]{47}$

۱۲ حاصل عبارت های زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید. (m و n اعداد حقیقی مثبت اند). (۲ نمره)

(الف) $(m^{\frac{3}{4}}n^{\frac{1}{2}})^2(m^2n^3)^{\frac{1}{2}}$

(ب) $8^{\frac{2}{7}} \times (\frac{3}{7})^{\frac{2}{7}}$

۱۳ نمودار مختصاتی تابع نمایی $y = 3^x$ را رسم کنید. (۱ نمره)

۱۴ جمعیت یک روستا، در سال ۱۳۹۶ حدود دو هزار نفر برآورد شده است. اگر رشد جمعیت این روستا با نرخ یک درصد

در حال کاهش باشد، جمعیت آن در سال ۱۳۹۸ چند نفر خواهد بود؟ (۱/۵ نمره)

امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۰ (شماره ۲) زمان: ۱۲۰ دقیقه

- ۱) جاهای خالی را با عبارات مناسب تکمیل کنید. (۱/۵ نمره)
- (الف) برای عدد صفر، فاکتوریل را به صورت $0!$ تعریف می‌کنیم.
- (ب) اگر عملی طی دو مرحله اول و دوم انجام شود، به طوری که در مرحله اول به m طریق و در مرحله دوم هر کدام از این m طریق به n روش انجام پذیر باشند، در کل آن عمل به طریق انجام پذیر است.
- (پ) تعداد جایگشت‌های n تایی از n شی برابر با است.
- (ت) اگر داده‌های دور افتاده داشته باشیم از نمودار استفاده می‌کنیم.
- (ث) اگر پیشامد A حتمی باشد، احتمال آن برابر با است.
- (ج) هر گاه A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، به طوری که در این صورت پیشامدهای A و B را ناسازگار می‌گوییم.

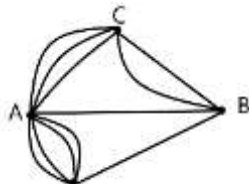
- ۲) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید. (۱ نمره)
- (الف) وقتی داده دور افتاده داریم، میانه معیار مناسبی برای توصیف داده‌ها می‌باشد.
- (ب) برای توصیف داده‌های کمی گزارش درصد باید همیشه با گزارش تعداد برابر باشد.
- (پ) مرتب کردن داده‌ها در گام دوم چرخه آمار اتفاق می‌افتد.
- (ت) طرح یک پرسش دقیق و شفاف مهمترین گام رسیدن به پاسخ است که در مرحله بیان مسئله می‌گیرد.

- ۳) گزینه صحیح را انتخاب کنید. (۱ نمره)

(الف) حاصل $\frac{6!}{3!}$ کدام است؟

- | | | | |
|--------|---------|--------|--------|
| ۳۵ (۴) | ۱۲۰ (۳) | ۳۰ (۲) | ۲۰ (۱) |
|--------|---------|--------|--------|
- (ب) روش نمونه‌گیری مربوط به کدام مرحله چرخه آمار است؟
- | | | | |
|-----------------------|----------------|----------------------|-------------------|
| (۴) طرح و برنامه‌ریزی | (۲) بیان مسأله | (۳) بحث و نتیجه‌گیری | (۴) تحلیل داده‌ها |
|-----------------------|----------------|----------------------|-------------------|
- (پ) با ۸ نقطه متمایز واقع بر محیط دایره چند مثلث می‌توان تشکیل داد؟
- | | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| ۴۲ (۱) | ۱۵ (۲) | ۲۰ (۳) | ۵۶ (۴) |
|--------|--------|--------|--------|
- (ت) حاصل عبارت $p(2,2)$ کدام است؟
- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| ۱ (۱) | ۲ (۲) | ۲ (۳) | ۴ (۴) |
|-------|-------|-------|-------|

- ۴) بین چهار شهر A و B و C و D مطابق شکل زیر راه‌هایی وجود دارد. مشخص کنید به چند طریق می‌توان از شهر C و بدون عبور از شهر B به شهر D مسافرت کرد؟ (۰/۷۵ نمره)



- ۵) از بین ۲ دانش آموز رشته ریاضی و ۳ دانش آموز رشته تجربی و ۲ دانش آموز رشته انسانی، ۳ دانش آموز را به تصادف برای اردوی مشهد انتخاب می‌کنیم. چقدر احتمال دارد از هر رشته یک دانش آموز انتخاب شود؟ (۰/۷۵ نمره)

۶ جدول زیر را کامل کنید. (۱/۵ نمره)

ضابطه دنباله	فرمول بازگشتی	۴ جمله اول دنباله
$a_n = 2n + 1$		

۷ با توجه به دنباله‌های $a_n = 2^{2n+1}$, $b_n = \frac{15}{n+1}$, $c_n = (\frac{1}{4})^{n-2}$ حاصل عبارت $a_1 - b_4 + c_2$ را به دست آورید. (۱ نمره)

۸ در یک دنباله حسابی جمله اول ۱۷- و جمله دهم برابر ۱۰ است. جمله عمومی این دنباله را به دست آورید. (۱ نمره)

۹ در دنباله حسابی زیر، مجموع ۱۶ جمله اول را به دست آورید. (۱ نمره)

۱۱, ۸, ۵,

۱۰ کدامیک از جملات عمومی زیر مربوط به دنباله حسابی است؟ اختلاف مشترک آن را به دست آورید. (۱ نمره)

الف) $a_n = n(n-1)$

ب) $b_n = 3(n-2)$

۱۱ به کمک رابطه بازگشتی $a_{n+1} = \frac{2}{3}a_n$, $a_1 = \frac{1}{3}$ (۱/۵ نمره)

الف) سه جمله اول دنباله را بنویسید.

ب) جمله عمومی و نسبت مشترک آن را به دست آورید.

۱۲ نخستین جمله یک دنباله هندسی ۹۶ و نسبت مشترک این دنباله ۲ می‌باشد، کدام جمله دنباله برابر ۷۶۸ است؟

(۱/۵ نمره)

۱۳ عبارت توان‌دار را به صورت رادیکالی و عبارت رادیکالی را به صورت توان دار بنویسید. (۲ نمره)

الف) $4^{\frac{1}{3}}$

ب) $(\frac{0}{8})^{\frac{2}{9}}$

پ) $\sqrt[5]{(21)^4}$

ت) $\sqrt[3]{(0/47)^3}$

۱۴ در هر یک از تساوی‌های زیر مقدار x را مشخص کنید. (۱/۵ نمره)

الف) $8^4 \times 9^x = 72^4$

ب) $(5^x)^6 = \frac{1}{5^2}$

پ) $(0/6) \times (0/6)^x \times (0/6)^3 = (0/6)^8$

۱۵ حاصل هر یک از عبارت‌های زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید. (۱ نمره)

الف) $(\frac{a^2}{1})^4 \cdot \frac{1}{a^4}$

ب) $5^{\frac{1}{3}} \times 5^{\frac{-1}{3}}$

۱۶ نمودار مختصاتی تابع نمایی $y = 3^x$ را رسم کنید. (۱ نمره)

۱۷ پدر سارا قصد دارد مبلغ ۲۰ میلیون تومان را برای هزینه دانشگاه دخترش در بانکی سپرده‌گذاری کند. این بانک سالانه

۲۰٪ سود به سپرده‌ها پرداخت می‌کند. پدر سارا بعد از ۲ سال چه مبلغی را می‌تواند دریافت کند؟ (۱ نمره)

امتحان نهایی دیماه ۱۴۰۱ (شماره ۳) زمان: ۱۲۰ دقیقه

۱ درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید. (۱ نمره)

(الف) حاصل $\frac{8!}{4!}$ برابر ۲! است.

(ب) احتمال رو شدن عدد ۷ در پرتاب یک تاس برابر صفر است.

(پ) در دنباله‌ی $a_{n+1} = a_n + 3$ ، اگر جمله پنجم ۱۷ باشد، جمله ششم آن ۲۳ است.

(ت) نمایش $\sqrt[3]{-7}$ را به صورت $\frac{1}{3}(-7)$ می‌توان نوشت.

۲ گزینه صحیح را انتخاب کنید. (۰/۷۵ نمره)

(الف) فضای نمونه برای ترکیب جنسیت فرزندان خانواده‌ای با ۳ فرزند، چند عضو دارد؟

(۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۲

(ب) احتمال اینکه فردا بارانی باشد، ۰/۰۱ است. احتمال اینکه فردا بارانی نباشد، چقدر است؟

(۱) ۰/۰۹ (۲) ۰/۱ (۳) ۰/۹ (۴) ۰/۹۹

(پ) تفسیر نتایج به‌دست آمده، کدام گام در چرخه حل مسائل آماری است؟

(۱) بیان مسئله (۲) گردآوری داده‌ها (۳) تحلیل داده‌ها (۴) بحث و نتیجه‌گیری

۳ مسئله‌ای طرح کنید که پاسخ آن به صورت $\left(\frac{5}{3}\right)$ باشد. (۰/۵ نمره)

۴ کدام یک از پدیده‌های زیر تصادفی و کدام یک قطعی است؟ (۰/۵ نمره)

(الف) مشاهده عدد ۳ در پرتاب یک تاس که روی هر شش وجه آن، عدد ۳ حک شده باشد.

(ب) نتیجه یک آزمون چهارگزینه‌ای که نیمی از سؤالات آن را شانس پاسخ داده‌ایم.

۵ از بین ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه، به تصادف ۲ مهره انتخاب می‌کنیم. احتمال این را که هر دو مهره سفید باشد،

محاسبه کنید. (۱/۵ نمره)

۶ داده‌های زیر، میزان حقوق ماهیانه (برحسب میلیون تومان) کارمندان یک شرکت خصوصی را نشان می‌دهد:

۸, ۶, ۶, ۵, ۱۱, ۲۰, ۹, ۸, ۳۵, ۱۲, ۱۰ (۱/۲۵ نمره)

(الف) دامنه تغییرات و میانه داده‌های بالا را به دست آورید.

(ب) آیا میانه معیار گرایش به مرکز مناسبی برای توصیف این داده‌ها است؟ چرا؟

۷ (الف) چهار جمله اول دنباله $a_n = 3n + 2$ را بنویسید. (۱/۷۵ نمره)

(ب) رابطه بازگشتی دنباله ۵, ۱۱, ۱۷, ... را بنویسید.

۸ در یک دنباله حسابی، جمله اول ۵ و اختلاف مشترک برابر ۷ است. (۲ نمره)

(الف) جمله یازدهم این دنباله را به دست آورید.

(ب) کدام جمله دنباله، برابر ۹۶ است؟

۹ در دنباله حسابی $3, 7, 11, 15, \dots$ مجموع بیست جمله اول این دنباله را به دست آورید. (۱/۵ نمره)

۱۰ کدام یک از دنباله‌های زیر هندسی است؟ در صورت مثبت بودن جواب، نسبت مشترک را به دست آورید. (۱ نمره)

(الف) $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}, \dots$ (ب) $1, 4, 9, 16, \dots$

۱۱ جمله دوم یک دنباله هندسی، ۶ و جمله پنجم همین دنباله، ۴۸ است. (۲ نمره)

(الف) نسبت مشترک این دنباله را پیدا کنید.

(ب) جمله هفتم این دنباله را بنویسید.

۱۲ عبارت توان دار را به صورت رادیکالی و عبارت رادیکالی را به صورت توان دار بنویسید. (۱ نمره)

(الف) $\sqrt[5]{12^3}$ (ب) $\sqrt[7]{(0/24)^2}$

۱۳ در تساوی $8^x \times 8^3 = 8^{10}$ مقدار x را مشخص کنید. (۱ نمره)

۱۴ حاصل هر یک از عبارت‌های زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید. (۱/۵ نمره)

(الف) $(15^6)^{\frac{1}{2}}$ (ب) $4^{\frac{2}{3}} \div 4^{\frac{1}{3}}$ (ب) $115^{\frac{2}{2}} \times 65^{\frac{2}{2}}$

۱۵ تابع‌نمایی $y = 2^x$ را در نظر بگیرید: (۱/۵ نمره)

(الف) جدول مقابل را کامل کنید.

x	-1	0	1
$y = 2^x$			

(ب) نمودار مختصاتی $y = 2^x$ را رسم کنید.

۱۶ جمعیت شهری در سال ۱۴۰۰ شمسی، حدود دو میلیون نفر برآورد شده است. اگر رشد جمعیت این شهر به صورت

نمایی و با ضریب ثابت ۱۰ درصد در حال افزایش باشد، جمعیت این شهر در سال ۱۴۰۱ چند نفر خواهد بود؟ (۱/۲۵ نمره)

امتحان نهایی دیماه ۱۴۰۰ (شماره ۴) زمان: ۱۲۰ دقیقه

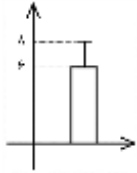
۱ درست‌ی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید. (۱ نمره)

(الف) در گام پنجم چرخه آمار، نتایج به‌دست‌آمده را تفسیر می‌کنیم و پاسخی برای پرسش اصلی پیدا می‌کنیم.

(ب) اختلاف مشترک در دنباله اعداد $2, 5, 8, 12, \dots$ برابر ۳ است.

(پ) نمودار $y = 3^{-x}$ ، نموداری کاهشی است.

(ت) در شکل مقابل انحراف معیار و میانگین به ترتیب ۶ و ۸ است.



۲ جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید. (۱ نمره)

(الف) اگر داده‌ها برابر باشند دامنه تغییرات آن‌ها می‌شود.

(ب) تعداد جایگشت‌های مختلف ۴ کتاب متمایز می‌باشد.

(پ) مجموعه تهی را پیشامد می‌نامند.

(ت) ریشه سوم عدد $1000 -$ برابر است.

۳ با ارقام $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ و بدون تکرار ارقام، چند عدد ۳ رقمی زوج می‌توان نوشت؟ (۱/۲۵ نمره)

۴ مجموعه $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ را در نظر بگیرید: (۱/۲۵ نمره)

(الف) A چند زیرمجموعه ۳ عضوی دارد؟

(ب) A چند زیرمجموعه ۴ عضوی شامل دو عضو b, c دارد؟

۵ دو تاس را باهم پرتاب می‌کنیم، A را پیشامد آنکه اعداد آمده از دو تاس یکسان باشند و B را پیشامد آنکه مجموع

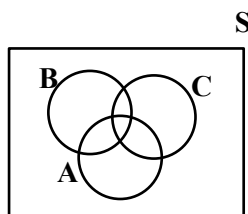
اعداد آمده از دو تاس مساوی ۸ باشند، در نظر می‌گیریم: (۱/۵ نمره)

(الف) پیشامدهای A و B را مشخص کنید.

(ب) آیا A و B ناسازگارند؟ چرا؟

۶ از جعبه‌ای که شامل ۵ مهره آبی و ۷ مهره قرمز است، ۳ مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن را حساب کنید

که حداکثر ۲ مهره از مهره‌های انتخاب‌شده، قرمز باشند. (۱/۵ نمره)



۷ اگر A, B, C سه پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند،

پیشامد آنکه " A یا C رخ دهد ولی B رخ ندهد" را در شکل مقابل سایه بزنید. (۰/۵ نمره)

۸ درصد قبولی دانش آموزان دو مدرسه A, B در درس ریاضی، به ترتیب ۶۵ درصد و ۸۰ درصد بوده است. تعداد قبولی

دانش آموزان کدام مدرسه بیشتر است؟ چرا؟ (۰/۷۵ نمره)

۹ اگر ضابطه تابعی (جمله عمومی) دنباله‌ای $a_n = 2n - 1$ باشد: (۲/۲۵)

الف) جمله اول دنباله را بنویسید.

ب) رابطه‌ی بازگشتی دنباله را مشخص کنید.

ج) نمودار دنباله را برای ۳ جمله اول رسم کنید.

۱۰ جمله اول یک دنباله حسابی ۵ و جمله دهم آن ۳۲ است: (۲ نمره)

الف) اختلاف مشترک را بیابید. ب) مجموع ۲۰ جمله اول آن را به دست آورید.

۱۱ با توجه به دنباله‌های $a_n = \frac{2n-1}{n+1}$, $b_n = 2n^2 + 1$, $c_n = \left(\frac{-1}{3}\right)^{n-1}$ حاصل عبارت $b_3 - a_2 + c_3$ را بیابید. (۱ نمره)

۱۲ اگر $x-1, x, x+3$ سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، مقدار x را به دست آورید. (۱ نمره)

۱۳ با توجه به دنباله هندسی $\frac{1}{27}, \frac{1}{9}, \frac{1}{3}, \dots$ حاصل $\frac{a_8}{a_3}$ را به دست آورید. (۱ نمره)

۱۴ مقدار x را در تساوی زیر به دست آورید. (۱ نمره)

$$\frac{x^6 \times 14^2}{2 \times 2^4 \times 2^3} = 7^8$$

۱۵ عدد توان دار را به صورت رادیکالی و عدد رادیکالی را به صورت عدد توان دار بنویسید. (۱ نمره)

الف) $13^{\frac{5}{8}}$

ب) $\sqrt[3]{17^2}$

۱۶

الف) به کمک جدول، تابع $y = 2^x$ را رسم کنید.

ب) مقدار تقریبی $2^{\frac{3}{2}}$ را از روی نمودار الف به دست آورید. (۱/۲۵)

۱۷ جمعیت کشوری در پایان سال ۲۰۲۲ میلادی حدود ۴۰ میلیون نفر برآورد شده است. اگر رشد جمعیت این کشور با نرخ

یک درصد در حال کاهش باشد، جمعیت آن کشور در پایان سال ۲۰۲۴ چند نفر خواهد بود؟ (۰/۷۵)

کنکور سراسری تیر ۱۳۹۸ - داخل کشور

۵۲۱ حاصل عبارت بامعنی $\frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1} + \frac{x - 1}{2x} - \frac{2x + 1}{2x - 1}$ به صورت $\frac{P(x)}{4x^2 - 1}$ است. $P(x)$ کدام است؟
 (۱) $-8x$ (۲) $-4x$ (۳) $-4x + 1$ (۴) $2x - 3$

۵۲۲ به ازای کدام مقدار a ، معادله $\frac{x - 2}{ax - 5} = \frac{a + 2}{x - 1} - 1$ دارای جواب $x = 3$ است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) 1 (۴) $-\frac{2}{3}$

۵۲۳ اگر رابطه $\{(3, a + 2b), (5, 4), (7, 2), (3, 7), (5, 2a - b)\}$ یک تابع باشد، $a^2 - b^2$ کدام است؟
 (۱) 3 (۲) 4 (۳) 5 (۴) 6

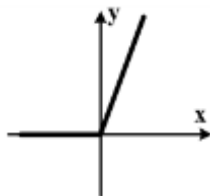
۵۲۴ می‌خواهیم با یک قطعه سیم به طول ۵۶ متر، زمینی به شکل مستطیل که یک طرف آن دیوار است محصور شود. بیشترین مساحت زمین محصورشده، کدام است؟



(۱) ۳۶۴
(۲) ۳۷۸
(۳) ۳۹۲
(۴) ۴۰۶

۵۲۵ نمرات ادبیات دانش آموزی در ۱۰ آزمون به صورت زیر است. با حذف دو نمره کمترین و بیشترین آن‌ها، مقدار انحراف معیار، تقریباً کدام است؟
 ۱۴، ۱۲، ۱۵، ۹، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۵، ۲۰، ۱۱

(۱) 0.9 (۲) $1/2$ (۳) $1/5$ (۴) $1/6$



۵۲۶ شکل روبه‌رو نمودار کدام تابع است؟

(۱) $y = x - |x|$
(۲) $y = x + |x|$
(۳) $y = |x - 1| - 1$
(۴) $y = 1 - |x - 1|$

۵۲۷ در تابع $f(x) = \left[x + \frac{3}{4} \right] - [-x]$ مقدار $f\left(\frac{9}{4}\right) + f\left(-\frac{1}{4}\right)$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۵۲۸ اگر $f = \{(2, 5), (3, 4), (4, 6), (1, 7)\}$ و $g = \{(1, 3), (2, 6), (5, 2), (4, 9)\}$ باشند، برد تابع $g - f$ کدام است؟
 (۱) $\{-4, 1, 3\}$ (۲) $\{-4, 2, 3\}$ (۳) $\{-4, 1, 2, 3\}$ (۴) $\{1, 2, 3, 4\}$

۵۲۹ با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ چند عدد چهاررقمی بخش‌پذیر بر ۵، بدون تکرار رقم‌ها می‌توان نوشت؟
 (۱) ۷۲ (۲) ۹۶ (۳) ۱۰۸ (۴) ۱۲۰

۵۳۰ یک سکه و یک تاس باهم پرتاب می‌شود. با کدام احتمال سکه «رو» و عدد تاس مضرب ۳ ظاهر می‌شود؟

(۱) $\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۵۳۱ در دنباله اعداد $1, 16, \dots, 1, 4, 9, \dots$ جمله دهم، کدام است؟

(۱) ۳۷ (۲) ۴۲ (۳) ۴۵ (۴) ۴۶

۵۳۲ مجموع ۳۰ عدد طبیعی فرد متوالی با کوچک‌ترین عدد ۵۱، کدام است؟

- ۱۸۰۰ (۱) ۲۱۰۰ (۲) ۲۲۵۰ (۳) ۲۴۰۰ (۴)

۵۳۳ بین دو عدد ۴ و ۹۷۲، چهار عدد صحیح طوری قرار می‌دهیم که جملات دنباله هندسی از ۴ شروع و به ۹۷۲ ختم

شوند. مجموع این ۶ عدد، کدام است؟

- ۱۴۵۶ (۱) ۱۴۶۸ (۲) ۱۵۴۶ (۳) ۱۶۵۴ (۴)

۵۳۴ حاصل $\frac{1}{3} \times 8 \times 4^{1/2} \times 3^{2/3}$ ، کدام است؟

- $\frac{1}{4}$ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)

۵۳۵ در مورد گردآوری داده‌ها کدام بیان درست است؟

- (۱) علم آمار نحوه گردآوری، سازمان‌دهی، تحلیل و تفسیر اطلاعات است.
(۲) یک روش آماری مناسب می‌تواند دقیق‌تر از داده‌ها و حقایق اصلی باشد.
(۳) دادگان‌ها همیشه اطلاعات ثبتي را در اختیار آمارگر قرار می‌دهند.
(۴) عدد آماره همواره کوچک‌تر از عدد پارامتر است.

۵۳۶ اگر p گزاره درست و q گزاره نادرست و r گزاره دلخواه باشد ارزش گزاره $(p \wedge q) \Rightarrow (r \Leftrightarrow p)$ ، برابر ارزش کدام

است؟

- r (۱) همیشه درست (۲) $\sim r$ (۳) همیشه نادرست (۴)

۵۳۷ اگر $f = \{(3, n^2 - 2n), (m, 8), (2n - 5, t), (4, 3m + 2)\}$ یک تابع ثابت سه عضوی باشد، $m + n + t$ ، کدام

است؟

- ۱۰ (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴)

۵۳۸ در یک منطقه ۱۵۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر شاغل‌اند. در این منطقه ۱۴۳ نفر، ۱۶ ساله و بیشتر جویای کار هستند.

حداقل چند شغل ایجاد شود تا نرخ بیکاری ۶ درصد باشد؟

- ۴۰ (۱) ۴۵ (۲) ۵۰ (۳) ۶۰ (۴)

۵۳۹ در نمودار سری زمانی خطا برای هر نقطه، برابر کدام است؟

- (۱) قدر مطلق تفاضل مقدار واقعی از درون‌یابی آن
(۲) نصف درون‌یابی خطی است.
(۳) قدر مطلق تفاضل مقدار واقعی از برون‌یابی آن
(۴) نصف برون‌یابی خطی است.

۵۴۰ در ظرفی ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه است. به تصادف ۲ مهره از ظرف خارج می‌کنیم. با کدام احتمال مهره‌های

خارج‌شده از یک‌رنگ هستند؟

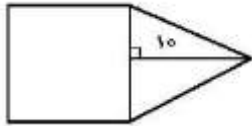
- $\frac{5}{14}$ (۱) $\frac{3}{7}$ (۲) $\frac{4}{7}$ (۳) $\frac{9}{14}$ (۴)

کنکور سراسری مرداد ۱۳۹۹ - داخل کشور

۵۴۱ اگر عبارت مخرج کسرها، صفر نباشند، حاصل عبارت $\frac{x^2 + 3x^2 + 2x}{x(x+1)(x^2-4)} - \frac{2}{x^2-2x}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{x}$ (۲) $\frac{1}{x-2}$ (۳) $\frac{2}{x}$ (۴) $\frac{x}{x-2}$

۵۴۲ در شکل زیر مساحت مثلث متساوی الساقین، از $\frac{2}{3}$ مساحت مربع به اندازه $\frac{1}{3}$ واحد مربع، کمتر است. مساحت مثلث کدام است؟



(۱) ۳۰ (۲) ۳۵ (۳) ۴۰ (۴) ۴۵

۵۴۳ مجموع ریشه های معادله $\frac{2x-1}{x+2} - \frac{x-3}{x-2} = \frac{2}{3}$ کدام است؟

(۱) -۴ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۱۲

۵۴۴ اگر $f = \{(3,4), (2,6), (5,3), (1,5)\}$ و $g = \{(5,6), (1,2), (3,2), (4,1)\}$ باشند، برد تابع $\frac{f+g}{f-g}$ کدام است؟

(۱) $\left\{\frac{5}{3}, 2, -3\right\}$ (۲) $\left\{\frac{7}{3}, 3, -3\right\}$ (۳) $\left\{\frac{5}{3}, 4, -2\right\}$ (۴) $\left\{\frac{7}{3}, 3, -2\right\}$

۵۴۵ دو تابع با ضابطه های $f(x) = x^2 - 2x - 2$ و $g(x) = \frac{|x|}{x}$ در نقطه ای با کدام طول مشترک اند؟

(۱) $1 - \sqrt{2}$ و ۳ (۲) $1 + \sqrt{2}$ و -۱ (۳) $1 + \sqrt{2}$ و ۳ (۴) $1 - \sqrt{2}$ و -۱

۵۴۶ اگر $f(x) = [2x-1]$ باشد، مقدار $f(-\frac{3}{4}) + f(\frac{\sqrt{5}}{2})$ ، کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲

۵۴۷ در بسط عبارت $(a^2 + 4b)^3$ ، ضریب a^2b ، کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۲

۵۴۸ سهمی $y = -\frac{1}{4}x^2 + ax + b$ با خط $y = 13 - x$ در دو نقطه به طول های ۸ و ۲ متقاطع اند. مختصات رأس این سهمی کدام است؟

(۱) (۱, ۹) (۲) (۳, ۹) (۳) (۳, ۱۲) (۴) (۴, ۱۳)

۵۴۹ اگر در شاخص بهای کالا و خدمات واحد اندازه گیری ۲ برابر شود، آنگاه تغییرات مقدار این شاخص کدام است؟

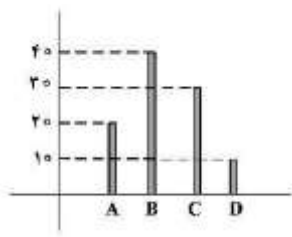
(۱) تغییر نمی کند (۲) نصف می شود. (۳) دو برابر می شود. (۴) قابل پیش بینی نیست

۵۵۰ نرخ تورم کشوری با فاصله های زمانی دو سال به صورت جدول زیر است. درون یابی آن در سال نهم کدام است؟

سال (x)	۲	۴	۶	۸	۱۰
تورم (y)	۱۴	۱۸	۱۲	۲۰	۲۶

(۱) ۲۲ (۲) ۲۳ (۳) ۲۴ (۴) ۲۵

۵۵۱ نمودار میله ای زیر، درصد تعداد عضوهای متغیر کیفی اسمی است. در نمودار دایره‌ای آن، زاویه مربوط به گروه B، چند درجه است؟



(۱) ۱۳۲

(۲) ۱۴۴

(۳) ۱۵۰

(۴) ۱۵۶

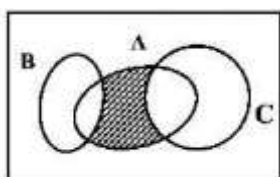
۵۵۲ گزاره $((p \Leftrightarrow q) \wedge p) \Rightarrow \sim p$ ، در کدام حالت، نادرست است؟

(۱) p و q درست

(۲) p و q درست

(۳) $\sim p$ و q درست

۵۵۳ مجموعه های A و B مطابق شکل زیر مفروض اند. کدام مورد برای قسمت سایه خورده نادرست است؟



(۱) $A \cap (B' \cap C')$

(۲) $A \cap (B \cup C)'$

(۳) $(A - C) \cap (A - B)$

(۴) $(A - C) \cup (A - B)$

۵۵۴ در یک اتومبیل معمولی، ۵ نفر به چند طریق میتوانند بنشینند به طوری که ۳ نفر آنها مجاز به رانندگی باشند؟

(۱) ۶۰

(۲) ۷۲

(۳) ۷۵

(۴) ۸۴

۵۵۵ در جعبه ای ۵ مهره سفید و ۴ مهره سیاه یکسان قرار دارد. به تصادف ۳ مهره خارج می‌کنیم. با کدام احتمال ۲ مهره سفید و یک مهره سیاه خارج می‌شود؟

(۱) $\frac{5}{14}$

(۲) $\frac{3}{7}$

(۳) $\frac{10}{21}$

(۴) $\frac{11}{21}$

۵۵۶ داده‌های آماری ۱۳، ۱۸، ۲۰، ۵، ۱۸، ۵، ۱۴، ۱۲، ۱۵، ۵، ۱۵ و ۱۷ با نمودار جعبه ای، نشان داده شده است. انحراف معیار داده‌های داخل جعبه کدام است؟

(۱) $1/5$

(۲) $1/3$

(۳) $1/2$

(۴) $1/1$

۵۵۷ در نمودار جعبه‌ای داده‌های ۱۶، ۵، ۱۷، ۱۴، ۱۷، ۱۳، ۱۰، ۵، ۱۲، ۹، ۱۵ و ۱۳ تفاضل داده‌های ابتدا و انتهای جعبه کدام است؟

(۱) ۳

(۲) $3/25$

(۳) $3/5$

(۴) ۴

۵۵۸ در یک دنباله حسابی مجموع ۹ جمله اول برابر ۹۰ و جمله هفتم آن ۱۳ است. تفاضل جملات متوالی، کدام است؟

(۱) $1/5$

(۲) ۲

(۳) $2/5$

(۴) ۳

۵۵۹ مجموع هشت جمله اول دنباله هندسی ...، ۱۶، ۳۲، ۶۴، کدام است؟

(۱) $128/5$

(۲) ۱۲۸

(۳) $127/5$

(۴) ۱۲۷

۵۶۰ جمله پنجم از دنباله اعداد با رابطه $a_1 = 2$ و $a_{n+1} = \frac{2}{1+a_n}$ کدام است؟

(۱) $\frac{22}{21}$

(۲) $\frac{32}{31}$

(۳) $\frac{10}{11}$

(۴) $\frac{42}{43}$

کنکور سراسری تیر ۱۴۰۰ - داخل کشور

۵۶۱ تابع درآمد شرکتی به ازای تولید x واحد از یک کالای مصرفی به صورت $R(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 8x$ و تابع هزینه آن

به صورت $C(x) = 4x + b$ است. اگر فاصله دو نقطه سربه سر تابع سود این شرکت، ۱۲ واحد کالا باشد، مقدار b کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۵۶۲ اگر عبارت های گویا تعریف شده باشند، مجموع جواب های معادله $\frac{4x^2 - (2-x)^2}{x+2} - \frac{7}{x} = 2$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{7}{3}$

۵۶۳ تابع $f(x) = -\frac{1}{4}x + 4$ را در دامنه $\{-99, -98, \dots, 0, 1, \dots, 99, 100\}$ در نظر بگیرید. مقدار متوسط عضوهای برد تابع

f کدام است؟

- (۱) $3/5$ (۲) $3/75$ (۳) ۴ (۴) $4/25$

۵۶۴ ضابطه تابع $y = [-2x + |x|] + x$ در دامنه $-\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{3}$ ، کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $-2x$ (۲) $x+1$ (۳) $x-2$ (۴) $2x + \frac{1}{3}$

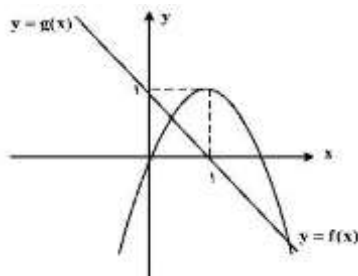
۵۶۵ معادله $\frac{ax^2 + 2x}{x+1} = x^2 - x$ دارای سه ریشه حقیقی متمایز است. کدام نامساوی زیر همواره برقرار است؟

- (۱) $a < -2$ (۲) $a \geq -2$ (۳) $a \leq 1$ (۴) $a < 1$

۵۶۶ نمودار تابع با ضابطه های سهمی $y = f(x)$ و خط راست $y = g(x)$ در صفحه مختصات مطابق شکل زیر داده شده است.

مجموع جواب های معادله $f(x) = g^2(x)$ ، کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۲



۵۶۷ فرض کنید تابع f به صورت $f = \{(a, a^2); a = 0, 1, 2\} \cup \{(a, a+b) | b \in \{0, 1, 2\}\}$ ، توصیف شده باشد. تعداد عناصر

f کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۵۶۸ نمودار تابع با ضابطه $f(x) = a(\frac{1}{4})^x + b$ ، محور x ها را با طول ۱- و محور y ها را با عرض ۲ قطع می کند. مقدار تابع

در $x = 1$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۶۹ مقدار عبارت $\frac{1}{3^4} \times \frac{1}{3^8} \times \frac{1}{3^{16}} \times \dots \times \frac{1}{3^{256}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{127}{3^{256}}$ (۲) $\frac{127}{3^{512}}$ (۳) $\frac{63}{3^{256}}$ (۴) $\frac{255}{3^{512}}$

۵۷۰ اگر $x, y, z, 4x$ و $x - \frac{3}{2}$ جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند، مقدار $|x| + |y| + |z|$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۷

۵۷۱ مجموع ۱۰ جمله اول یک دنباله حسابی ۲۶- و نسبت جمله پانزدهم به جمله ششم دنباله ۶ است. جمله یازدهم دنباله کدام است؟

(۱) $-13/6$ (۲) $-14/8$ (۳) $-15/6$ (۴) $-16/8$

۵۷۲ جمله چهاردهم دنباله بازگشتی $a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 1$ با فرض $a_1 = \frac{1597}{987}$ کدام است؟

(۱) $\frac{233}{377}$ (۲) $\frac{377}{610}$ (۳) $\frac{377}{233}$ (۴) $\frac{610}{377}$

۵۷۳ جدول ارزشی کدام یک از گزاره‌های زیر با جدول ارزشی گزاره $(p \vee q) \Rightarrow (q \vee r)$ ، یکسان نیست؟

(۱) $p \Rightarrow (q \vee r)$ (۲) $(p \wedge q) \vee r$
(۳) $\sim p \vee q \vee r$ (۴) $(p \Rightarrow q) \vee r$

۵۷۴ اگر گزاره‌های $p \Rightarrow q$ و $\sim p \Rightarrow q$ هر دو درست باشند، آنگاه کدام گزاره زیر همواره درست است؟

(۱) $q \vee p \Rightarrow q$ (۲) $q \vee p \Rightarrow p$
(۳) $p \wedge \sim q$ (۴) $p \vee q \Rightarrow p \wedge q$

۵۷۵ اگر متمم مجموعه $(A-B) \cup (B-A)$ برابر $A \cap B$ باشد، کدام عبارت درست است؟ (S مجموعه مرجع است.)

(۱) $A \subseteq B$ (۲) $A \subseteq B'$
(۳) $A \cup B = S$ (۴) $B = \emptyset$ یا $A = \emptyset$

۵۷۶ یک کتابخانه شامل ۵ کتاب ریاضی، ۳ کتاب ادبیات و ۲ کتاب داستان است. ۴ کتاب به دلخواه انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال این چهار کتاب، حداقل در دو موضوع مختلف هستند؟

(۱) $\frac{19}{21}$ (۲) $\frac{13}{14}$ (۳) $\frac{20}{21}$ (۴) $\frac{41}{42}$

۵۷۷ برای اندازه‌گیری داده‌هایی که قابل مرتب کردن بوده و اختلاف بین مقادیر داده‌ها بامعنا است، از کدام مقیاس اندازه‌گیری استفاده می‌شود؟

(۱) اسمی (۲) نسبتی (۳) ترتیبی (۴) فاصله‌ای

۵۷۸ میانگین و واریانس داده‌های یک جامعه به ترتیب ۱۵۲ و ۳۶ است. تقریباً ۹۶ درصد داده‌ها در کدام فاصله قرار می‌گیرند؟

(۱) (۱۱۶, ۱۸۸) (۲) (۱۳۴, ۱۷۰) (۳) (۱۴۶, ۱۵۸) (۴) (۱۴۰, ۱۶۴)

۵۷۹ دامنه میان چارکی نمودار جعبه‌ای شامل ۱۰ داده، ۲۵ و اختلاف چارک اول با سبیل‌ها ۳۸ و ۲۶ است. اگر کوچک‌ترین عضو داده‌ها ۳ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای چارک سوم کدام است؟

(۱) ۱۲۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۶۴ (۴) ۳۶

۵۸۰ تعداد کالای فروخته‌شده توسط یک فروشگاه در هفته‌های اول تا هفتم به صورت جدول زیر است:

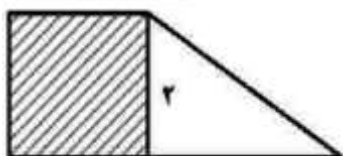
هفته	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
تعداد کالاهای فروخته‌شده	۸	x	۵	y	۱۵	۱۰	۱۲

پیش‌بینی‌ها نشان می‌دهد که تعداد کالایی که در هفته نهم به فروش می‌رسد ۸ کالا است. مقدار $x + y$ کدام است؟

(۱) ۲۶ (۲) ۳۶ (۳) ۵۰ (۴) ۷۶

کنکور سراسری تیر ۱۴۰۱ - داخل کشور

۵۸۱ در شکل زیر مساحت مربع از $\frac{1}{3}$ مساحت مثلث به اندازه ۳ واحد مربع بیشتر است. مساحت دوزنقه کدام است؟



- ۵ (۱)
۵/۵ (۲)
۶/۵ (۳)
۷ (۴)

۵۸۲ حاصل ضرب ریشه های معادله $\frac{x}{x-2} - \frac{3}{x+3} = 2$ کدام است؟

- ۱۸ (۱)
-۶/۵ (۲)
-۳ (۳)
-۱/۵ (۴)

۵۸۳ نمودار یک تابع خطی از نقاط $(-2, a), (-1, 3), (1, -4)$ می گذرد. مقدار a کدام است؟

- ۶ (۱)
۶/۵ (۲)
۱۷ (۳)
۷/۵ (۴)

۵۸۴ اگر $f = \{(1, x-2y), (2, 3), (9, 5), (1, -7), (9, x+y)\}$ یک تابع باشد، مقدار $x^2 + y^2$ چند برابر $-x - 4y$ است؟

- ۲ (۱)
۱ (۲)
-۱ (۳)
-۲ (۴)

۵۸۵ اگر $f(x) = (|a| - |b|)x$ تابعی همانی، $g(x) = (b^2 - 1)x + (a^2 + 1)c$ تابعی ثابت و $(f - g)(x) = x + 5$ باشند. چند مقدار برای ac وجود دارد؟

- ۱ (۱)
۲ (۲)
۳ (۳)
۴ (۴)

۵۸۶ نمودار $y = x^2 + 6x + 5$ را حداقل چند واحد به سمت راست حرکت دهیم تا طول دونقطه مشترک آن با نمودار $y = |x|$ نامنفی باشد؟

- ۲ (۱)
۳ (۲)
۴ (۳)
۵ (۴)

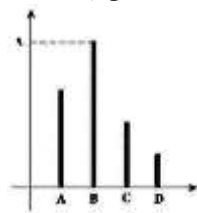
۵۸۷ اگر $f(x) = [1 - 3x]$ باشد، مقدار $f(-0.7) - f(-0.07)$ کدام است؟

- صفر (۱)
۶ (۲)
۲ (۳)
۱ (۴)

۵۸۸ محیط مستطیلی ۳۰ متر است، ماکسیمم مساحت این مستطیل چقدر است؟

- ۲۲۵ (۱)
۲۰۹ (۲)
۵۶/۲۵ (۳)
۱۱/۲۵ (۴)

۵۸۹ نمودار زیر، تعداد گل های زده یک فصل ۴ بازیکن A, B, C و D را نشان می دهد. میانگین گل زده این چهار بازیکن، کدام عدد زیر می تواند باشد؟



- ۸ (۱)
۴ (۲)
۳ (۳)
۲ (۴)

۵۹۰ اگر زاویه بین دو شعاع مجاور در نمودار راداری ۴۵ درجه باشد، داده ها برای چند متغیر گردآوری شده است؟

- ۸ (۱)
۷ (۲)
۴ (۳)
۳ (۴)

۵۹۱ گزاره $((\sim p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)) \Rightarrow p$ در کدام حالت نادرست است؟

- ۱) p و q درست (۱)
۲) $\sim p$ و $\sim q$ نادرست (۲)
۳) p و $\sim q$ درست (۳)
۴) p و q نادرست (۴)

۵۹۲ اگر درآمد افراد یک جامعه ۲ برابر شود، مقادیر خط فقر با استفاده از میانگین (a) و خط فقر با استفاده از میانه (b) چه تغییری می کنند؟

- ۱) a و b ۲ برابر می شوند. (۱)
۲) a ۲ برابر و b ۴ برابر می شوند. (۲)
۳) a ۲ برابر و b ۴ برابر می شوند. (۳)
۴) a ۴ برابر و b ۲ برابر می شوند. (۴)

۵۹۳ یک شرکت تولیدی هر واحد کالای خود را ۲۰۵ ریال می‌فروشد و $C(x) = x^2 + 2x + 600$ تابع هزینه x واحد از این نوع کالا برحسب ریال است. اگر تولید این شرکت در یک روز به بیشترین مقدار نقطه سربه‌سر برسد. در آمد شرکت چند هزار ریال است؟

- (۱) ۴۲/۲ (۲) ۴۱ (۳) ۲۶ (۴) ۱۱/۴

۵۹۴ در داده‌های ۲, ۱۲, ۸, ۴, ۵, ۲, ۱۰ با حذف داده‌های کوچک‌تر از چارک اول و داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم، دامنه تغییرات چند درصد کاهش می‌یابد؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۴۰ (۳) ۲۵ (۴) ۲۰

۵۹۵ تعداد زیرمجموعه‌های ۳ عضو مجموعه $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ که شامل عدد ۸ باشد ولی شامل عدد ۲ نباشد، کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۴۰ (۴) ۵۰

۵۹۶ پنج بازیکن فوتسال تیم مدرسه‌ای، به‌طور تصادفی در یک ردیف کنار یکدیگر می‌ایستند. اگر دروازه‌بان و کاپیتان دو نفر متفاوت باشند، با کدام احتمال بین دروازه‌بان و کاپیتان دقیقاً دو نفر حضور دارند؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{1}{10}$ (۳) $\frac{1}{15}$ (۴) $\frac{1}{20}$

۵۹۷ جمله ۴۰۰ام دنباله اعداد با رابطه $a_1 = 1$ و $a_{n+1} = \begin{cases} 1 & \text{زوج } n \\ \frac{1}{1+a_n} & \text{فرد } n \end{cases}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) صفر

۵۹۸ اگر جمله اول و پنجم یک دنباله حسابی به ترتیب ۳ و ۱۱ باشد، جمله دهم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۲۲ (۳) ۲۳ (۴) ۲۴

۵۹۹ در یک دنباله هندسی، جمله هشتم ۸۱ برابر جمله چهارم است. اگر جمله سوم برابر ۱۸- باشد، جمله پنجم چقدر از جمله هفتم بیشتر است؟

- (۱) ۸۹۱ (۲) ۹۷۲ (۳) ۱۰۵۶ (۴) ۱۲۹۶

۶۰۰ حاصل عبارت $\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{72} + \sqrt{3}(\sqrt{96} - \sqrt{12}) - \sqrt{162}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{18}$ (۴) $\sqrt{6}$

کنکور سراسری مرداد ۱۳۹۸ - خارج کشور

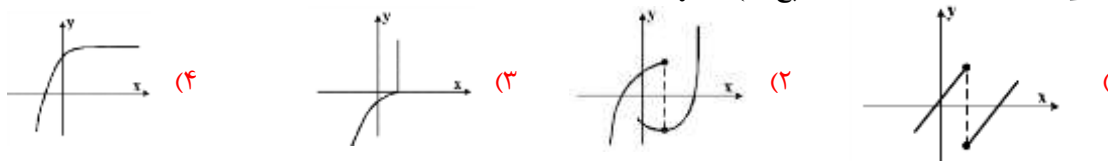
۶۰۱ حاصل عبارت بامعنی $\frac{2a}{a^2 - 4b^2} + \frac{1}{a + 2b} - \frac{1}{a - 2b}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{a + 2b}$ (۲) $\frac{2}{a - 2b}$ (۳) $\frac{a}{a + 2b}$ (۴) $\frac{a}{a - 2b}$

۶۰۲ به ازای کدام مقدار a ، معادله $\frac{4}{a - 2x} + \frac{a}{x + 1} = \frac{a}{x}$ دارای جواب $x = 1$ است؟

- (۱) ۲، ۴ (۲) ۲، ۴ (۳) ۲، ۴ (۴) ۲، ۳

۶۰۳ کدام نمودار، نمایش یک تابع $y = f(x)$ است؟



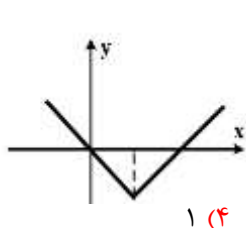
۶۰۴ اگر تابع درآمد به صورت $y = -\frac{1}{3}x^2 + 28x$ و تابع هزینه $y = 16x + 55$ باشد، ماکسیم مقدار سود کدام است؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۴۸ (۳) ۵۳ (۴) ۵۷

۶۰۵ در داده های آماری ۱۷، ۱۲، ۱۰، ۱۸، ۱۱، ۱۰، ۹، ۱۴، ۷، ۱۵، ۸، ۱۸ انحراف معیار داده های بیشتر از چارک اول و کمتر از چارک سوم کدام است؟

- (۱) ۱/۶ (۲) ۱/۹ (۳) ۲/۱ (۴) ۲/۴

۶۰۶ شکل زیر نمودار کدام تابع است؟



(۱) $y = -|x - 2| + 2$ (۲) $y = x + 2|x|$

(۳) $y = 2x - |x|$ (۴) $y = |x - 2| - 2$

۶۰۷ در تابع $f(x) = 2|x| + [-x]$ مقدار $f(-\frac{1}{2}) + f(\frac{3}{2})$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) ۱

۶۰۸ اگر $f = \{(1, 2), (2, 4), (4, 5), (3, 3)\}$ و $g = \{(3, 2), (2, 3), (6, 1), (1, 8)\}$ باشند، برد تابع $g \times f$ کدام است؟

- (۱) $\{6, 8, 12\}$ (۲) $\{3, 6, 12, 16\}$ (۳) $\{6, 12, 16\}$ (۴) $\{6, 8, 12, 16\}$

۶۰۹ با ارقام موجود در مجموعه $\{1, 2, 4, 6, 7, 8\}$ ، چند عدد پنج رقمی فرد، بدون تکرار رقم ها می توان نوشت؟

- (۱) ۱۲۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۲۴۰ (۴) ۳۰۰

۶۱۰ دو تاس را باهم پرتاب می کنیم. با کدام احتمال جمع دو عدد رو شده، کمتر از ۱۰ می باشد؟

- (۱) $\frac{5}{9}$ (۲) $\frac{7}{12}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{5}{6}$

۶۱۱ در دنباله فیبوناچی $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ و $a_1 = a_2 = 1$ جمله یازدهم، کدام است؟

- (۱) ۸۹ (۲) ۹۲ (۳) ۹۴ (۴) ۹۶

۶۱۲ مجموع ۳۵ عدد طبیعی بخش پذیر بر ۳، که بزرگ ترین آن ها ۱۵۰ باشد، کدام است؟

- (۱) ۳۴۲۰ (۲) ۳۴۶۵ (۳) ۳۴۷۵ (۴) ۳۵۰۰

۶۱۳ در یک دنباله هندسی جمله اول ۲۲۴ با قدر نسبت $\frac{1}{2}$ ، جمله n ام آن ۷ می باشد. مجموع جملات این دنباله از ۲۲۴ تا عدد ۷ و خود این اعداد کدام است؟

- (۱) ۳۶۹ (۲) ۴۲۰ (۳) ۴۴۱ (۴) ۴۵۸

۶۱۴ حاصل $2^{\frac{1}{3}}(\sqrt[3]{16})^{\frac{1}{4}}(\frac{1}{4})^{-\frac{1}{5}}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) ۴

۶۱۵ در یک جامعه آماری، کدام مشخصه عددی، درست است؟

- (۱) پارامتر ثابت و آماره ثابت (۲) پارامتر ثابت و آماره متغیر
(۳) پارامتر متغیر و آماره ثابت (۴) پارامتر متغیر و آماره متغیر

۶۱۶ کدام یک از هم ارزهای زیر، نادرست است؟

- (۱) $p \wedge (p \vee q) \equiv p$ (۲) $p \vee (p \wedge q) \equiv p$
(۳) $(\sim p \vee q) \equiv (q \Rightarrow p)$ (۴) $(\sim p \vee q) \equiv (p \Rightarrow q)$

۶۱۷ اگر هر سه زوج مرتب $(n^2 - 3n, 4)$ و $(20, n^2 + n)$ و $(1, m + n)$ بر روی نیمساز ناحیه اول و سوم باشند، کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۶

۶۱۸ قیمت سه نوع کالا در سال پایه ۲۰۰۰ و ۷۵۰۰ و ۳۵۰۰ واحد پول و در سال موردنظر به ترتیب ۳۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ و ۵۰۰۰ واحد پول است. تعداد موردنیاز این سه کالا در سال به ترتیب ۶۰ و ۱۰۰ و ۸۰ می‌باشد. مقدار تورم آن تقریباً چند درصد است؟

(۱) ۳۵/۸ (۲) ۳۷/۴ (۳) ۳۹/۲ (۴) ۴۰/۱

۶۱۹ در یک مرکز خرید، تعداد مشتری‌ها بین ساعت ۹ تا ۱۳ در جدول زیر آمده است. درون‌یابی خطی آن در ساعت ۱۰/۵، کدام است؟

۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳
۱۰۰	۱۵۰	۱۹۰	۲۵۰	۱۲۰

(۱) ۱۷۰

(۲) ۱۷۲

(۳) ۱۷۵

(۴) ۱۷۸

۶۲۰ جعبه‌ای شامل ۸ سیب سالم و ۴ سیب لکه‌دار است. به تصادف ۳ سیب از آن خارج می‌کنیم. با کدام احتمال فقط ۲ سیب خارج‌شده، سالم است؟

(۴) $\frac{28}{55}$

(۳) $\frac{24}{55}$

(۲) $\frac{8}{15}$

(۱) $\frac{7}{15}$

کنکور سراسری مرداد ۱۳۹۹ - خارج کشور

۶۲۱ با فرض این که مخرج کسرها صفر نیستند، حاصل عبارت $\frac{x+2}{x^2+x-2} - \frac{2x}{x^2-x}$ کدام است؟

(۴) $\frac{x-2}{x+1}$

(۳) $\frac{x-2}{x-1}$

(۲) $\frac{1}{x-1}$

(۱) $\frac{1}{x+1}$

۶۲۲ در شکل زیر، مساحت مربع از $\frac{3}{4}$ مساحت مستطیل بزرگ‌تر، ۱۸ واحد مربع بیشتر است. محیط مستطیل بزرگ‌تر کدام است؟



(۴) ۵۴

(۳) ۵۲

(۲) ۴۸

(۱) ۴۴

۶۲۳ قدر مطلق تفاضل ریشه‌های معادله $\frac{x-3}{x-4} + \frac{1}{2x-2} = \frac{2}{3}$ کدام است؟

(۴) ۵/۵

(۳) ۵

(۲) ۴/۵

(۱) ۴

۶۲۴ اگر $f = \{(5, 3), (1, 5), (3, 4), (6, 2)\}$ و $g = \{(3, 2), (5, 6), (1, 2), (2, 1)\}$ باشند، برد تابع $\frac{f+g}{f}$ کدام است؟

(۴) $\{1, 2/5, 4\}$

(۳) $\{1, 1/4, 4\}$

(۲) $\{1/5, 1/8, 3\}$

(۱) $\{1/4, 1/5, 3\}$

۶۲۵ نمودار $y = \frac{|2x|}{x}$ و خط $y = 2x - 1$ در دو نقطه A و B مشترک‌اند. میانگین طول نقاط A و B کدام است؟

(۴) ۱

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) صفر

(۱) $-\frac{1}{2}$

۶۲۶ اگر $f(x) = \left[1 - \frac{x}{2}\right]$ باشد، مقدار $f(\sqrt{2}) + f(-\frac{3}{2})$ ، کدام است؟

(۴) ۱

(۳) -۱

(۲) ۲

(۱) صفر

۶۲۷ در بسط عبارت $(x^2 + 2x)^2$ ، ضریب x^4 کدام است؟

(۴) ۱۲

(۳) ۸

(۲) ۶

(۱) ۳

۶۲۸ یک کارگاه نوعی کالا تولید و هر واحد آن را ۲۴۰ ریال می فروشد. اگر صاحب کارگاه در هر روز، x واحد کالا تولید کرده و تابع هزینه آن $C(x) = x^2 + 60x + 200$ باشد، بیشترین سود روزانه آن کدام است؟

- (۱) ۵۶۰۰ (۲) ۶۱۰۰ (۳) ۷۹۰۰ (۴) ۸۱۰۰

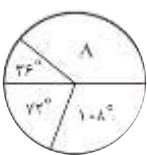
۶۲۹ در یک نمونه تصادفی از کارکنان یک شرکت، میانه و میانگین درآمد ماهیانه آنان به ترتیب ۲۵۰ و ۳۰۰ واحد پول است. اگر ۳ نفر آنان درآمد بسیار بالایی داشته باشند، خط فقر کدام است؟

- (۱) ۱۲۵ (۲) ۱۵۳ (۳) ۱۸۳ (۴) ۲۵۰

۶۳۰ نرخ تورم کشوری در فاصله زمانی ۳ سال، به صورت زیر است. برون یابی آن در سال شانزدهم کدام است؟

سال (x)	۳	۶	۹	۱۲	۱۵
تورم (y)	۲۰/۵	۲۴	۲۲	۲۷	۲۱/۵

- (۱) ۲۱ (۲) ۲۱/۲۵ (۳) ۲۱/۷۵ (۴) ۲۲



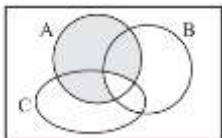
۶۳۱ نمودار دایره ای مقابل نسبت نمرات مسئولیت پذیری ۸۰ نفر از کارکنان یک شرکت، در ۴ بازه مورد قبول را نشان می دهد. تعداد کارکنان در گروه A کدام است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۲ (۳) ۳۴ (۴) ۳۶

۶۳۲ هم ارز گزاره $(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)$ ، کدام است؟

- (۱) $\sim p$ (۲) p (۳) q (۴) $\sim q$

۶۳۳ مطابق شکل زیر فرض کنید A، B و C سه مجموعه باشند. کدام مورد برای قسمت سایه خورده نادرست است؟



- (۱) $(A-B) \cup (A-C)$ (۲) $A \cap (B' \cup C')$ (۳) $A - (B \cap C)$ (۴) $A - (B \cup C)$

۶۳۴ دور یک میزگرد ۶ نفر به چند طریق می توانند قرار گیرند، به طوری که ۲ فرد مورد نظر از آنان همواره کنار یکدیگر باشند؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۴۸ (۳) ۹۶ (۴) ۱۲۰

۶۳۵ در پرتاب یک تاس و ۲ سکه، احتمال این که لااقل یکی از سکه ها «پشت» و عدد رول شده در تاس فرد باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{8}$ (۲) $\frac{5}{12}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{5}{8}$

۶۳۶ نوع متغیر رتبه های شرکت کنندگان در آزمون سراسری، کدام است؟

- (۱) کمی - نسبتی (۲) کمی - فاصله ای (۳) کمی - ترتیبی (۴) کیفی - ترتیبی

۶۳۷ در داده های آماری ۱۵، ۱۷، ۱۰، ۱۲/۵، ۱۳، ۹، ۱۶، ۱۷/۵، ۱۳، ۱۴، تفاضل میانه از میانگین کدام است؟

- (۱) ۰/۱ (۲) ۰/۲ (۳) ۰/۳ (۴) ۰/۴

۶۳۸ در یک دنباله حسابی، مجموع جملات سوم، پنجم و سیزدهم برابر ۷۵ است. جمله هفتم کدام است؟

- (۱) ۲۲ (۲) ۲۴ (۳) ۲۵ (۴) ۲۹

۶۳۹ جمله های دوم و پنجم یک دنباله هندسی به ترتیب $\frac{1}{4}$ و ۴ هستند. مجموع هشت جمله اول دنباله کدام است؟

- (۱) $\frac{63}{5}$ (۲) $\frac{63}{75}$ (۳) $\frac{64}{5}$ (۴) $\frac{67}{75}$

۶۴۰ جمله هشتم از دنباله اعداد با رابطه $a_1 = a_7 = 3$ و $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n - n$ کدام است؟

- (۱) ۲۳ (۲) ۱۹ (۳) ۱۷ (۴) ۱۳

کنکور سراسری تیر ۱۴۰۰ - خارج کشور

۶۴۱ فرض کنید تابع درآمد شرکتی به ازای تولید x محصول از یک کالا به صورت $R(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 30x$ و تابع هزینه

به صورت $C(x) = ax + 18$ باشد. اگر بیشترین سود این شرکت به ازای تولید ۹ واحد کالا باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۱۸ (۳) -۲۱ (۴) -۳۹

۶۴۲ اگر عبارت‌های گویا تعریف شده باشند، قدر مطلق تفاضل جواب‌های معادله $\frac{9x^2 - (x+3)^2}{2x-3} - \frac{2}{x} = 1$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{3}{2}$

۶۴۳ فرض کنید $f(x) = \frac{2x-1}{[x] - \text{sign}(x)}$ ، بر مجموعه $\{-2/5, 2/1, 0/8, 4\}$ تعریف شده باشد، ماکزیمم عضو مجموعه

برد تابع f ، کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{3}$ (۲) ۳ (۳) $3/2$ (۴) ۴

۶۴۴ فرض کنید $f(x) = |x-1|$ ، $g(x) = [2x]$ و $h(x) = \text{sign}(-x)$ باشد. ضابطه تابع $y = 2f(x) - h(x)g(x)$ در

بازه $-\frac{3}{2} < x < -1$ ، کدام است؟

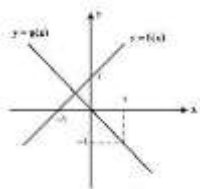
- (۱) $3x-2$ (۲) $5-2x$ (۳) $-2x+2$ (۴) $-8x-4$

۶۴۵ اگر معادله $\frac{x^2-a}{x+3} = 2x-1$ دارای دو ریشه حقیقی متمایز باشد، محدوده تغییرات a ، کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $a < 9$ (۲) $a > 9$ (۳) $a < \frac{37}{4}$ (۴) $a > \frac{37}{4}$

۶۴۶ فرض کنید نمودار تابع‌های خط راست $y = f(x)$ و $y = g(x)$ در صفحه مختصات مطابق شکل زیر داده شده باشند. قدر

مطلق اختلاف جواب‌های معادله $\frac{f^2(x)}{g(x)} = 2$ کدام است؟



- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) $3\sqrt{3}$

۶۴۷ فرض کنید $f = \{(x, x^2) | x = \pm 5, \pm 4, \dots, \pm 1, 0\}$ و $g = \{(x, x^2) | x = \pm 5, \pm 4, \dots, \pm 1, 0\}$ دو تابع در صفحه

مختصات باشند. تعداد عناصر برد تابع $y = \frac{g}{f}(x)$ ، کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۶ (۴) ۵

۶۴۸ نمودار تابع با ضابطه $y = a\left(\frac{1}{3}\right)^x$ در نقطه‌ای به عرض ۴ محورهای y را قطع می‌کند، مقدار تابع در $x = 2$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) ۲۷ (۴) ۳۶

۶۴۹ اگر $3^A \times 12^B = \frac{3^{\frac{1}{4}} \times 3^{\frac{1}{8}} \times 9^{\frac{1}{22}} \times 9^{\frac{1}{64}}}{3^{\frac{1}{2}} \times 4^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{8}} \times 4^{\frac{1}{4}}}$ باشد، مقدار $A+B$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{13}{32}$ (۲) $\frac{13}{32}$ (۳) $\frac{13}{16}$ (۴) $-\frac{13}{16}$

۶۵۰ اگر $Y, X-1, X, X+2, Z$ ، جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند، مقدار XYZ ، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

۶۵۱ جمله پنجم یک دنباله حسابی با اختلاف مشترک ناصفر، واسطه هندسی بین جملات سوم و نهم آن دنباله است. اگر

جمله پنجم دنباله ۷ باشد، جمله صد و یکم دنباله، کدام است؟

- (۱) ۲۰۰ (۲) ۱۷۵ (۳) ۱۵۰ (۴) ۱۲۵

۶۵۲ جمله دهم دنباله بازگشتی $a_1 = 1$ و $a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{55}{34}$ (۲) $\frac{144}{89}$ (۳) $\frac{610}{377}$ (۴) $\frac{89}{55}$

۶۵۳ جدول ارزشی کدام گزاره با جدول ارزشی گزاره $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (r \wedge (p \Rightarrow q))$ ، یکسان نیست؟

- (۱) $p \vee q \vee r$ (۲) $(p \wedge \sim q) \vee r$ (۳) $\sim (p \Rightarrow q) \vee r$ (۴) $(p \vee r) \wedge (q \Rightarrow r)$

۶۵۴ ارزش گزاره $(\sim (p \Leftrightarrow q) \wedge p) \Rightarrow \sim q$ ، کدام است؟

- (۱) همواره درست است. (۲) همواره نادرست است.
(۳) به ارزش q بستگی دارد. (۴) به ارزش p بستگی دارد.

۶۵۵ اگر $A \subseteq B'$ باشد. حاصل $((A - B) \cup (B - A))'$ ، کدام است؟

- (۱) $A \cap B$ (۲) $A' \cap B'$ (۳) $A \cup B$ (۴) $A' \cup B'$

۶۵۶ در یک بازی ۱۶ نفره به هر نفر یکی از شماره‌های ۳، ۴، ۵، ...، ۱۸ را تخصیص می‌دهیم. سه تاس را پرتاب می‌کنیم و اعداد روشده را با یکدیگر جمع می‌کنیم. شخصی که آن شماره را داشته باشد انتخاب می‌شود. احتمال این که شخص صاحب شماره ۱۰ انتخاب شود کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{10}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{7}$

۶۵۷ برای اندازه‌گیری ویژگی افراد یا اشیاء با دقت زیاد از کدام مقیاس اندازه‌گیری استفاده می‌شود؟

- (۱) اسمی (۲) نسبتی (۳) ترتیبی (۴) فاصله‌ای

۶۵۸ در یک جامعه با میانگین ۴۰ تقریباً ۶۸ درصد داده‌ها بین ۳۵ و ۴۵ قرار می‌گیرند. واریانس داده‌ها کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۵ (۳) ۲۵ (۴) ۴۰

۶۵۹ جمعیت ده کشور دنیا برحسب میلیون نفر به‌صورت داده‌های زیر است:

۳۶، ۲۵، ۴۲، ۸، ۳، ۶۵، ۸۵، ۲۴۰، ۱۰۵۰، ۸۵

نسبت دامنه کل به دامنه میان چارکی کدام است؟

- (۱) $12/35$ (۲) $17/45$ (۳) $19/35$ (۴) $19/55$

۶۶۰ مقدار بارندگی یک شهر در روزهای مختلف هفته اول سال، برحسب میلی‌متر، به‌صورت جدول زیر است:

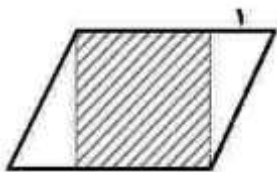
روز	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه
مقدار بارندگی (میلی‌متر)	۱۲	۱۱	۵	۱۳	۷	۱۵	x

در جدول فوق داده x معلوم است. پیش‌بینی می‌شود مقدار بارندگی این شهر روز سه‌شنبه هفته جدید ۱۵ میلی‌متر باشد. میانگین مقدار بارندگی در هفته اول سال کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) $10/8$ (۳) $11/2$ (۴) ۱۴

کنکور سراسری تیر ۱۴۰۱ - خارج کشور

۶۶۱ در شکل زیر مساحت مربع هاشور خورده از $\frac{3}{4}$ مساحت یکی از مثلث‌ها به اندازه $\frac{27}{32}$ واحد مربع بیشتر است. اندازه



قاعده متوازی‌الاضلاع کدام است؟

(۱) $\frac{9}{8}$

(۲) $\frac{3}{2}$

(۴) $\frac{5}{2}$

(۳) $\frac{17}{8}$

۶۶۲ به ازای چند مقدار m ، $x = 2$ جواب معادله $\frac{x+1}{x-3} - \frac{2}{x} = \frac{2m^2}{x(x-3)}$ است؟

(۴) هیچ مقداری از m

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۶۶۳ در یک تابع خطی $f(1) = 5$ و $f(3) = -9$ است. اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 5\}$ دامنه تابع f باشد، برد این تابع کدام است؟

(۴) $-23 \leq y \leq 12$

(۳) $-47 \leq y \leq 12$

(۲) $-23 \leq y \leq 7$

(۱) $-47 \leq y \leq 7$

۶۶۴ رابطه $f = \{(m+3n, 2t^2), (-2, n^2+2n), (1-3m, 8)\}$ یک تابع ثابت با دامنه دو عضوی است. اگر m و n عضوی از اعداد طبیعی باشند. مجموع دو عضو دامنه چقدر است؟

(۴) ۳

(۳) ۵

(۲) ۲۱

(۱) ۲۳

۶۶۵ دو تابع $f(x) = a + 3(b^2 - 1)x^2$ و $g(x) = bx^2 - 2a + x^2$ ثابت هستند. اگر $f \times g = -8$ باشد، حاصل $|ab|$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۶۶۶ خط $x = -1$ محور تقارن سهمی $y = ax^2 + 3x + c$ است. اگر رأس سهمی روی خط $y = 1$ قرار داشته باشد، مقدار ac کدام است؟

(۴) $-5/25$

(۳) $-3/25$

(۲) $3/75$

(۱) $5/75$

۶۶۷ اگر $f(x) = \left[1 - \frac{x}{3}\right]$ باشد، مقدار $f(0/7) + 2f(\pi)$ کدام است؟ ([] جزء صحیح است.)

(۴) ۲

(۳) ۱

(۲) -۱

(۱) -۲

۶۶۸ به ازای چند مقدار m ، تابع $y = (1-18m)x^2 + 8(m^2+1)x + 11$ در نقطه‌ای به طول $\frac{1}{4}$ و دارای ماکسیمم است؟

(۴) تمام مقادیر m

(۳) هیچ مقدار m

(۲) ۲

(۱) ۱

۶۶۹ در یک نمایندگی خودرو، روزانه حداقل یک دستگاه خودرو به فروش می‌رسد. اطلاعات فروش روزانه این نمایندگی در یک هفته، مطابق جدول زیر کامل می‌شود. اگر معلوم شود بیشترین فروش روزانه در روز یکشنبه بوده، متوسط تعداد فروش روزانه این نمایندگی در این هفته، کدام عدد زیر، می‌تواند باشد؟

پنج‌شنبه	چهارشنبه	سه‌شنبه	دوشنبه	یک‌شنبه	شنبه	روز
				۸		تعداد فروش

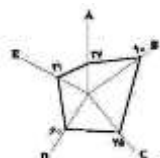
(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۸

(۳) ۵

۶۷۰ یک شرکت تولیدی برای سهولت مقایسه کیفیت محصول خود توسط خریداران، داده‌های گردآوری شده ۵ متغیر A, B, C, D و E به ترتیب با بیشینه‌های ۱۰۶، ۹۵، ۷ و ۵ را به صورت نمودار راداری زیر (بر حسب درصد) ارائه کرده است. مقدار متغیر E کدام است؟



(۴) $20/5$

(۳) $18/9$

(۲) $2/0.5$

(۱) $1/8.9$

۶۷۱ اگر p گزاره درست، q گزاره نادرست و r گزاره دلخواه باشد. ارزش کدام گزاره درست است؟

(۱) $(p \Leftrightarrow \sim q) \vee r$ (۲) $\sim (p \wedge \sim q) \wedge r$

(۳) $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \sim q)$ (۴) $(\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim (p \vee q)$

۶۷۲ داده های زیر، درآمد افراد یک جامعه برحسب میلیون تومان و خط فقر با استفاده از میانگین در این جامعه $3/5$ میلیون تومان است. اگر برای محاسبه خط فقر از میانه استفاده شود، چند نفر از افراد این جامعه زیر خط فقر هستند؟

$19, 8/2, 1/8, 2/2, 6, 13, 3/4, a, 6/2, 10, 4/8, 3/4$

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۶۷۳ یک شرکت روزانه $720,000$ ریال برای تولید یک نوع کالا هزینه می کند. اگر $R(x) = 2200x + 10x^2$ ، تابع درآمد روزانه شرکت حاصل از فروش x واحد از همین کالا باشد، نقطه سر به سر کدام است؟

(۱) ۹۰۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۱۸۰ (۴) ۸۰

۶۷۴ اگر انحراف معیار پنج داده برابر صفر باشد و با ترکیب داده های $5, 8$ و 11 با پنج داده اولیه، میانگین هشت داده تغییر نکند، انحراف معیار این هشت داده کدام است؟

(۱) $1/25$ (۲) $1/5$ (۳) $2/25$ (۴) $2/5$

۶۷۵ در چند زیرمجموعه 5 عضوی از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$ ، حداقل سه عضو زوج وجود دارد؟

(۱) ۶۰ (۲) ۵۵ (۳) ۴۵ (۴) ۴۰

۶۷۶ در هیئت مدیره یک شرکت، ۹ نفر عضو هستند. در رأی گیری برای یک سرمایه گذاری، ۴ نفر رأی موافق، ۳ نفر رأی مخالف و ۲ نفر رأی ممتنع داده اند. اگر سه نفر به طور تصادفی انتخاب شوند، احتمال این که نظر هیچ دونفری مثل هم نباشد چقدر است؟

(۱) $\frac{2}{7}$ (۲) $\frac{1}{21}$ (۳) $\frac{1}{9}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۶۷۷ دو جمله متوالی دنباله $a_n = \begin{cases} 100 - \frac{1}{2}n^2 & \text{زوج } n \\ \frac{2}{15}n & \text{فرد } n \end{cases}$ برابر هستند. اگر مقدار این دو جمله متوالی، برابر مقدار صحیح k باشد، مقدار $k - a_{16}$ کدام است؟

(۱) ۲۶ (۲) ۲۸ (۳) ۳۰ (۴) ۳۲

۶۷۸ در یک دنباله حسابی اختلاف مشترک $5/5$ و مجموع دوازده جمله اول برابر ۹ است. جمله اول این دنباله کدام است؟

(۱) $-\frac{7}{2}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{7}{2}$

۶۷۹ در دنباله هندسی $\dots, d, e, \frac{1}{3}, c, \frac{4}{3}, a, b, \frac{1}{3}, e$ مقدار e کدام است؟ ($d > 0$)

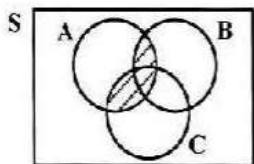
(۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{12}$ (۳) $\frac{1}{3\sqrt{2}}$ (۴) $\frac{2}{3\sqrt{2}}$

۶۸۰ از تساوی $(-\frac{1}{3})^x = 9^{x-1} \times (81)^{-1}$ ، مقدار x کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۲

کنکور سراسری نوبت اول ۱۴۰۲ (دی ماه ۱۴۰۱)

۶۸۱ سه پیشامد A ، B و C مطابق شکل زیر، در فضای نمونه‌ای S مفروض‌اند. کدام مورد برای قسمت هاشور خورده نادرست است؟



(۱) $A \cap (B \cup C)$

(۲) $(A \cap B) \cup (A \cap C)$

(۳) $(A - (A - B)) \cup (A - (A - C))$

(۴) $(A - (A \cap B)) \cap (A \cap C)$

۶۸۲ می‌خواهیم دورتادور باغچه‌ای به شکل مستطیل که طول آن، دو برابر عرض آن است را حصار بکشیم، به‌طوری‌که بازدیدکنندگان به یک متری باغچه نزدیک نشوند. اگر مساحت زمین محصورشده $1 + \frac{1}{18}\pi$ برابر بیشتر از مساحت باغچه باشد، طول باغچه چند متر است؟

(۴) ۳

(۳) ۴

(۲) ۶

(۱) ۸

۶۸۳ اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 7x - 3 = 0$ و $\alpha > 0$ باشد، حاصل $|\alpha + 2\beta| + |\alpha| - |\beta|$ کدام است؟

(۴) β

(۳) $-\beta$

(۲) $-2\alpha - 3\beta$

(۱) $2\alpha + 3\beta$

۶۸۴ برای برخی مقادیر x ، زوج مرتب $(f(x) + f(-x), 3x^2 - 17x + 10)$ ، روی نیمساز ناحیه دوم و چهارم قرار دارد. اگر تابع f همانی با دامنه R باشد، اختلاف مقادیر x کدام است؟

(۴) $\frac{17}{3}$

(۳) $\frac{13}{3}$

(۲) $\frac{10}{3}$

(۱) $\frac{7}{3}$

۶۸۵ رابطه $f = \{(a, x+y), (b, m^2), (a, m^2-1), (b, x-y), (a, 4)\}$ ، یک تابع است. مقدار $x^2 + y^2$ کدام است؟

(۴) ۴۲

(۳) ۲۴

(۲) $20/5$

(۱) $2/5$

۶۸۶ ضرایب معادله $2kx^2 - 4x - 4k - 5 = 0$ صحیح هستند. اگر به ازای مقدار k ، حاصل ضرب ریشه‌های این معادله دارای بیشترین مقدار باشد، مقدار Δ کدام است؟

(۴) ۲۸

(۳) ۷

(۲) ۵

(۱) ۴

۶۸۷ تابع $f(x) = |2x - 2|$ و $g(x) = [x]$ با دامنه $-1 \leq x \leq 1$ است. اگر مجموعه A برد تابع f, g باشد، کدام عدد عضو A است؟

(۴) -۳

(۳) -۲

(۲) ۳

(۱) ۲

۶۸۸ شیب خط $y = ax + b$ برابر شیب خط $y = cx + d$ است. اگر دو خط در $x = -2$ روی محور x ها یکدیگر را قطع کنند، محور تقارن $f(x) = (\frac{c}{a}x + d)^2 - (ax + b)^2$ کدام است؟

(۴) $x = -\frac{7}{4}$

(۳) $x = -\frac{3}{2}$

(۲) $x = -3$

(۱) $x = -2$

۶۸۹ برای رسم نمودار تابع $y = -\frac{1}{4}|2x + 1|$ به کمک نمودار $y = |x|$ ، کدام مورد برای کامل کردن جمله زیر، مناسب است؟

ابتدا نمودار تابع قدر مطلق را $\frac{1}{4}$ واحد به سمت ----- جابه‌جا کرده و سپس قرینه آن را نسبت به محور -----

رسم می‌کنیم.

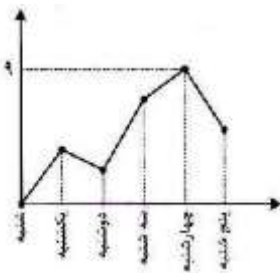
(۴) پایین y ها

(۳) بالا y ها

(۲) راست x ها

(۱) چپ x ها

۶۹۰ به یک مرکز درمانی، هرروز تعدادی بیمار مراجعه می کنند. نمودار زیر، تعداد مراجعه کنندگان در روزهای کاری یک هفته به این مرکز درمانی را نشان می دهد. کدام عدد می تواند میانگین تعداد بیماران در این هفته باشد؟



- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۶
(۴) ۷

۶۹۱ با کدام شرط، استدلال گزاره زیر درست است؟

«در یک مستطیل با اضلاع a و b اگر اندازه a ، $\frac{16}{9}$ برابر شود، اندازه قطر $\frac{4}{3}$ برابر می شود.»

(۱) $b = a$
(۲) $b = \frac{4}{3}a$

(۲) $b = \frac{16}{9}a$
(۴) برای هر مستطیلی، این گزاره درست است.

۶۹۲ کدام مورد در خصوص ارزش گزاره $(p \wedge \sim q) \Rightarrow q$ ، درست است؟

- (۱) هم ارز $p \Rightarrow q$ است.
(۲) همواره نادرست است.
(۳) همواره درست است.
(۴) هم ارز $p \Rightarrow \sim q$ است.

۶۹۳ قیمت برنج و گوشت در سال پایه به ترتیب ۴۲ و $137/5$ هزار تومان و در سال موردنظر به ترتیب ۱۲۰ و ۲۴۰ تومان است. اگر شاخص بهای برنج و گوشت در سال موردنظر ۲۴۰ و مقادیر مصرفی برنج و گوشت به ترتیب a و ۱۶ کیلوگرم باشد، مقدار a چند کیلوگرم است؟

- (۱) ۴۸
(۲) ۵۰
(۳) ۶۴
(۴) ۷۵

۶۹۴ تابع هزینه برای تولید تعداد x کالا از یک محصول، به صورت خطی است. به ازای هزینه های ۸۵۰ و ۱۰۰۰ به ترتیب ۲۰ و ۲۵ کالا تولید می شود. اگر شرکت هر کالا را ۵۵ تومان بفروشد، این شرکت حداقل چه تعداد از این کالا را باید بفروشد تا سوددهی آغاز شود؟

- (۱) ۹
(۲) ۱۰
(۳) ۱۱
(۴) ۱۲

۶۹۵ محصول تولیدی یک شرکت در بطری بسته بندی می شود. بنا بر آنچه روی بطری ها درج شده، تقریباً حجم ۹۶٪ بطری های بسته بندی شده، بین ۲۲۰ و ۲۳۰ میلی لیتر است. واریانس حجم بطری ها کدام است؟

- (۱) ۲/۵۶
(۲) ۶/۲۵
(۳) ۱۶
(۴) ۲۵

۶۹۶ ۳ نفر به همراه علی و حسن قرار است در یک هتل، هر کدام در یک اتاق، اقامت کنند. هتل سه اتاق خالی کنار هم در یک طرف راهرو و دو اتاق دیگر در کنار هم در طرف دیگر راهرو دارد. به چند طریق، این افراد در اتاق ها می توانند اقامت کنند، به طوری که علی و حسن در اتاق های کنار هم ساکن شوند؟

- (۱) ۸
(۲) ۲۴
(۳) ۳۶
(۴) ۷۲

۶۹۷ در یک مسابقه دومیدانی، ۷ نفر شرکت کرده اند که ۳ دانش آموز از مدرسه A و ۴ دانش آموز از مدرسه B به خط پایان رسیده اند. با کدام احتمال، مقام اول و آخر از مدرسه A است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$
(۲) $\frac{1}{7}$
(۳) $\frac{5}{9}$
(۴) $\frac{3}{14}$

۶۹۸ مقدار $a_p = \frac{17}{12}$ از رابطه بازگشتی $a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + \frac{a_1}{a_n})$ ، تقریبی از $\sqrt{k}$ است. اگر $k \in \mathbb{N}$ و $a_1 = k$ باشد، مقدار

k کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۵
(۴) ۷

۶۹۹ اگر ریشه دوم جملات دوم، نهم و شانزدهم از یک دنباله حسابی، سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی را تشکیل دهند، نسبت مشترک دنباله هندسی کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) -۱ (۳) -۲ (۴)

۷۰۰ تابع‌نمایی $f(x) = 5 - 3^{ax+b}$ را در نظر بگیرید. اگر $f(0) = \frac{1}{2} f(\frac{1}{2}) = 2$ باشد، مقدار جزء صحیح $f(-\frac{1}{4})$ کدام

است؟

۱ (۱) ۲ (۲) -۱ (۳) ۴ (۴) صفر

پاراشته:



برای خرید نسخه چاپی یا تدریس ویدئویی این جزوه به سایت و
یا کانال تلگرامی «آموزشگاه مجازی احمدی» مراجعه کنید.

برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد این جزوات و پکیج‌ها به شماره ۰۹۱۲۳۷۰۸۴۷۶
در تلگرام یا واتساپ و یا به صورت SMS پیام بدهید.



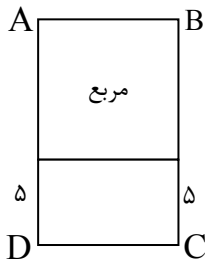
Ahmadi63amoozesh.com



@ahmadi63amoozesh

آزمون جامع تالیفی - شماره ۱

۷۰۱ در شکل زیر، تفاضل مساحت مربع از $\frac{3}{4}$ مساحت مستطیل ABCD برابر ۱۴ است. مساحت مستطیل کوچکتر، کدام می تواند باشد؟



- (۱) ۲۲
(۲) ۲۴
(۳) ۲۸
(۴) ۳۰

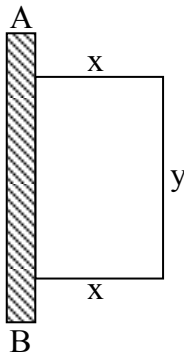
۷۰۲ تابع درآمد یک کارگاه تولیدی به ازای تولید x واحد کالا، به صورت $R(x) = -\frac{1}{5}x^2 + 10x$ و تابع هزینه کارگاه به صورت $C(x) = 5x + m$ است. اگر فاصله دو نقطه سربه سر تابع سود این شرکت ۱۵ واحد کالا باشد، میزان هزینه کالا به ازای تولید ۷۶ واحد کالا، کدام است؟

- (۱) ۴۰۰
(۲) ۳۸۰
(۳) ۳۶۰
(۴) ۴۲۰

۷۰۳ اگر $x=2$ جواب معادله $\frac{a-x}{a+x} + \frac{a}{a-x} = \frac{2x}{a^2-x^2}$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای a ، کدام است؟

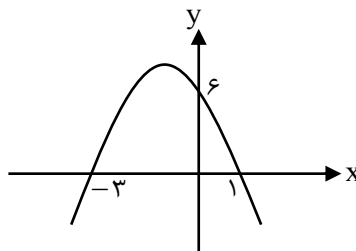
- (۱) -۱
(۲) صفر
(۳) ۲
(۴) ۱

۷۰۴ قصد داریم با کابلی به طول ۶۰۰ متر، قطعه زمینی به شکل مستطیل را در مجاورت دیوار AB مطابق شکل، محصور کنیم. طول زمین چقدر باشد تا مساحت آن ماکزیمم شود؟



- (۱) ۱۵۰
(۲) ۲۵۰
(۳) ۳۰۰
(۴) ۴۰۰

۷۰۵ معادله سهمی شکل زیر، کدام است؟



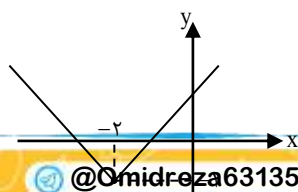
- (۱) $y = -2x^2 - 4x + 6$
(۲) $y = -2x^2 + 4x + 6$
(۳) $y = 2x^2 - 4x - 6$
(۴) $y = -2x^2 - 4x - 6$

۷۰۶ اگر $f(x) = \begin{cases} \text{sign}(x) & x < 3 \\ [-3x] + [x + \frac{1}{3}] & x \geq 3 \end{cases}$ مقدار $\frac{f(-\sqrt{3}) + f(4)}{f(\sqrt{2})}$ کدام است؟

- (۱) ۱۰
(۲) ۸
(۳) -۱۰
(۴) -۹

۷۰۷ نمودار تابع $f(x) = |x - a| - b$ به صورت زیر است. مقدار $f(a+b)$ کدام است؟

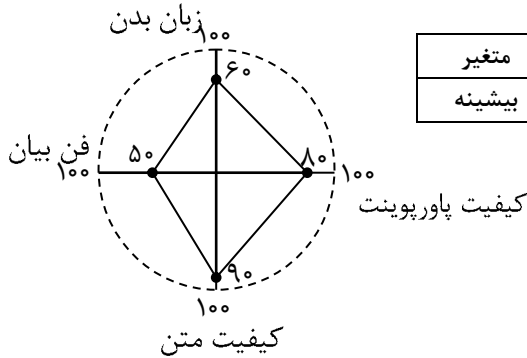
- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) صفر



۷۰۸ اگر داده‌های ۹، ۱۸، ۱۱، ۱۷، ۱۶، ۱۱، ۱۵، ۱۲، ۱۴، ۱۵ را با نمودار جعبه‌ای نمایش دهیم، نسبت واریانس داده‌های داخل جعبه به دامنه میان چارکی کل داده‌ها، کدام است؟

- (۱) ۰/۲۱ (۲) ۰/۲۲ (۳) ۰/۲۳ (۴) ۰/۲۴

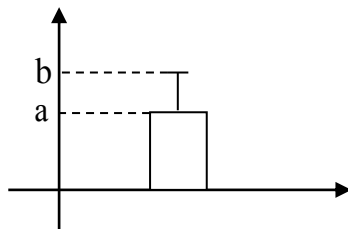
۷۰۹ نمودار راداری زیر، امتیاز داوران به ارائه متن یک دانش‌آموز است. اگر بیشینه هر متغیر مطابق جدول باشد، میانگین نمرات دانش‌آموز کدام است؟



کیفیت پاورپوینت	کیفیت متن	فن بیان	زبان بدن	متغیر
۳۰	۴۰	۵۰	۴۰	بیشینه

- (۱) ۲۷
(۲) ۲۷/۷۵
(۳) ۲۷/۵
(۴) ۲۷/۲۵

۷۱۰ اگر نمودار زیر برای یک سری داده‌های آماری با میانگین ۱۲ و واریانس ۹ رسم شده باشد، مقدار $a + b$ چند برابر انحراف معیار داده‌هاست؟



- (۱) ۸ (۲) ۹
(۳) ۱۲ (۴) ۱۰

۷۱۱ از جمعیت ۱۶ سال به بالای یک منطقه شهری، ۱۶۰۰ نفر شاغل و ۴۰۰ نفر بیکارند. اگر توسط وزارت کار، تعداد ۱۰۰ شغل در این منطقه ایجاد شود، نرخ بیکاری چه تغییری می‌کند؟

- (۱) ۵ درصد کاهش می‌یابد. (۲) ۱۰ درصد کاهش می‌یابد.
(۳) نصف می‌شود. (۴) ربع می‌شود.

۷۱۲ در یک نمودار سری زمانی، معادله خط درونیابی بین دو نقطه $(۱۰, ۴۰)$ و $(۱۴, ۵a + ۴)$ به صورت $y = 6x + h$ است. اگر مقدار واقعی در $x = ۱۱$ برابر ۵۰ باشد، مقدار a چند برابر خطای درونیابی در نقطه $x = ۱۱$ است؟

- (۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۱۳ نقیض گزاره $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \sim q)$ با کدام گزینه هم‌ارز است؟

- (۱) $\sim p$ (۲) $\sim q$ (۳) T (۴) F

۷۱۴ از کیسه‌ای شامل ۵ مهره قرمز و ۳ مهره آبی تعداد ۳ مهره به تصادف خارج می‌کنیم. با کدام احتمال تعداد مهره‌های قرمز بیشتر از تعداد مهره‌های آبی است؟

- (۱) $\frac{۵}{۷}$ (۲) $\frac{۶}{۷}$ (۳) $\frac{۳}{۷}$ (۴) $\frac{۴}{۷}$

۷۱۵ با ارقام ۰ تا ۵ و بدون تکرار ارقام، عددی چهاررقمی می‌سازیم. با کدام احتمال این عدد زوج یا مضرب ۵ خواهد بود؟

- (۱) ۰/۶۸ (۲) ۰/۶۹ (۳) ۰/۶۶ (۴) ۰/۶۷

۷۱۶ در رابطه بازگشتی $a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n - 1 & n \text{ زوج} \\ \frac{1}{4}a_n & n \text{ فرد} \end{cases}$ اگر جمله سوم برابر ۹ باشد، جمله اول کدام است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۵ (۴) ۱۵

۷۱۷ بین ۲۵ و ۴۳ تعداد یازده عدد چنان قرار می دهیم که ۱۳ عدد حاصل تشکیل یک دنباله حسابی می دهند. مجموع همه اعداد این دنباله، کدام است؟

(۱) ۴۴۰ (۲) ۴۴۲ (۳) ۴۳۸ (۴) ۴۳۶

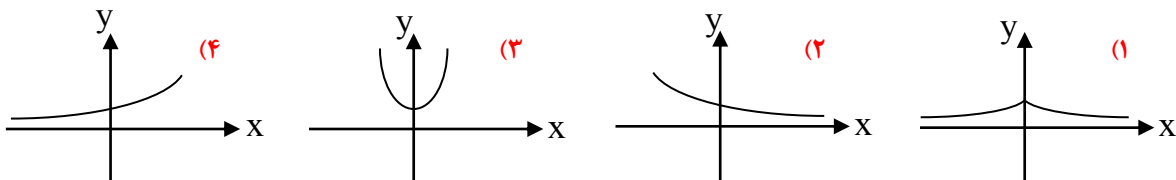
۷۱۸ حاصل عبارت $A = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{1536}$ کدام است؟

(۱) $\frac{341}{256}$ (۲) $\frac{343}{512}$ (۳) $\frac{343}{256}$ (۴) $\frac{341}{512}$

۷۱۹ مقدار x از تساوی $m^{-1} = \left(\frac{\sqrt[m]{m} \times m^{-\frac{3}{4}}}{m^{\frac{1}{6}}} \right)^x$ کدام است؟

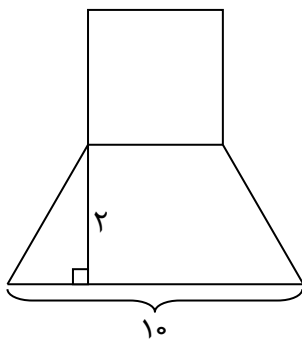
(۱) ۱ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) -۴

۷۲۰ نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{\sqrt{y}}{y}\right)^x & x > 0 \\ (\sqrt{y})^x & x \leq 0 \end{cases}$ کدام است؟



آزمون جامع تالیفی - شماره ۲

۷۲۱ در شکل زیر، مساحت مربع از دو برابر مساحت دوزنقه، ۵ واحد کمتر است. محیط مربع چند برابر قاعده بزرگ دوزنقه است؟



(۱) ۰/۸

(۲) ۱

(۳) ۱/۲

(۴) ۱/۴

۷۲۲ اگر α و β ریشه های معادله $\frac{x^2+1}{x+4} + x = \frac{11x-1}{x+4}$ باشند، مقدار $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ کدام است؟

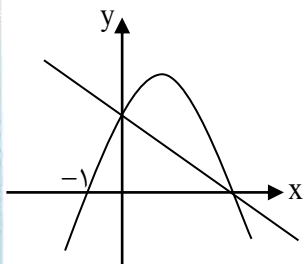
(۱) ۴/۵ (۲) ۳/۵ (۳) ۲/۵ (۴) ۱/۵

۷۲۳ نمودار توابع خطی $f(x) = mx + h$ و سهمی $g(x) = ax^2 + bx + c$ مفروضند. اگر داشته باشیم $f(2) = 1$ و تابع خطی

از نقطه $(9, -\frac{5}{4})$ عبور کند، مقدار $\frac{c+h}{a+b+m}$ کدام است؟

۸ (۱) ۶ (۲)

$\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴)



۷۲۴ در یک کارگاه تولیدی با تابع درآمد $R(x) = \frac{-1}{3}x^2 + 300x$ و تابع هزینه $C(x) = 50x + 500$ اگر به ازای فروش

n کالا، ماکزیم سود برابر P باشد، مقدار $\frac{P}{n}$ کدام است؟

۱۲۱ (۱) ۱۲۲ (۲) ۱۲۳ (۳) ۱۲۴ (۴)

۷۲۵ ضابطه تابع $f(x) = [3x - |x - 2|] + |x|$ به ازای $-\frac{11}{4} < x < -5$ به صورت $f(x) = ax + b$ است. مقدار ab کدام

است؟

-۱۲ (۱) ۱۲ (۲) -۱۳ (۳) ۱۳ (۴)

۷۲۶ اگر $f = \{(1, 3), (3, 6), (-3, 6)\}$ و $g = \{(-3, 2), (1, -4), (2, 0)\}$ و $\frac{f}{g}(a) = 3$ ، آنگاه مقدار $\frac{f+g}{f-g}(a+4)$ کدام

است؟

$-\frac{1}{7}$ (۱) ۷ (۲) -۷ (۳) $\frac{1}{7}$ (۴)

۷۲۷ در داده‌های مرتب شده $12, 2, 3, 4, 6, 8, 8, 9, a, 12, 14$ اگر دامنه میان چارکی برابر ۸ باشد، واریانس داده‌های بزرگتر از چارک اول، کدام است؟

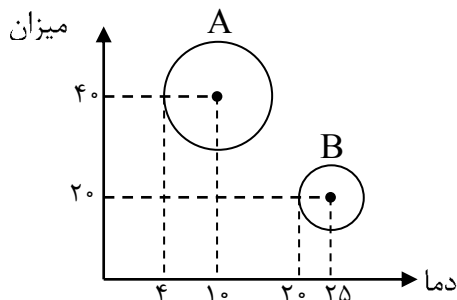
۹ (۱) ۹/۲۵ (۲) ۹/۵ (۳) ۹/۷۵ (۴)

۷۲۸ نوع و مقیاس متغیر «شماره تلفن همراه پرسنل آموزشگاه مجازی احمدی»، کدام است؟

۱) کمی فاصله‌ای ۲) کمی نسبتی ۳) کیفی اسمی ۴) کیفی ترتیبی

۷۲۹ نمودار حبابی زیر، دما، میزان بارش و رطوبت دو شهر A و B را نشان می‌دهد. رطوبت شهر A چند برابر رطوبت شهر

B است؟



۱/۱۱ (۱)

۱/۲۲ (۲)

۱/۳۳ (۳)

۱/۴۴ (۴)

۷۳۰ حقوق افراد یک شرکت خصوصی بر حسب میلیون تومان ۳, ۷, ۳, ۲۰, ۵/۵, ۸, ۷/۵ است. چند نفر از افراد این شرکت،

زیر خط فقر هستند؟

صفر (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)

۷۳۱ اگر ارزش گزاره $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$ به انتفای مقدم درست باشد، آنگاه ارزش کدام گزاره، با بقیه متفاوت است؟
 (۱) $\sim p \Leftrightarrow q$ (۲) $r \wedge q$ (۳) $q \Rightarrow r$ (۴) $\sim p \vee \sim q$

۷۳۲ گزاره $q \Rightarrow [(p \Rightarrow q) \wedge p]$ با کدام گزینه، هم‌ارزش است؟
 (۱) $q \Rightarrow p$ (۲) $p \Rightarrow q$ (۳) $\sim p \Rightarrow q$ (۴) $\sim q \Rightarrow p$

۷۳۳ ۹ نقطه روی محیط یک دایره قرار دارند. تعداد وترهایی که با این ۹ نقطه می‌توان ساخت چه کسری از تعداد مثلث‌هایی است که با آنها می‌توان تشکیل داد؟

(۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{2}{7}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{2}{5}$

۷۳۴ تاسی را سه بار پرتاب می‌کنیم و اعداد برآمده را به ترتیب به جای ضرایب معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ قرار می‌دهیم. با کدام احتمال، یکی از ریشه‌های معادله (۱-) است؟

(۱) $\frac{7}{108}$ (۲) $\frac{5}{108}$ (۳) $\frac{1}{18}$ (۴) $\frac{5}{72}$

۷۳۵ ۴ دانشجو و ۲ استاد قصد دارند در یک ردیف ایستاده و با هم عکس یادگاری بگیرند. با کدام احتمال، فقط یک دانشجو بین دو استاد می‌ایستد؟

(۱) $\frac{2}{15}$ (۲) $\frac{4}{15}$ (۳) $\frac{1}{30}$ (۴) $\frac{7}{30}$

۷۳۶ در دنباله $a_{n+1} = 2a_n + n - 1$ اگر $a_5 = 15$ آنگاه مقدار عددی $\frac{a_3 + a_4}{a_1 + a_2}$ کدام است؟

(۱) $\frac{31}{3}$ (۲) $\frac{32}{3}$ (۳) $\frac{31}{2}$ (۴) $\frac{33}{2}$

۷۳۷ در یک دنباله حسابی، مجموع ده جمله اول برابر ۳۶۵ و جمله نهم برابر ۶۱ است. جمله یازدهم چند برابر جمله اول است؟

(۱) $12/5$ (۲) $15/5$ (۳) 12 (۴) 15

۷۳۸ در یک دنباله هندسی ۸ جمله‌ای، مجموع سه جمله اول ۴۹ و مجموع سه جمله آخر ۱۵۶۸ است. مجموع ۸ جمله این دنباله کدام است؟

(۱) 1785 (۲) 1875 (۳) 1985 (۴) 1895

۷۳۹ اگر حاصل عبارت $\frac{3\sqrt[3]{3} \times \sqrt[12]{81^{-7}}}{\frac{1}{98} \times 243^{-\frac{3}{5}} \times \sqrt[4]{27}}$ به صورت 3^m باشد، مقدار m کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

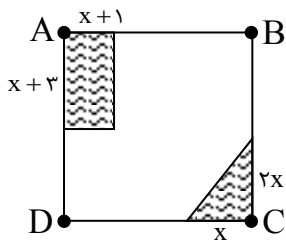
۷۴۰ جمعیت یک شهرک ۲۰۰.۰۰۰ نفر است. اگر جمعیت این شهرک سالانه با نرخ ثابت ۲۰ درصد رشد کند، پس از ۸ سال

جمعیت این شهرک چقدر خواهد بود؟ $4/3 = (1/44)^F$

(۱) 680.000 (۲) 806.000 (۳) 608.000 (۴) 860.000

آزمون جامع تالیفی - شماره ۳

۷۴۱ در مربع ABCD به ضلع ۶، اگر مساحت قسمت غیررنگی، ۲۷ باشد، محیط مستطیل چند برابر مساحت مثلث است؟



۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

$\frac{8}{3}$ (۴)

$\frac{20}{9}$ (۳)

۷۴۲ اگر در معادله درجه دوم $2ax^2 + bx - c = 0$ ضرایب a, b, c را از مجموعه $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ انتخاب کنیم، چند معادله می‌توان ساخت که مجموع ریشه‌هایش، یک واحد کمتر از حاصل ضرب ریشه‌هایش باشد؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۷۴۳ دو چاپگر یکی لیزری و دیگری جوهرافشان، هم‌زمان با هم، پوسترهای تبلیغاتی آموزشگاه مجازی احمدی را در ۱۲ ساعت چاپ می‌کنند. اگر چاپگر جوهرافشان به تنهایی ۱۰ ساعت بیشتر از چاپگر لیزری برای چاپ پوسترها زمان صرف کند، چاپگر لیزری به تنهایی چقدر بیشتر از زمانی که هر دو چاپگر با هم کار می‌کنند، زمان صرف می‌کند؟

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۱۲ (۲)

۲۰ (۱)

۷۴۴ بیشترین مقدار تفاضل ۶ برابر مربع عددی از ۳۶ برابر همان عدد، چند برابر خود عدد است؟

۳ (۴)

۲۷ (۳)

۱۸ (۲)

۵۴ (۱)

۷۴۵ اگر f تابعی همانی و g تابعی ثابت بوده و داشته باشیم $\frac{-2f(5)}{g(-4) + f(3)} = \frac{1}{3}$ ، آنگاه حاصل

$g(\text{sign}(1 - \sqrt{2})) + \text{sign}(g(1 + \sqrt{2}))$ کدام است؟

-۳۱ (۴)

-۳۲ (۳)

-۳۳ (۲)

-۳۴ (۱)

۷۴۶ اگر $f(x) = [x+1]$ با دامنه $-1 \leq x \leq 2$ و $g(x) = |x-1|$ با دامنه $0 \leq x \leq 3$ مفروض باشند، مجموع مقادیر برد تابع $\frac{(f+g) \times (f-g)}{f \times g}$ به ازای مقادیر صحیح دامنه، کدام است؟

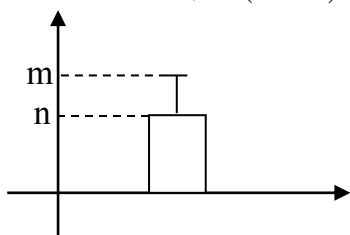
$\frac{11}{3}$ (۴)

$\frac{10}{3}$ (۳)

۳ (۲)

$\frac{8}{3}$ (۱)

۷۴۷ نمودار زیر برای داده‌های ۱۶، ۲۵، ۲۱، ۱۳، ۱۸، ۲۷ رسم شده است. مقدار $(m-n)^2$ کدام است؟



۲۲ (۱)

۲۳ (۲)

۲۴ (۳)

۲۵ (۴)

						●
		●				●
●		●				●
●	●	●		●		●
●	●	●	●	●	●	●
۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴

۷۴۸ در نمودار نقطه‌ای زیر، حاصل $\frac{Q_1 + 4Q_2 + Q_3}{IQR}$ کدام است؟

۱۰ (۱)

۱۱ (۲)

۱۲ (۳)

۱۳ (۴)

۷۴۹ چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

(الف) «میزان درآمد کارکنان آموزشگاه مجازی احمدی» یک متغیر کمی فاصله‌ای است.

(ب) تقریباً ۶۸ درصد داده‌های آماری در فاصلهٔ دو برابر انحراف معیار از میانگین قرار دارند.

(ج) متغیر سوم در نمودار حبابی نباید مقادیر منفی یا صفر باشد.

(د) تغییر متوسط قیمت کالاها و خدمات در طول زمان را تورم می‌گوییم.

(ه) مرتب کردن داده‌ها در گام سوم چرخهٔ آمار انجام می‌شود.

(و) اگر از الگوی توزیع داده‌ها و وجود داده‌های دورافتاده اطلاعی نداشته باشیم، نمودار جعبه‌ای مطمئن‌ترین نوع نمایش داده‌هاست.

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۷۵۰ قیمت دو نوع کالا در سال ۹۵ (پایه)، ۵۰۰۰ و ۸۵۰۰ تومان و در سال ۱۴۰۱ به ترتیب ۱۲۰۰۰ و ۱۶۰۰۰ تومان است. اگر تعداد مصرفی این دو نوع کالا در طول سال به ترتیب ۲۰۰ و ۴۰۰ بوده و شاخص در سال ۹۵ برابر ۱۴۰ باشد، مقدار تقریبی تورم کدام است؟

۴۰/۶۵ (۴)

۴۳/۲۵ (۳)

۴۱/۷۵ (۲)

۴۲/۸۵ (۱)

۷۵۱ اگر ارزش گزارهٔ $(\sim p \wedge q) \Rightarrow \sim r$ نادرست باشد، ارزش چه تعداد از گزاره‌های زیر، درست است؟

(الف) $p \Leftrightarrow q$ (ب) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow \sim r$ (ج) $\sim(p \Rightarrow q) \vee r$ (د) $(q \Leftrightarrow p) \wedge \sim r$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۷۵۲ نماد ریاضی کدام عبارت توصیفی، به درستی نوشته شده است؟

(۱) مجموع مکعبات سه عدد، از مربع مجموع آنها بزرگتر است. $(x + y + z)^3 > x^3 + y^3 + z^3$

(۲) تفاضل معکوس مجذورات دو عدد، بزرگتر یا مساوی مربع تفاضل آنهاست. $(x - y)^2 \leq \frac{1}{x^2 - y^2}$

(۳) جذر مجموع مجذورات دو عدد، از مجذور مجموع جذرهای آنها کوچکتر است. $\sqrt{x^2 + y^2} < (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2$

(۴) حاصل ضرب مربعات سه عدد، کوچکتر یا مساوی مجذور حاصل ضرب مکعبات آنهاست.

$$x^2 y^2 z^2 \leq \sqrt{x^3 y^3 z^3}$$

۷۵۳ در یک ساختمان هشت طبقه، ۸ زوج جوان زندگی می‌کنند. به چند طریق می‌توان از میان آنها ۶ نفر برای تشکیل

هیئت مدیرهٔ ساختمان انتخاب کرد به طوری که فقط دو زوج در هیئت مدیره حضور داشته باشد؟

۱۶۸۰ (۴)

۲۹۵۰ (۳)

۸۰۰۸ (۲)

۱۳۸۶۰ (۱)

۷۵۴ در کیسه‌ای هشت مهره با شماره‌های ۱ تا ۸ موجود است. به تصادف دو مهره از کیسه خارج می‌کنیم. با کدام احتمال مجموع شماره‌های دو مهره، عددی زوج است؟

(۱) $\frac{1}{7}$ (۲) $\frac{2}{7}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{4}{7}$

۷۵۵ در یک خانواده ۴ نفری، با کدام احتمال حداقل ۲ نفر در یک فصل سال متولد شده‌اند؟

(۱) $\frac{29}{64}$ (۲) $\frac{29}{32}$ (۳) $\frac{19}{32}$ (۴) $\frac{19}{64}$

۷۵۶ اگر A و B دو پیشامد ناسازگار در فضا نمونه‌ای S باشند، کدام گزینه نادرست است؟

(۱) $A' \subseteq B$ (۲) $A - B = A$ (۳) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ (۴) $P(A' \cap B') = 1 - P(A) - P(B)$

۷۵۷ دنباله بازگشتی دوضابطه‌ای $a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{1 + [\frac{a_n}{2}]} & n \text{ زوج} \\ [\frac{a_n}{2}] + a_n & n \text{ فرد} \end{cases}$ با جمله اول $a_1 = 3$ از جمله چندم به بعد، ثابت می‌شود؟

(۱) سوم (۲) چهارم (۳) پنجم (۴) ششم

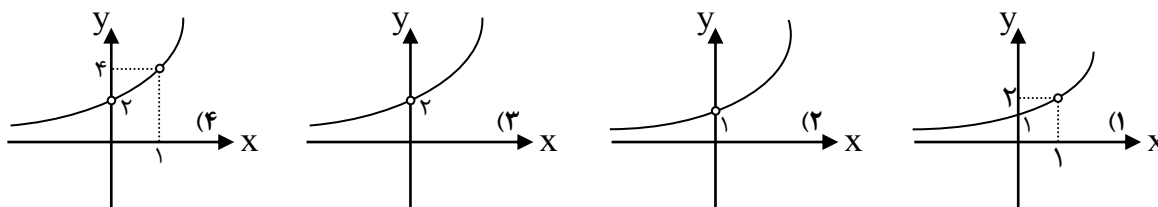
۷۵۸ در یک دنباله حسابی با جمله عمومی $a_n = \frac{3}{4}n - 2$ مجموع ۲۰ جمله اول کدام است؟

(۱) $115/5$ (۲) 116 (۳) 118 (۴) $117/5$

۷۵۹ در یک دنباله هندسی غیرصعودی اگر جملات سوم و پنجم به ترتیب ۲۰ و ۸۰ باشد، مجموع ده جمله اول این دنباله کدام است؟

(۱) 1705 (۲) -1705 (۳) 1825 (۴) -1825

۷۶۰ نمودار تابع $f(x) = \frac{4^x - 2^{x+1}}{2^x - 2} + \frac{4^x + 8^x}{2^x + 4^x}$ به کدام صورت است؟



آزمون جامع تالیفی - شماره ۴

۷۶۱) معادله درجه دوم $(m-1)x^2 - 4x + 1 = 0$ دارای دو ریشه متمایز است. مقدار m کدام عدد می تواند باشد؟

- ۵ (۱) $3 + \sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{2} + 2$ (۳) $4 + \sqrt{2}$ (۴)

۷۶۲) درصد لغات دشوار یک کتاب لاتین ۸ و میانگین تعداد کلمات در هر جمله ۱۱ است، شاخص پایه آموزش مربوط به این کتاب کدام است؟

- ۷ (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴)

۷۶۳) در معادله درجه دوم $3x^2 + 7x - 2m + 2 = 0$ ، حاصل ضرب دو ریشه -۲ می باشد. ریشه بزرگتر کدام است؟

- $\frac{2}{3}$ (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)

۷۶۴) هنگامی که دو چاپگر با هم کار می کنند، اسناد یک اداره در ۱۲ ساعت چاپ می شود. اگر چاپگر قدیمی به تنهایی برای این کار ۱۰ ساعت زمان بیشتری نسبت به چاپگر جدید نیاز داشته باشد، چاپگر جدید به تنهایی در چند ساعت این کار را انجام می دهد؟

- ۶ (۱) ۱۴ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴)

۷۶۵) با فرض اینکه $|a| = a$ و $|b| = -b$ باشند، نمودار تابع خطی $y = ax + b$ از کدام نواحی دستگاه مختصات می گذرد؟ (a و b مخالف صفر هستند).

- (۱) اول، دوم، سوم (۲) اول، دوم، چهارم (۳) اول، سوم، چهارم (۴) دوم، سوم، چهارم

۷۶۶) رأس سهمی $y = x^2 - 6x + 3$ روی کدام خط واقع است؟

- $y = x + 2$ (۱) $y = -2x$ (۲) $y = 3x - 4$ (۳) $y = x - 7$ (۴)

۷۶۷) انحراف معیار داده های آماری ۱۶، ۲۰، ۱۸، ۱۵، ۱۹، ۲۰ کدام است؟

- $1/6$ (۱) $1/7$ (۲) $1/8$ (۳) $1/9$ (۴)

۷۶۸) اگر $f = \{(2, 7), (5, a-2), (7, 2a-b)\}$ تابع ثابت و تابع g همانی باشد، حاصل $g(a+b)$ کدام است؟

- ۲۰ (۱) ۲۱ (۲) ۳۴ (۳) ۴۰ (۴)

۷۶۹) در جدول روبه رو، گزاره مرکب s از گزاره های ساده p و q تشکیل شده است.

گزاره مرکب s، کدام گزینه نمی تواند باشد؟

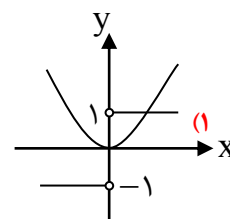
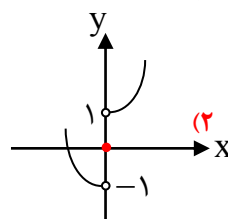
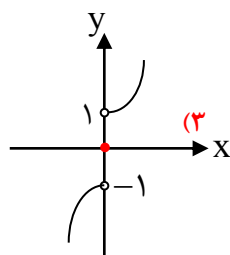
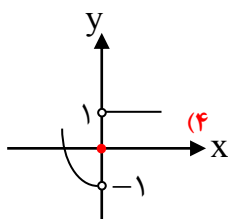
- $p \wedge \sim q$ (۱) $\sim p \vee q$ (۲) $p \Rightarrow q$ (۳) $\sim q \Rightarrow \sim p$ (۴)

p	q	s
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

۷۷۰) اگر $f(x) = [x] \cdot \sqrt{2+|x|}$ باشد، مقدار $f(2) + 4f(-\frac{1}{4})$ کدام است؟

- ۲ (۱) -۲ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴)

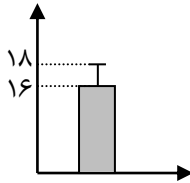
۷۷۱) اگر $f(x) = x^2$ و $g(x) = \text{sign}(x)$ باشد، نمودار $(f+g)$ کدام است؟



۷۷۲ اگر تورم قیمت مسکن بین سال‌های ۹۲ تا ۹۹ برابر ۶۰۰ درصد بوده و شاخص بهای مسکن در سال ۹۲ برابر ۲۰۰ باشد، شاخص بهای مسکن در سال ۹۹ کدام است؟

- ۱۰۸۰ (۱) ۱۱۷۰ (۲) ۱۲۵۰ (۳) ۱۴۰۰ (۴)

۷۷۳ در نمودار مقابل که مربوط به ۲۰۰ داده نرمال می‌باشد، تقریباً چه تعداد از داده‌ها بین ۱۲ و ۱۸ قرار دارند؟



۱۸۸ (۱)

۱۲۰ (۲)

۱۶۴ (۳)

۱۴۰ (۴)

۷۷۴ مجموعه A، دارای ۳۲ زیرمجموعه است. مجموعه A چند زیرمجموعه دوجزوی دارد؟

- ۵ (۱) ۱۰ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)

۷۷۵ دو سکه و یک تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. تعداد عضوهای فضای نمونه‌ای پیشامدهای آن کدام است؟

- ۱۰ (۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۲۴ (۴)

۷۷۶ هریک از اعداد ۲۰، ۳، ۲، ۱ بر روی ۲۰ گوی نوشته شده است. اگر یک گوی از بین آنها بیرون آوریم، با کدام احتمال عدد آن زوج، ولی بر ۳ بخش پذیر نیست؟

- ۰/۳ (۱) ۰/۳۵ (۲) ۰/۴ (۳) ۰/۴۵ (۴)

۷۷۷ در یک دنباله با رابطه بازگشتی $a_{n+1} = 2a_n$ حاصل $\frac{a_{20}}{a_1}$ کدام است؟

- ۲۰۴۸ (۱) ۱۰۲۴ (۲) ۵۱۲ (۳) ۲۵۶ (۴)

۷۷۸ با توجه به دنباله‌های $a_n = 3^n$ ، $b_n = (-\frac{1}{2})^{n+1}$ و $c_n = \frac{1}{3n-1}$ حاصل $a_7 + b_7 + c_7$ کدام است؟

- $\frac{367}{40}$ (۱) $\frac{365}{40}$ (۲) $\frac{363}{40}$ (۳) $\frac{361}{40}$ (۴)

۷۷۹ در یک دنباله حسابی، مجموع سه جمله اول آن ۳۳ و مجموع سه جمله بعدی آن ۶۰ می‌باشد، جمله هشتم آن کدام است؟

- ۲۶ (۱) ۲۹ (۲) ۳۰ (۳) ۳۱ (۴)

۷۸۰ اگر $\frac{1}{2} \times \sqrt{2} = \sqrt[3]{\sqrt{32}} \times \frac{1}{2^x}$ باشد، x کدام است؟

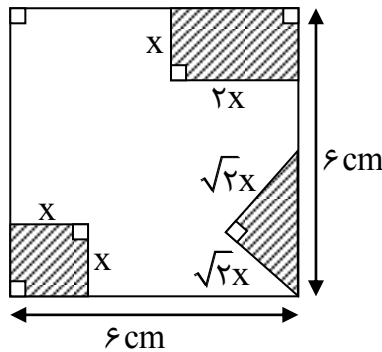
- $\frac{23}{6}$ (۱) ۷ (۲) $-\frac{13}{6}$ (۳) $-\frac{7}{6}$ (۴)

آزمون جامع تالیفی - شماره ۵

۷۸۱ یکی از جواب های معادله $2x^2 - ax + 28 = 0$ برابر ۴ است. جواب دیگر معادله کدام است؟

- (۱) ۳/۵ (۲) -۳/۵ (۳) ۲/۵ (۴) -۲/۵

۷۸۲ از مربعی به ضلع ۶ سانتی متر سه شکل مقابل بریده شده است. مساحت باقیمانده ۲۴ سانتی متر مربع است. طول مستطیل کدام است؟



- (۱) $4\sqrt{3}$
(۲) $2\sqrt{2}$
(۳) $2\sqrt{3}$
(۴) $4\sqrt{2}$

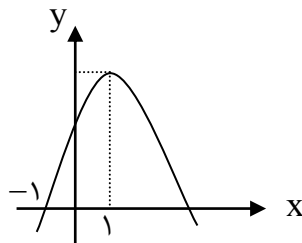
۷۸۳ در معادله $x + \frac{2x-1}{x-4} = -2$ ، ریشه ها چگونه اند؟

- (۱) فقط یک جواب قابل قبول
(۲) دو جواب مساوی
(۳) دو جواب وارون
(۴) دو جواب قرینه

۷۸۴ می خواهیم با یک قطعه سیم به طول ۶۰ متر، یک زمین به شکل مثلث را محصور کنیم. اگر رابطه بین ارتفاع و قاعده این مثلث به صورت $a + 2h = 10$ باشد، ماکزیم مساحت زمین محصور شده چقدر است؟ (a قاعده و h ارتفاع است.)

- (۱) ۲۵ (۲) ۳۶ (۳) $\frac{25}{4}$ (۴) $\frac{36}{7}$

۷۸۵ شکل روبه رو، نمودار تابع $y = -2x^2 + ax + b$ است؛ کدام است؟



- (۱) ۳
(۲) ۴
(۳) ۵
(۴) ۶

۷۸۶ میانگین و واریانس ۲۹ داده آماری به ترتیب ۱۷ و ۵ است. اگر داده های ناجور ۱۲ و ۱۳ و ۲۱ و ۲۲ از بین آنها حذف شوند، واریانس داده های باقیمانده کدام است؟

- (۱) ۲/۵۲ (۲) ۲/۵۴ (۳) ۲/۶۴ (۴) ۲/۶۶

۷۸۷ در نمودار حبابی اگر شعاع A، ۴ برابر شعاع B باشد و متغیر سوم A برابر ۱۲ باشد، متغیر سوم B کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۳۶ (۳) ۰/۷۵ (۴) ۱۹

۷۸۸ با توجه به جدول زیر، ارزش گزاره $(p \wedge r) \sim$ کدام است؟ (T: درست و F: نادرست)

$(p \vee r) \Leftrightarrow \sim q$	p	q	r	$\sim(p \wedge r)$
F	?	F	?	?

- (۱) T (۲) F

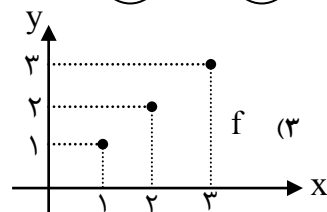
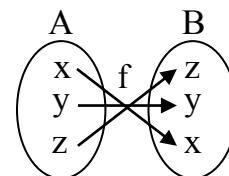
(۳) هم ارز با $p \vee r$ (۴) هم ارز با گزاره «پارامتر همیشه از آماره بزرگتر است.»

۷۸۹ اگر $f(x) = |2x - 3|$ باشد، مقدار $f(\sqrt{2} + 1) + f(\sqrt{2} - 1)$ ، کدام است؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۴√۲ (۴)

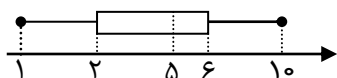
۷۹۰ کدام تابع زیر، یک تابع همانی نیست؟

$$\begin{cases} f: \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = \frac{x^2 - x}{x - 1} \end{cases} \quad (۲)$$



$$f = \{(1, \sqrt{2}), (2, \sqrt{3}), (3, \sqrt{4})\} \quad (۴)$$

۷۹۱ در یک جامعه آماری، میانگین درآمد افراد برابر ۴ میلیون تومان است. اگر نمودار جعبه‌ای مربوط به درآمد افراد این جامعه به شکل مقابل باشد، اختلاف مقدار خط فقر به کمک میانه و میانگین چقدر است؟



- ۰/۵ (۱) ۱ (۲) ۱/۵ (۳) ۲ (۴)

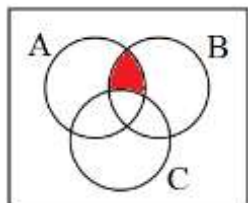
۷۹۲ خط فقر ماهانه در یک جامعه آماری به کمک میانگین محاسبه شده و برابر ۱۰ میلیون تومان است. اگر درآمد همه اعضا ۲ برابر شود و سپس ۱ میلیون تومان از درآمد هر شخص کم شود، خط فقر جدید چند میلیون تومان است؟

- ۱۹/۵ (۱) ۲۰ (۲) ۱۹ (۳) ۱۸/۵ (۴)

۷۹۳ با حروف کلمه « FARHAD » چند رمز عبور ۶ حرفی می‌توان ساخت به طوری که دو حرف A کنار هم نباشند؟

- ۱۲۰ (۱) ۱۸۰ (۲) ۲۴۰ (۳) ۳۰۰ (۴)

۷۹۴ در یک آزمایش تصادفی، A « پیشامد اینکه روز باشد. » و B « پیشامد اینکه باران ببارد. » و C « پیشامد اینکه امتحان برگزار شود. » در نظر گرفته شده و نمودار ون مربوطه رسم شده است. عبارت توصیفی مربوط به قسمت هاشورخورده کدام است؟



- (۱) پیشامد آنکه، در روزی که باران می‌بارد، امتحان برگزار شود.
(۲) پیشامد آنکه، در روزی که باران نمی‌بارد، امتحان برگزار نشود.
(۳) پیشامد آنکه، در یک شب بارانی امتحان برگزار شود.
(۴) پیشامد آنکه، در روزی که باران می‌بارد، امتحان برگزار نشود.

۷۹۵ در جعبه‌ای چهار مهره با شماره‌های ۱ تا ۴ موجود است. به تصادف یک مهره از جعبه بیرون می‌آوریم. شماره آن را یادداشت کرده و به جعبه برمی‌گردانیم. مهره دیگری بیرون کشیده، شماره آن را کنار عدد قبلی قرار می‌دهیم. با کدام احتمال عدد دورقمی حاصل، مضرب ۳ است؟

- ۵/۱۶ (۱) ۷/۱۶ (۲) ۱/۴ (۳) ۱/۳ (۴)

۷۹۶ در دنباله‌ای با رابطه بازگشتی $a_{n+1} = a_n + (n+1)$ اگر $a_1 = 1$ باشد، جمله هفتم کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۴۰ (۳) ۳۲ (۴) ۲۸

۷۹۷ اگر عرض نخستین پله نردبانی ۱۲۵ سانتی‌متر و عرض آخرین پله آن ۴۵ سانتی‌متر در نظر گرفته شود و هر پله ۱۰

سانتی‌متر کوتاه‌تر از پله پیشین باشد، برای ساخت همه پله‌ها، به چند متر چوب احتیاج است؟

- (۱) ۷۶۵ (۲) ۷۶۶ (۳) ۷۷۷ (۴) ۷۷۸

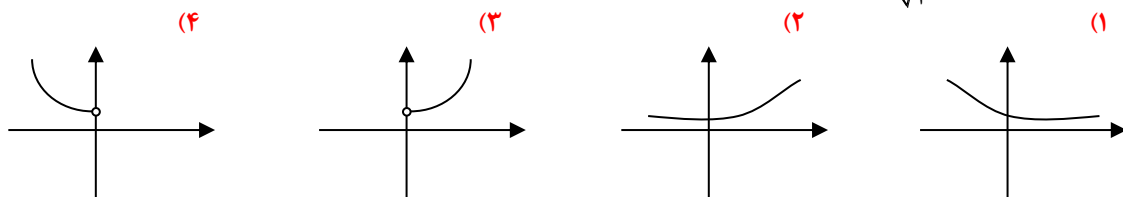
۷۹۸ اگر در یک دنباله هندسی داشته باشیم:
$$\begin{cases} a_{n+1} = \frac{a_n}{2} + K - 3 \\ a_1 = -6 \end{cases}$$
 مجموع چهار جمله اول دنباله کدام است؟

- (۱) $-10/5$ (۲) $-11/25$ (۳) $-12/25$ (۴) $-13/5$

۷۹۹ از تساوی $4 \times 2^{x+1} = (0.5)^x$ ، عدد x کدام است؟

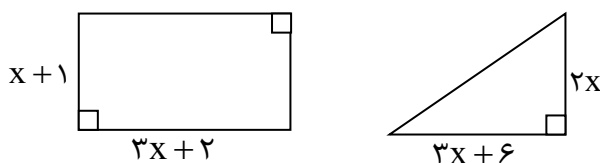
- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{5}{4}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{5}{2}$

۸۰۰ نمودار تابع $y = (\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} - 1)^x$ شبیه کدام است؟



آزمون جامع تالیفی - شماره ۶

۸۰۱ مساحت مثلث و مستطیل در شکل زیر مساوی‌اند. محیط مستطیل کدام است؟



- (۱) ۱۶ (۲) ۱۸ (۳) ۲۲ (۴) ۲۴

۸۰۲ تابع سود یک شرکت برابر با $P(x) = x^2 - 305x + 1500$ است، اختلاف نقاط سر به سر شرکت کدام است؟

- (۱) ۲۹۵ (۲) ۲۸۵ (۳) ۳۰۰ (۴) ۳۰۵

۸۰۳ در معادله درجه دوم $2x^2 + (m+1)x - 12 = 0$ ، مجموع دو ریشه $\frac{5}{4}$ است، ریشه مثبت کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۸۰۴ خط d از نقطه $A(-2, 4)$ و نقطه تلاقی دو خط به معادلات $2x + y = 5$ و $3y - x + 6 = 0$ گذشته است. شیب خط d

کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۸۰۵ در یک قطعه زمین، اگر ۳۰ بوته گوجه فرنگی با فاصله‌های مساوی از هم کاشته شوند، هر بوته ۴ کیلو محصول می‌دهد. به ازای هر بوته اضافی که کاشته شود $\frac{1}{3}$ کیلو از میانگین محصول بوته‌ها کم می‌شود. بیشترین محصول برداشتی کدام است؟

۱۲۲/۵ (۱) ۱۲۷/۵ (۲) ۱۳۰/۵ (۳) ۱۳۲/۵ (۴)

۸۰۶ اگر $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = 2x + 1 \end{cases}$ باشد و برد تابع f برابر $\{-1, 3, 5\}$ باشد، مجموع اعضای دامنه f کدام است؟

۱ (۱) صفر (۲) ۵ (۳) -۳ (۴)

۸۰۷ کدام عبارت درباره نمودار راداری نادرست است؟

- (۱) محل قرارگیری و زاویه محورها نسبت به یکدیگر، هیچ اطلاعات خاصی را بیان نمی‌کند.
- (۲) معمولاً در ورزش برای نشان دادن میزان قدرت و ضعف بازیکنان نسبت به یکدیگر استفاده می‌شود.
- (۳) نسبت مقدار یک متغیر برای یک مشاهده به بیشینه آن متغیر به ازای همه مشاهدات، زاویه بین شعاع‌ها را مشخص می‌کند.
- (۴) به ما می‌گوید، مقدار کدام متغیر برای یک مشاهده نسبت به متغیرهای دیگر بیشتر یا کمتر است.

۸۰۸ اگر گزاره مرکب s متشکل از گزاره‌های ساده p و q ، جدول ارزش‌گذاری مقابل را داشته باشد، گزاره مرکب s کدام است؟

p	q	s
د	د	ن
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

$p \Rightarrow q$ (۲) $p \vee q$ (۱)
 $p \vee \sim q$ (۴) $\sim p \wedge q$ (۳)

۸۰۹ اگر $f = \{(-1, n^2 - 2n), (m - 4, 3), (m + n, t)\}$ یک تابع ثابت با دامنه دوعضوی و $n \in \mathbb{N}$ و m باشد، مقدار $m + t$ کدام است؟

۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۸۱۰ اگر $f(x) = \sqrt{2x - 5}$ باشد، مقدار $f(-2) + 2f(\frac{1}{2})$ کدام است؟

۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)

۸۱۱ اگر $f = \{(2, 3), (3, -1), (0, 2), (4, 0)\}$ و $g = \{(3, -6), (1, -10), (0, 2), (4, -1)\}$ باشد، کوچکترین عضو برد تابع

$\frac{g}{f}$ کدام است؟

-۱۰ (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) صفر (۴)

۸۱۲ اگر قیمت هر کیلو برنج و گوشت مصرفی خانوار در سال پایه به ترتیب ۲۰.۰۰۰ و ۱۰۰.۰۰۰ ریال باشد و این قیمت‌ها در سال مورد نظر به ۵۰.۰۰۰ و ۱۷۰.۰۰۰ رسیده باشد، با فرض آنکه مقادیر مصرفی برنج و گوشت خانوار در سال پایه به ترتیب ۵۰ و ۳۰ کیلو باشد، شاخص بهای این دو کالا کدام است؟

۱۹۰ (۱) ۱۸۰ (۲) ۱۹۵ (۳) ۱۸۷ (۴)

۸۱۳ شاخص بهای دو کالای A و B در سال ۱۴۰۱ به ترتیب برابر با ۲۸۰ و ۹۰ می‌باشد. مقدار تورم این دو کالا نسبت به سال پایه به ترتیب کدام‌اند؟

- (۱) تورم A برابر ۲۸۰ درصد و تورم B برابر ۹۰ درصد است.
- (۲) تورم A برابر ۱۸۰ درصد و تورم B برابر ۹ درصد است.
- (۳) تورم A برابر ۱۸۰ درصد و تورم B برابر ۱۰- درصد است.
- (۴) تورم A برابر ۲۸۰ درصد و تورم B برابر ۱۰- درصد است.

- ۸۱۴ با حروف کلمه « DANESH » چند رمز عبور چهار حرفی می توان ساخت به طوری که حرف S در هر رمز باشد؟
 ۲۴۰ (۱) ۲۵۰ (۲) ۲۶۰ (۳) ۲۷۰ (۴)
- ۸۱۵ اعداد یک رقمی ۱, ۲, ۳, ۴, ..., ۹ بر روی ۹ کارت یکسان نوشته شده است. اگر یک کارت از بین آنها بیرون بیاوریم، احتمال اینکه آن کارت بر ۲ یا ۳ بخش پذیر باشد، کدام است؟
 $\frac{3}{5}$ (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۴)
- ۸۱۶ یک تاس قرمز و یک تاس سبز را با هم پرتاب می کنیم. احتمال اینکه مجموع دو عدد روشده، برابر ۷ باشد، کدام است؟
 $\frac{1}{6}$ (۱) $\frac{2}{9}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{5}{18}$ (۴)
- ۸۱۷ در دنباله با رابطه بازگشتی $a_{n+1} = a_n + (2n + 1)$ و $a_1 = 1$ ، جمله دهم کدام است؟
 ۴۹ (۱) ۱۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۸۱ (۴)
- ۸۱۸ مجموع اعداد طبیعی فرد و متوالی شروع از ۲۳ و ختم به ۶۱ کدام است؟
 ۷۸۰ (۱) ۸۴۰ (۲) ۸۵۰ (۳) ۸۷۰ (۴)
- ۸۱۹ در یک دنباله هندسی، مجموع جملات اول و دوم $\frac{9}{4}$ و مجموع جملات چهارم و پنجم ۳۶ می باشد، جمله سوم این دنباله کدام است؟
 ۶ (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴)
- ۸۲۰ ساده شده عبارت $6^4 \times (\frac{3}{4})^{-3} \times (\frac{5}{2})^4$ کدام است؟
 ۶ (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴)



برای خرید نسخه چاپی یا تدریس ویدئویی این جزوه به سایت و
 یا کانال تلگرامی «آموزشگاه مجازی احمدی» مراجعه کنید.
 برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد این جزوات و پکیج ها به شماره ۰۹۱۲۳۷۰۸۴۷۶
 در تلگرام یا واتساپ و یا به صورت SMS پیام بدهید.



Ahmadi63amoozesh.com

@ahmadi63amoozesh

پاسخنامه

۴	۳	۲	۱	۱۵۱
☐	☒	☐	☐	۱۵۲
☐	☐	☒	☐	۱۵۳
☒	☐	☐	☐	۱۵۴
☐	☒	☐	☐	۱۵۵
☐	☐	☒	☐	۱۵۶
☐	☐	☐	☒	۱۵۷
☐	☒	☐	☐	۱۵۸
☐	☐	☐	☒	۱۵۹
☐	☐	☒	☐	۱۶۰
☐	☐	☐	☒	۱۶۱
☐	☐	☐	☒	۱۶۲
☐	☐	☒	☐	۱۶۳
☐	☐	☐	☒	۱۶۴
☐	☐	☒	☐	۱۶۵
☐	☐	☐	☒	۱۶۶
☐	☐	☒	☐	۱۶۷
☐	☒	☐	☐	۱۶۸
☐	☐	☐	☒	۱۶۹
☐	☒	☐	☐	۱۷۰
☒	☐	☐	☐	۱۷۱
☐	☐	☒	☐	۱۷۲
☐	☐	☐	☒	۱۷۳
☒	☐	☐	☐	۱۷۴
☐	☐	☐	☒	۱۷۵
☐	☐	☒	☐	۱۷۶
☐	☐	☐	☒	۱۷۷
☒	☐	☐	☐	۱۷۸
☐	☐	☐	☒	۱۷۹
☐	☒	☐	☐	۱۸۰
☐	☐	☐	☒	۱۸۱
☐	☐	☐	☒	۱۸۲
☐	☒	☐	☐	۱۸۳
☐	☐	☐	☒	۱۸۴
☒	☐	☐	☐	۱۸۵
☐	☐	☒	☐	۱۸۶
☒	☐	☐	☐	۱۸۷
☐	☐	☐	☒	۱۸۸
☐	☐	☐	☒	۱۸۹
☐	☐	☒	☐	۱۹۰
☐	☐	☐	☒	۱۹۱
☐	☐	☒	☐	۱۹۲
☐	☐	☐	☒	۱۹۳
☐	☐	☒	☐	۱۹۴
☐	☒	☐	☐	۱۹۵
☐	☐	☐	☒	۱۹۶
☒	☐	☐	☐	۱۹۷
☐	☐	☐	☒	۱۹۸
☒	☐	☐	☐	۱۹۹
☒	☐	☐	☐	۲۰۰

۴	۳	۲	۱	۱۰۱
☐	☐	☒	☐	۱۰۲
☐	☒	☐	☐	۱۰۳
☐	☐	☐	☒	۱۰۴
☐	☐	☐	☒	۱۰۵
☐	☐	☐	☒	۱۰۶
☐	☐	☐	☒	۱۰۷
☐	☒	☐	☐	۱۰۸
☐	☐	☐	☒	۱۰۹
☐	☐	☒	☐	۱۱۰
☐	☐	☐	☒	۱۱۱
☐	☒	☐	☐	۱۱۲
☐	☐	☐	☒	۱۱۳
☐	☐	☒	☐	۱۱۴
☐	☐	☐	☒	۱۱۵
☐	☐	☐	☒	۱۱۶
☐	☐	☒	☐	۱۱۷
☐	☒	☐	☐	۱۱۸
☐	☐	☐	☒	۱۱۹
☒	☐	☐	☐	۱۲۰
☐	☐	☒	☐	۱۲۱
☐	☐	☐	☒	۱۲۲
☐	☐	☐	☒	۱۲۳
☐	☐	☒	☐	۱۲۴
☐	☐	☐	☒	۱۲۵
☐	☐	☒	☐	۱۲۶
☐	☐	☐	☒	۱۲۷
☐	☒	☐	☐	۱۲۸
☐	☐	☐	☒	۱۲۹
☐	☐	☒	☐	۱۳۰
☐	☐	☐	☒	۱۳۱
☐	☐	☒	☐	۱۳۲
☐	☐	☐	☒	۱۳۳
☐	☐	☒	☐	۱۳۴
☐	☐	☐	☒	۱۳۵
☐	☐	☒	☐	۱۳۶
☐	☐	☐	☒	۱۳۷
☒	☐	☐	☐	۱۳۸
☐	☐	☐	☒	۱۳۹
☐	☐	☐	☒	۱۴۰

۴	۳	۲	۱	۵۱
☐	☒	☐	☐	۵۲
☐	☐	☐	☒	۵۳
☒	☐	☐	☐	۵۴
☐	☐	☐	☒	۵۵
☐	☒	☐	☐	۵۶
☐	☐	☐	☒	۵۷
☐	☐	☐	☒	۵۸
☐	☒	☐	☐	۵۹
☐	☐	☒	☐	۶۰
☐	☐	☐	☒	۶۱
☐	☒	☐	☐	۶۲
☐	☐	☐	☒	۶۳
☐	☐	☒	☐	۶۴
☒	☐	☐	☐	۶۵
☐	☐	☐	☒	۶۶
☐	☐	☒	☐	۶۷
☐	☒	☐	☐	۶۸
☐	☐	☐	☒	۶۹
☐	☐	☐	☒	۷۰
☐	☐	☐	☒	۷۱
☐	☐	☒	☐	۷۲
☐	☐	☐	☒	۷۳
☐	☐	☒	☐	۷۴
☐	☐	☐	☒	۷۵
☐	☐	☒	☐	۷۶
☐	☐	☐	☒	۷۷
☐	☒	☐	☐	۷۸
☐	☐	☐	☒	۷۹
☐	☐	☒	☐	۸۰
☐	☒	☐	☐	۸۱
☐	☐	☐	☒	۸۲
☐	☐	☒	☐	۸۳
☐	☐	☐	☒	۸۴
☐	☒	☐	☐	۸۵
☐	☐	☐	☒	۸۶
☐	☐	☒	☐	۸۷
☐	☐	☐	☒	۸۸
☐	☐	☐	☒	۸۹
☐	☐	☒	☐	۹۰
☐	☐	☐	☒	۹۱
☐	☐	☒	☐	۹۲
☐	☐	☐	☒	۹۳
☐	☐	☐	☒	۹۴
☐	☐	☐	☒	۹۵
☐	☒	☐	☐	۹۶
☐	☐	☐	☒	۹۷
☒	☐	☐	☐	۹۸
☐	☐	☐	☒	۹۹
☒	☐	☐	☐	۱۰۰

۴	۳	۲	۱	۱
☐	☒	☐	☐	۲
☐	☐	☐	☒	۳
☐	☐	☐	☒	۴
☒	☐	☐	☐	۵
☐	☒	☐	☐	۶
☐	☐	☐	☒	۷
☐	☐	☐	☒	۸
☐	☒	☐	☐	۹
☐	☐	☒	☐	۱۰
☐	☐	☐	☒	۱۱
☐	☒	☐	☐	۱۲
☐	☐	☐	☒	۱۳
☐	☐	☒	☐	۱۴
☐	☐	☐	☒	۱۵
☐	☐	☐	☒	۱۶
☒	☐	☐	☐	۱۷
☐	☒	☐	☐	۱۸
☐	☐	☐	☒	۱۹
☐	☐	☐	☒	۲۰
☐	☐	☐	☒	۲۱
☐	☒	☐	☐	۲۲
☐	☐	☐	☒	۲۳
☒	☐	☐	☐	۲۴
☐	☐	☐	☒	۲۵
☐	☐	☐	☒	۲۶
☐	☐	☐	☒	۲۷
☐	☒	☐	☐	۲۸
☐	☐	☐	☒	۲۹
☐	☐	☒	☐	۳۰
☐	☐	☐	☒	۳۱
☐	☐	☐	☒	۳۲
☐	☐	☐	☒	۳۳
☐	☐	☐	☒	۳۴
☐	☒	☐	☐	۳۵
☐	☐	☐	☒	۳۶
☐	☐	☒	☐	۳۷
☐	☐	☐	☒	۳۸
☐	☐	☐	☒	۳۹
☐	☐	☒	☐	۴۰
☐	☐	☐	☒	۴۱
☐	☐	☐	☒	۴۲
☐	☐	☐	☒	۴۳
☐	☐	☐	☒	۴۴
☐	☐	☐	☒	۴۵
☐	☒	☐	☐	۴۶
☐	☐	☐	☒	۴۷
☒	☐	☐	☐	۴۸
☐	☐	☐	☒	۴۹
☒	☐	☐	☐	۵۰

۴	۳	۲	۱	۲۵۱
☐	☐	☒	☐	۲۵۲
☐	☒	☐	☐	۲۵۳
☐	☐	☐	☒	۲۵۴
☐	☐	☐	☒	۲۵۵
☐	☐	☒	☐	۲۵۶
☐	☐	☒	☐	۲۵۷
☐	☐	☒	☐	۲۵۸
☒	☐	☐	☐	۲۵۹
☐	☒	☐	☐	۲۶۰
☒	☐	☐	☐	۲۶۱
☐	☒	☐	☐	۲۶۲
☐	☒	☐	☐	۲۶۳
☐	☐	☒	☐	۲۶۴
☐	☐	☐	☒	۲۶۵
☒	☐	☐	☐	۲۶۶
☐	☐	☐	☒	۲۶۷
☐	☒	☐	☐	۲۶۸
☒	☐	☐	☐	۲۶۹
☐	☒	☐	☐	۲۷۰
☒	☐	☐	☐	۲۷۱
☐	☐	☒	☐	۲۷۲
☒	☐	☐	☐	۲۷۳
☐	☐	☐	☒	۲۷۴
☐	☐	☒	☐	۲۷۵
☐	☐	☐	☒	۲۷۶
☐	☐	☐	☒	۲۷۷
☐	☒	☐	☐	۲۷۸
☐	☒	☐	☐	۲۷۹
☒	☐	☐	☐	۲۸۰
☐	☐	☐	☒	۲۸۱
☒	☐	☐	☐	۲۸۲
☒	☐	☐	☐	۲۸۳
☐	☐	☐	☒	۲۸۴
☐	☐	☐	☒	۲۸۵
☐	☐	☐	☒	۲۸۶
☐	☒	☐	☐	۲۸۷
☐	☐	☐	☒	۲۸۸
☒	☐	☐	☐	۲۸۹
☒	☐	☐	☐	۲۹۰
☐	☒	☐	☐	۲۹۱
☐	☒	☐	☐	۲۹۲
☐	☐	☐	☒	۲۹۳
☐	☐	☐	☒	۲۹۴
☒	☐	☐	☐	۲۹۵
☐	☐	☐	☒	۲۹۶
☐	☐	☒	☐	۲۹۷
☐	☐	☒	☐	۲۹۸
☒	☐	☐	☐	۲۹۹
☐	☐	☒	☐	۳۰۰

۴	۳	۲	۱	۲۰۱
☒	☐	☐	☐	۲۰۲
☒	☐	☐	☐	۲۰۳
☐	☒	☐	☐	۲۰۴
☐	☐	☒	☐	۲۰۵
☒	☐	☐	☐	۲۰۶
☐	☒	☐	☐	۲۰۷
☐	☐	☐	☒	۲۰۸
☒	☐	☐	☐	۲۰۹
☐	☐	☐	☒	۲۱۰
☐	☐	☐	☒	۲۱۱
☐	☒	☐	☐	۲۱۲
☐	☐	☐	☒	۲۱۳
☐	☐	☐	☐	۲۱۴
☐	☐	☐	☒	۲۱۵
☐	☐	☐	☒	۲۱۶
☐	☒	☐	☐	۲۱۷
☐	☐	☐	☒	۲۱۸
☐	☐	☐	☒	۲۱۹
☐	☒	☐	☐	۲۲۰
☒	☐	☐	☐	۲۲۱
☐	☐	☒	☐	۲۲۲
☐	☐	☐	☒	۲۲۳
☐	☐	☐	☒	۲۲۴
☐	☐	☒	☐	۲۲۵
☐	☐	☒	☐	۲۲۶
☒	☐	☐	☐	۲۲۷
☐	☐	☐	☒	۲۲۸
☐	☒	☐	☐	۲۲۹
☐	☐	☐	☒	۲۳۰
☐	☐	☐	☒	۲۳۱
☐	☒	☐	☐	۲۳۲
☐	☐	☐	☒	۲۳۳
☐	☐	☐	☒	۲۳۴
☐	☐	☐	☒	۲۳۵
☐	☐	☐	☒	۲۳۶
☐	☒	☐	☐	۲۳۷
☐	☒	☐	☐	۲۳۸
☐	☒	☐	☐	۲۳۹
☐	☐	☐	☒	۲۴۰

۴	۳	۲	۱	۲۵۱
☐	☐	☐	☒	۲۵۲
☐	☐	☐	☒	۲۵۳
☐	☐	☐	☒	۲۵۴
☐	☐	☐	☒	۲۵۵
☐	☒	☐	☐	۲۵۶
☐	☐	☐	☒	۲۵۷
☐	☐	☐	☒	۲۵۸
☒	☐	☐	☐	۲۵۹
☐	☒	☐	☐	۲۶۰
☐	☐	☐	☒	۲۶۱
☐	☐	☐	☒	۲۶۲
☐	☐	☐	☒	۲۶۳
☐	☐	☐	☒	۲۶۴
☐	☐	☐	☒	۲۶۵
☐	☒	☐	☐	۲۶۶
☐	☒	☐	☐	۲۶۷
☐	☐	☐	☒	۲۶۸
☐	☐	☐	☒	۲۶۹
☐	☒	☐	☐	۲۷۰
☐	☐	☐	☒	۲۷۱
☐	☐	☐	☒	۲۷۲
☐	☐	☐	☒	۲۷۳
☐	☐	☒	☐	۲۷۴
☐	☐	☐	☒	۲۷۵
☐	☐	☐	☒	۲۷۶
☐	☐	☐	☒	۲۷۷
☒	☐	☐	☐	۲۷۸
☐	☒	☐	☐	۲۷۹
☐	☐	☒	☐	۲۸۰
☐	☐	☒	☐	۲۸۱
☐	☒	☐	☐	۲۸۲
☐	☐	☐	☒	۲۸۳
☐	☐	☐	☒	۲۸۴
☐	☐	☐	☒	۲۸۵
☐	☒	☐	☐	۲۸۶
☐	☐	☐	☒	۲۸۷
☐	☐	☐	☒	۲۸۸
☒	☐	☐	☒	۲۸۹
☐	☐	☒	☐	۲۹۰
☐	☐	☐	☒	۲۹۱
☒	☐	☐	☐	۲۹۲
☐	☒	☐	☐	۲۹۳
☐	☐	☐	☒	۲۹۴
☒	☐	☐	☐	۲۹۵
☐	☐	☐	☒	۲۹۶
☐	☐	☐	☒	۲۹۷
☐	☐	☐	☒	۲۹۸
☒	☐	☐	☐	۲۹۹
☐	☐	☐	☒	۳۰۰

F	T	Y	I	
☐	☐	☒	☐	001
☐	☐	☒	☐	002
☒	☐	☐	☐	003
☐	☐	☒	☐	004
☐	☒	☐	☐	005
☐	☐	☒	☐	006
☐	☒	☐	☐	007
☐	☐	☐	☒	008
☐	☒	☐	☐	009
☐	☐	☐	☒	010
☐	☒	☐	☐	011
☐	☐	☒	☐	012
☐	☐	☒	☐	013
☐	☐	☒	☒	014
☒	☐	☐	☐	015
☐	☐	☒	☐	016
☐	☒	☐	☐	017
☐	☐	☐	☒	018
☒	☐	☐	☒	019
☐	☐	☐	☒	020
☒	☐	☐	☐	021
☐	☐	☒	☐	022
☐	☒	☐	☐	023
☒	☐	☐	☐	024
☐	☐	☐	☒	025
☒	☐	☐	☐	026
☒	☐	☐	☐	027
☐	☐	☐	☒	028
☒	☐	☐	☐	029
☐	☐	☐	☒	030
☒	☐	☐	☒	031
☐	☐	☐	☒	032
☐	☒	☒	☐	033
☒	☐	☐	☐	034
☐	☒	☐	☐	035
☐	☐	☒	☐	036
☐	☐	☐	☒	037
☒	☐	☐	☐	038
☐	☐	☐	☒	039
☐	☐	☒	☐	040
☒	☐	☐	☐	041
☐	☐	☐	☒	042
☐	☒	☐	☐	043
☐	☐	☐	☒	044
☒	☐	☐	☐	045
☐	☒	☐	☐	046
☐	☐	☐	☒	047
☐	☐	☐	☒	048
☒	☐	☐	☐	049
☐	☐	☐	☒	050
☒	☐	☐	☐	051
☐	☐	☒	☐	052
☒	☐	☐	☐	053
☐	☐	☐	☒	054
☐	☒	☐	☐	055
☐	☐	☐	☒	056
☒	☐	☐	☐	057
☐	☐	☐	☒	058
☒	☐	☐	☐	059
☐	☒	☐	☐	060

4	3	2	1	
☐	☐	☒	☐	Δ=1
☐	☐	☐	☒	Δ=2
☐	☒	☐	☐	Δ=3
☒	☐	☐	☐	Δ=4
☐	☐	☒	☐	Δ=5
☐	☐	☐	☒	Δ=6
☐	☒	☐	☐	Δ=7
☐	☒	☐	☐	Δ=8
☐	☐	☒	☐	Δ=9
☐	☐	☒	☐	Δ=10
☒	☐	☐	☐	Δ=11
☐	☐	☐	☒	Δ=12
☐	☒	☐	☐	Δ=13
☐	☐	☒	☐	Δ=14
☒	☐	☐	☐	Δ=15
☐	☒	☐	☐	Δ=16
☐	☐	☒	☐	Δ=17
☐	☒	☐	☐	Δ=18
☐	☐	☐	☒	Δ=19
☒	☐	☐	☐	Δ=20
☐	☐	☐	☒	Δ=21
☐	☐	☒	☐	Δ=22
☐	☒	☐	☐	Δ=23
☒	☐	☐	☐	Δ=24
☐	☐	☒	☐	Δ=25
☒	☐	☐	☐	Δ=26
☐	☐	☐	☒	Δ=27
☐	☒	☐	☐	Δ=28
☐	☐	☒	☐	Δ=29
☒	☐	☐	☐	Δ=30
☒	☐	☐	☐	Δ=31
☐	☐	☐	☒	Δ=32
☐	☐	☐	☒	Δ=33
☐	☒	☐	☐	Δ=34
☐	☐	☐	☒	Δ=35
☒	☐	☐	☐	Δ=36
☒	☐	☐	☐	Δ=37
☐	☐	☐	☒	Δ=38
☐	☐	☐	☒	Δ=39
☐	☐	☒	☐	Δ=40

F	T	Y	I	
☐	☐	☒	☐	T51
☐	☒	☐	☐	T52
☐	☐	☐	☒	T53
☐	☐	☒	☐	T54
☐	☐	☒	☐	T55
☒	☐	☐	☐	T56
☐	☒	☐	☐	T57
☐	☐	☐	☒	T58
☐	☐	☒	☐	T59
☒	☐	☐	☐	T60
☒	☐	☐	☐	T61
☒	☐	☐	☐	T62
☐	☐	☒	☐	T63
☐	☒	☐	☐	T64
☐	☒	☐	☐	T65
☐	☐	☒	☐	T66
☐	☒	☐	☐	T67
☒	☐	☐	☐	T68
☐	☐	☒	☐	T69
☐	☐	☐	☒	T70
☐	☐	☐	☒	T71
☐	☐	☒	☐	T72
☐	☒	☐	☐	T73
☐	☒	☐	☒	T74
☐	☒	☐	☐	T75
☐	☒	☐	☐	T76
☐	☐	☐	☒	T77
☒	☐	☐	☒	T78
☐	☒	☐	☐	T79
☒	☐	☐	☐	T80
☐	☐	☐	☒	T81
☐	☒	☐	☐	T82
☐	☒	☐	☐	T83
☒	☐	☒	☐	T84
☐	☒	☐	☐	T85
☐	☐	☒	☐	T86
☐	☒	☐	☐	T87
☐	☐	☒	☐	T88
☒	☐	☐	☐	T89
☐	☐	☐	☒	T90
☒	☐	☐	☐	T91
☒	☐	☒	☐	T92
☐	☒	☐	☐	T93
☐	☒	☐	☒	T94
☒	☐	☐	☐	T95
☒	☐	☐	☒	T96
☒	☐	☐	☐	T97
☐	☐	☐	☒	T98
☐	☒	☐	☐	T99
☐	☐	☐	☐	T00

F	T	T	I	
☐	☒	☐	☐	T=1
☐	☒	☐	☐	T=2
☐	☒	☐	☐	T=3
☒	☐	☐	☐	T=4
☐	☐	☐	☒	T=5
☐	☐	☒	☐	T=6
☐	☒	☐	☐	T=7
☐	☐	☒	☐	T=8
☐	☒	☐	☐	T=9
☒	☐	☐	☐	T=10
☒	☒	☐	☐	T=11
☒	☐	☐	☐	T=12
☒	☒	☐	☐	T=13
☒	☐	☐	☐	T=14
☐	☐	☒	☐	T=15
☐	☐	☒	☐	T=16
☐	☒	☐	☐	T=17
☐	☐	☒	☐	T=18
☐	☒	☐	☐	T=19
☒	☐	☐	☐	T=20
☒	☐	☐	☐	T=21
☒	☐	☐	☐	T=22
☒	☐	☒	☐	T=23
☒	☐	☐	☐	T=24
☐	☒	☒	☐	T=25
☐	☒	☐	☐	T=26
☐	☐	☒	☐	T=27
☐	☒	☐	☐	T=28
☐	☒	☐	☐	T=29
☐	☐	☒	☐	T=30
☒	☐	☐	☒	T=31
☒	☐	☐	☐	T=32
☒	☐	☐	☐	T=33
☐	☐	☒	☐	T=34
☐	☐	☒	☐	T=35
☐	☐	☐	☒	T=36
☐	☒	☐	☐	T=37
☐	☐	☒	☐	T=38
☐	☐	☒	☐	T=39
☐	☐	☐	☒	T=40

۴	۳	۲	۱	۷۵۱
○	○	○	●	۷۵۱
○	●	○	○	۷۵۲
●	○	○	○	۷۵۳
○	●	○	○	۷۵۴
○	○	●	○	۷۵۵
○	○	○	●	۷۵۶
○	●	○	○	۷۵۷
●	○	○	○	۷۵۸
○	○	●	○	۷۵۹
●	○	○	○	۷۶۰
○	●	○	○	۷۶۱
○	○	○	●	۷۶۲
○	○	○	●	۷۶۳
○	●	○	○	۷۶۴
○	○	●	○	۷۶۵
○	○	○	○	۷۶۶
●	○	○	○	۷۶۷
○	○	○	●	۷۶۸
○	○	○	●	۷۶۹
○	○	●	○	۷۷۰
○	○	○	○	۷۷۱
●	○	○	○	۷۷۲
○	●	○	○	۷۷۳
○	○	○	○	۷۷۴
○	○	○	○	۷۷۵
○	○	○	○	۷۷۶
○	○	○	○	۷۷۷
○	○	○	○	۷۷۸
○	○	○	○	۷۷۹
○	○	○	○	۷۸۰
○	○	○	○	۷۸۱
○	○	○	○	۷۸۲
○	○	○	○	۷۸۳
○	○	○	○	۷۸۴
○	○	○	○	۷۸۵
○	○	○	○	۷۸۶
○	○	○	○	۷۸۷
○	○	○	○	۷۸۸
○	○	○	○	۷۸۹
○	○	○	○	۷۹۰
○	○	○	○	۷۹۱
○	○	○	○	۷۹۲
○	○	○	○	۷۹۳
○	○	○	○	۷۹۴
○	○	○	○	۷۹۵
○	○	○	○	۷۹۶
○	○	○	○	۷۹۷
○	○	○	○	۷۹۸
○	○	○	○	۷۹۹
○	○	○	○	۸۰۰

۴	۳	۲	۱	۷۰۱
○	○	○	○	۷۰۱
○	○	○	○	۷۰۲
○	○	○	○	۷۰۳
○	○	○	○	۷۰۴
○	○	○	○	۷۰۵
○	○	○	○	۷۰۶
○	○	○	○	۷۰۷
○	○	○	○	۷۰۸
○	○	○	○	۷۰۹
○	○	○	○	۷۱۰
○	○	○	○	۷۱۱
○	○	○	○	۷۱۲
○	○	○	○	۷۱۳
○	○	○	○	۷۱۴
○	○	○	○	۷۱۵
○	○	○	○	۷۱۶
○	○	○	○	۷۱۷
○	○	○	○	۷۱۸
○	○	○	○	۷۱۹
○	○	○	○	۷۲۰
○	○	○	○	۷۲۱
○	○	○	○	۷۲۲
○	○	○	○	۷۲۳
○	○	○	○	۷۲۴
○	○	○	○	۷۲۵
○	○	○	○	۷۲۶
○	○	○	○	۷۲۷
○	○	○	○	۷۲۸
○	○	○	○	۷۲۹
○	○	○	○	۷۳۰
○	○	○	○	۷۳۱
○	○	○	○	۷۳۲
○	○	○	○	۷۳۳
○	○	○	○	۷۳۴
○	○	○	○	۷۳۵
○	○	○	○	۷۳۶
○	○	○	○	۷۳۷
○	○	○	○	۷۳۸
○	○	○	○	۷۳۹
○	○	○	○	۷۴۰

۴	۳	۲	۱	۶۵۱
○	○	○	○	۶۵۱
○	○	○	○	۶۵۲
○	○	○	○	۶۵۳
○	○	○	○	۶۵۴
○	○	○	○	۶۵۵
○	○	○	○	۶۵۶
○	○	○	○	۶۵۷
○	○	○	○	۶۵۸
○	○	○	○	۶۵۹
○	○	○	○	۶۶۰
○	○	○	○	۶۶۱
○	○	○	○	۶۶۲
○	○	○	○	۶۶۳
○	○	○	○	۶۶۴
○	○	○	○	۶۶۵
○	○	○	○	۶۶۶
○	○	○	○	۶۶۷
○	○	○	○	۶۶۸
○	○	○	○	۶۶۹
○	○	○	○	۶۷۰
○	○	○	○	۶۷۱
○	○	○	○	۶۷۲
○	○	○	○	۶۷۳
○	○	○	○	۶۷۴
○	○	○	○	۶۷۵
○	○	○	○	۶۷۶
○	○	○	○	۶۷۷
○	○	○	○	۶۷۸
○	○	○	○	۶۷۹
○	○	○	○	۶۸۰
○	○	○	○	۶۸۱
○	○	○	○	۶۸۲
○	○	○	○	۶۸۳
○	○	○	○	۶۸۴
○	○	○	○	۶۸۵
○	○	○	○	۶۸۶
○	○	○	○	۶۸۷
○	○	○	○	۶۸۸
○	○	○	○	۶۸۹
○	○	○	○	۶۹۰
○	○	○	○	۶۹۱
○	○	○	○	۶۹۲
○	○	○	○	۶۹۳
○	○	○	○	۶۹۴
○	○	○	○	۶۹۵
○	○	○	○	۶۹۶
○	○	○	○	۶۹۷
○	○	○	○	۶۹۸
○	○	○	○	۶۹۹
○	○	○	○	۷۰۰

۴	۳	۲	۱	۶۰۱
○	○	○	○	۶۰۱
○	○	○	○	۶۰۲
○	○	○	○	۶۰۳
○	○	○	○	۶۰۴
○	○	○	○	۶۰۵
○	○	○	○	۶۰۶
○	○	○	○	۶۰۷
○	○	○	○	۶۰۸
○	○	○	○	۶۰۹
○	○	○	○	۶۱۰
○	○	○	○	۶۱۱
○	○	○	○	۶۱۲
○	○	○	○	۶۱۳
○	○	○	○	۶۱۴
○	○	○	○	۶۱۵
○	○	○	○	۶۱۶
○	○	○	○	۶۱۷
○	○	○	○	۶۱۸
○	○	○	○	۶۱۹
○	○	○	○	۶۲۰
○	○	○	○	۶۲۱
○	○	○	○	۶۲۲
○	○	○	○	۶۲۳
○	○	○	○	۶۲۴
○	○	○	○	۶۲۵
○	○	○	○	۶۲۶
○	○	○	○	۶۲۷
○	○	○	○	۶۲۸
○	○	○	○	۶۲۹
○	○	○	○	۶۳۰
○	○	○	○	۶۳۱
○	○	○	○	۶۳۲
○	○	○	○	۶۳۳
○	○	○	○	۶۳۴
○	○	○	○	۶۳۵
○	○	○	○	۶۳۶
○	○	○	○	۶۳۷
○	○	○	○	۶۳۸
○	○	○	○	۶۳۹
○	○	○	○	۶۴۰

۴	۳	۲	۱	۹۵۱
○	○	○	○	۹۵۲
○	○	○	○	۹۵۳
○	○	○	○	۹۵۴
○	○	○	○	۹۵۵
○	○	○	○	۹۵۶
○	○	○	○	۹۵۷
○	○	○	○	۹۵۸
○	○	○	○	۹۵۹
○	○	○	○	۹۶۰
○	○	○	○	۹۶۱
○	○	○	○	۹۶۲
○	○	○	○	۹۶۳
○	○	○	○	۹۶۴
○	○	○	○	۹۶۵
○	○	○	○	۹۶۶
○	○	○	○	۹۶۷
○	○	○	○	۹۶۸
○	○	○	○	۹۶۹
○	○	○	○	۹۷۰
○	○	○	○	۹۷۱
○	○	○	○	۹۷۲
○	○	○	○	۹۷۳
○	○	○	○	۹۷۴
○	○	○	○	۹۷۵
○	○	○	○	۹۷۶
○	○	○	○	۹۷۷
○	○	○	○	۹۷۸
○	○	○	○	۹۷۹
○	○	○	○	۹۸۰
○	○	○	○	۹۸۱
○	○	○	○	۹۸۲
○	○	○	○	۹۸۳
○	○	○	○	۹۸۴
○	○	○	○	۹۸۵
○	○	○	○	۹۸۶
○	○	○	○	۹۸۷
○	○	○	○	۹۸۸
○	○	○	○	۹۸۹
○	○	○	○	۹۹۰
○	○	○	○	۹۹۱
○	○	○	○	۹۹۲
○	○	○	○	۹۹۳
○	○	○	○	۹۹۴
○	○	○	○	۹۹۵
○	○	○	○	۹۹۶
○	○	○	○	۹۹۷
○	○	○	○	۹۹۸
○	○	○	○	۹۹۹
○	○	○	○	۱۰۰۰

۴	۳	۲	۱	۹۰۱
○	○	○	○	۹۰۲
○	○	○	○	۹۰۳
○	○	○	○	۹۰۴
○	○	○	○	۹۰۵
○	○	○	○	۹۰۶
○	○	○	○	۹۰۷
○	○	○	○	۹۰۸
○	○	○	○	۹۰۹
○	○	○	○	۹۱۰
○	○	○	○	۹۱۱
○	○	○	○	۹۱۲
○	○	○	○	۹۱۳
○	○	○	○	۹۱۴
○	○	○	○	۹۱۵
○	○	○	○	۹۱۶
○	○	○	○	۹۱۷
○	○	○	○	۹۱۸
○	○	○	○	۹۱۹
○	○	○	○	۹۲۰
○	○	○	○	۹۲۱
○	○	○	○	۹۲۲
○	○	○	○	۹۲۳
○	○	○	○	۹۲۴
○	○	○	○	۹۲۵
○	○	○	○	۹۲۶
○	○	○	○	۹۲۷
○	○	○	○	۹۲۸
○	○	○	○	۹۲۹
○	○	○	○	۹۳۰
○	○	○	○	۹۳۱
○	○	○	○	۹۳۲
○	○	○	○	۹۳۳
○	○	○	○	۹۳۴
○	○	○	○	۹۳۵
○	○	○	○	۹۳۶
○	○	○	○	۹۳۷
○	○	○	○	۹۳۸
○	○	○	○	۹۳۹
○	○	○	○	۹۴۰

۴	۳	۲	۱	۸۵۱
○	○	○	○	۸۵۲
○	○	○	○	۸۵۳
○	○	○	○	۸۵۴
○	○	○	○	۸۵۵
○	○	○	○	۸۵۶
○	○	○	○	۸۵۷
○	○	○	○	۸۵۸
○	○	○	○	۸۵۹
○	○	○	○	۸۶۰
○	○	○	○	۸۶۱
○	○	○	○	۸۶۲
○	○	○	○	۸۶۳
○	○	○	○	۸۶۴
○	○	○	○	۸۶۵
○	○	○	○	۸۶۶
○	○	○	○	۸۶۷
○	○	○	○	۸۶۸
○	○	○	○	۸۶۹
○	○	○	○	۸۷۰
○	○	○	○	۸۷۱
○	○	○	○	۸۷۲
○	○	○	○	۸۷۳
○	○	○	○	۸۷۴
○	○	○	○	۸۷۵
○	○	○	○	۸۷۶
○	○	○	○	۸۷۷
○	○	○	○	۸۷۸
○	○	○	○	۸۷۹
○	○	○	○	۸۸۰
○	○	○	○	۸۸۱
○	○	○	○	۸۸۲
○	○	○	○	۸۸۳
○	○	○	○	۸۸۴
○	○	○	○	۸۸۵
○	○	○	○	۸۸۶
○	○	○	○	۸۸۷
○	○	○	○	۸۸۸
○	○	○	○	۸۸۹
○	○	○	○	۸۹۰
○	○	○	○	۸۹۱
○	○	○	○	۸۹۲
○	○	○	○	۸۹۳
○	○	○	○	۸۹۴
○	○	○	○	۸۹۵
○	○	○	○	۸۹۶
○	○	○	○	۸۹۷
○	○	○	○	۸۹۸
○	○	○	○	۸۹۹
○	○	○	○	۹۰۰

۴	۳	۲	۱	۸۰۱
○	●	○	○	۸۰۲
○	○	○	○	۸۰۳
○	○	○	○	۸۰۴
○	○	○	○	۸۰۵
○	○	○	○	۸۰۶
○	○	○	○	۸۰۷
○	○	○	○	۸۰۸
○	○	○	○	۸۰۹
○	○	○	○	۸۱۰
○	○	○	○	۸۱۱
○	○	○	○	۸۱۲
○	○	○	○	۸۱۳
○	○	○	○	۸۱۴
○	○	○	○	۸۱۵
○	○	○	○	۸۱۶
○	○	○	○	۸۱۷
○	○	○	○	۸۱۸
○	○	○	○	۸۱۹
○	○	○	○	۸۲۰
○	○	○	○	۸۲۱
○	○	○	○	۸۲۲
○	○	○	○	۸۲۳
○	○	○	○	۸۲۴
○	○	○	○	۸۲۵
○	○	○	○	۸۲۶
○	○	○	○	۸۲۷
○	○	○	○	۸۲۸
○	○	○	○	۸۲۹
○	○	○	○	۸۳۰
○	○	○	○	۸۳۱
○	○	○	○	۸۳۲
○	○	○	○	۸۳۳
○	○	○	○	۸۳۴
○	○	○	○	۸۳۵
○	○	○	○	۸۳۶
○	○	○	○	۸۳۷
○	○	○	○	۸۳۸
○	○	○	○	۸۳۹
○	○	○	○	۸۴۰
○	○	○	○	۸۴۱
○	○	○	○	۸۴۲
○	○	○	○	۸۴۳
○	○	○	○	۸۴۴
○	○	○	○	۸۴۵
○	○	○	○	۸۴۶
○	○	○	○	۸۴۷
○	○	○	○	۸۴۸
○	○	○	○	۸۴۹
○	○	○	○	۸۵۰